Technische Universität Berlin – Institut für Theoretische Physik
http://www.tu-berlin.de/?158412

13. April 2015

Prof. Holger Stark (Sprechstunde: Fr 11:30-12:30 in EW 709)
Dr. Johannes Blaschke (Sprechstunde: Mi 10:00-11:00 in EW 708)

1. Übungsblatt – Statistische Physik

Abgabe/Vorrechnen: Mo. 20.04.2015 im Tutorium (16:15-17:45 EW 731)

Zum Übungsbetrieb:
Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche M und schriftliche S Aufgaben. Die Kriterien für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte.
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.

Hinweis: Diese Übung dient auch um Ihr Wissen zur Thermodynamik aufzufrischen. Um einige Fragen zu beantworten, benötigen Sie Wissen aus vorherigen Semestern, bzw. Sie müssen evtl. in der Literatur nachschlagen. Die schriftlichen Fragen haben deshalb eine geringere Punktzahl.

M **Aufgabe 1**: *Euler und Gibbs-Duhem Gleichungen*
Die innere Energie ist eine homogene Funktion 1. Grades bzgl. S, V, N:

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = \lambda U(S, V, N)$$

für beliebiges λ. Verwenden Sie diese Eigenschaft, um

(a) die Euler-Gleichung herzuleiten

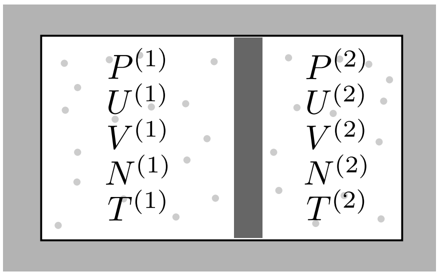
$$U = TS - PV + \mu N, \tag{2.7}$$

(b) die Gibbs-Duhem-Gleichung herzuleiten

$$SdT - VdP + Nd\mu = 0. \tag{2.8}$$

S **Aufgabe 2 (2 Punkte):** *Gleichgewichtsbedingungen*

Betrachten Sie einen Behälter mit konstantem gesamten U, V, N, der durch eine impermeable, fest verankerte und isolierende Wand in zwei Teile getrennt wird. Die Zustandsgrößen in den beiden Teilen lauten $U^{(1)}$, $V^{(1)}$, $T^{(1)}$, ... sowie $U^{(2)}$, $V^{(2)}$, $T^{(2)}$, ...



Skizze zu Aufgabe 2. Die Außenwände des Behälters sind nicht wärmedurchlässig.

(a) Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht $T^{(1)} = T^{(2)}$, wenn die Wand wärmeleitend ist.

(b) Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht $T^{(1)} = T^{(2)}$ und $P^{(1)} = P^{(2)}$, wenn die Wand wärmeleitend und beweglich ist.

(c) Zeigen Sie, dass im Gleichgewicht $T^{(1)} = T^{(2)}$ und $\mu^{(1)} = \mu^{(2)}$, wenn die Wand wärmeleitend und permeabel ist.

(d) Zeigen Sie für die wärmeleitende Wand, dass wenn $T^{(1)} > T^{(2)}$ (also das System nicht im Gleichgewicht ist), Wärme von Behälter (1) nach (2) fließt. Was passiert, wenn die Wand wärmeleitend und permeabel ist und $T^{(1)}/\mu^{(1)} > T^{(2)}/\mu^{(2)}$?

Hinweis: die freie Energie, U, hat die Differenzialform

$$dU = TdS - PdV + \mu dN$$

Sowie:

$$dX = dX^{(1)} + dX^{(2)} , \quad X = U, V, N$$

M **Aufgabe 3**: *Legendre-Transformation*

Die kanonischen thermodynamischen Potentiale (z.B. innere Energie, freie Energie, Enthalpie, usw.) sind miteinander verknüpft. Sie lassen sich alle von einem gegebenen Potential mit Hilfe der Legendre-Transformation ableiten. Als kurze Einleitung betrachten wir eine Funktion Y, abhängig von x_1 und x_2:

$$Y = Y(x_1, x_2)$$

diese Funktion hat das totale Differenzial

$$dY = a_1 dx_1 + a_2 dx_2$$

Hier haben a_n die Bedeutung einer partiellen Ableitung: $a_n := \partial Y/\partial x_n$. Ziel der Legendre-Transformation ist die Funktion $Y(x_1, x_2)$ in eine andere Funktion $Y_1(a_1, x_2)$ umzuleiten, welche nicht mehr abhängig von der Größe x_1 ist, sonder von ihrer partiellen Ableitung a_1.
Zeigen Sie

(a) an dem Beispiel von dY, wie die Legendre-Transformation die Funktion $Y(x_1, x_2)$ in die Funktion $Y_1(a_1, x_2)$ umwandelt.

(b) wie die freie Energie (unabhängige Variablen T, V, und N) sich von der inneren Energie (unabhängige variablen S, V, und N) mit der Legendre-Transformation herleiten lässt.

Hinweis: Konjugierte Variablen sind über die partielle Ableitung miteinander verknüpft, z.B.: $T = \partial U/\partial S$. Mehr Information finden Sie in: Franz Schwabl, *Statistische Mechanik*, Springer, Berlin 2000.

S **Aufgabe 4 (2 Punkte):** *Entropie und quasistatische Prozesse*

Für quasistatische Prozesse bei Temperatur T gilt die folgende Beziehung zwischen (infinitesimal) zugefügter Wärme, δQ, und die folgender Änderung der Entropie, dS:

$$dS = \frac{1}{T}\delta Q \, .$$

Für ein ideales Gas mit Zustandsgleichung $PV = NkT$ berechnen Sie

(a) die Änderung der Entropie für einen quasistatischen *isothermen* Prozess vom Anfangszustand (V_1, P_1, T) zum Endzustand (V_2, P_2, T). Was passiert wenn der Prozess rückwärts läuft?

(a) die Änderung der Entropie für einen quasistatischen *adiabatischen* Prozess.