Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik 11. Juni 2018
http://www.itp.tu-berlin.de Direktzugang: 193748

VL: Prof. Dr. Dr. h.c. Eckehard Schöll, PhD
UE: Dr. Anna Zakharova

6. Übungsblatt zur Nichtlinearen Dynamik und Kontrolle

Abgabe: Mo 18.06. 12:15 in der Übung. Die Abgabe erfolgt in **3er Gruppen**.
Bitte den Source-Code mit ausdrucken.

Aufgabe 11 (10 Punkte): *Adaptive Kontrolle eines instabilen Fokus*

In der Vorlesung wurde die adaptive Kontrolle eines instabilen Fokus betrachtet:

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= \quad \lambda\, x + \omega\, y - K\,[x(t) - x(t-\tau)], \\
\dot{y} &= -\omega\, x + \lambda\, y - K\,[y(t) - y(t-\tau)], \\
\dot{K} &= -\gamma \frac{\partial \dot{Q}}{\partial K},
\end{aligned}$$

wobei $\gamma > 0$ die Adaptationsrate ist. Die Zielfunktion $Q(t)$ sei gegeben durch:

$$Q(t) = \frac{1}{2}\left\{[x(t) - x(t-\tau)]^2 + [y(t) - y(t-\tau)]^2\right\}$$

a) Berechnen Sie für diese Zielfunktion $\dot{K}$.

b) Zeigen Sie, dass man ohne Beschränkung der Allgemeinheit $\gamma = 1$ annehmen kann.

c) Integrieren Sie das System für verschiedene Anfangsbedingungen $x(0) \in [0.02, 0.5]$ in Schritten von 0.02 in diesem Intervall und $y(0) = 0$. Wählen Sie dabei als History Funktion $x(t) = y(t) = 0$ für $t < 0$ and $K(t) = 0$ für $t \leq 2\tau$. Das heißt, schalten Sie die Kontrolle erst nach einer Zeit 2τ an. Verwenden Sie dabei die folgenden Werte für die Parameter: $\lambda = 0.5$, $\omega = \pi$, and $\tau = 1$.

d) Bestimmen Sie den Fixpunkt des Systems. Wie passt der berechnete Fixpunkt zum Ergebnis Ihrer Simulation aus Aufgabenteil c)? Stellen Sie die charakteristische Gleichung für die Eigenwerte auf und vergleichen Sie diese mit der charakteristischen Gleichung eines Fokus mit zeitverzögerter Rückkopplungskontrolle, d.h. ohne dass K adaptiv angepasst wird. Interpretieren Sie das Ergebnis. Was beschreibt der zusätzliche Eigenwert?

Bitte Rückseite beachten!⟶

6. Übung SS18

Aufgabe 12 (10 Punkte): *Logistisches Populationsmodell mit Delay*
Betrachten Sie das folgende Modell für die Anzahl N an Individuen in einer Population

$$\dot{N}(t) = rN(t)[1 - N(t-\tau)/K],$$

wobei r die Wachstumsrate und K ein Maß für die Tragfähigkeit der Umwelt ist.

1. Finden Sie die Transformation, die das Modell in die dimensionslose Gleichung

   $$x'(s) = x(s)[1 - x(s-a)]$$

   überführt. Betrachten Sie im folgenden nur noch die dimensionslose Gleichung.

2. Die Fixpunkte liegen offensichtlich bei $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$. Zeigen Sie, dass x_0 stets instabil ist und x_1 für $a = 0$ stabil ist.

3. Finden Sie den Wert $a > 0$, bei dem x_1 die Stabilität in einer Hopf-Bifurkation verliert.