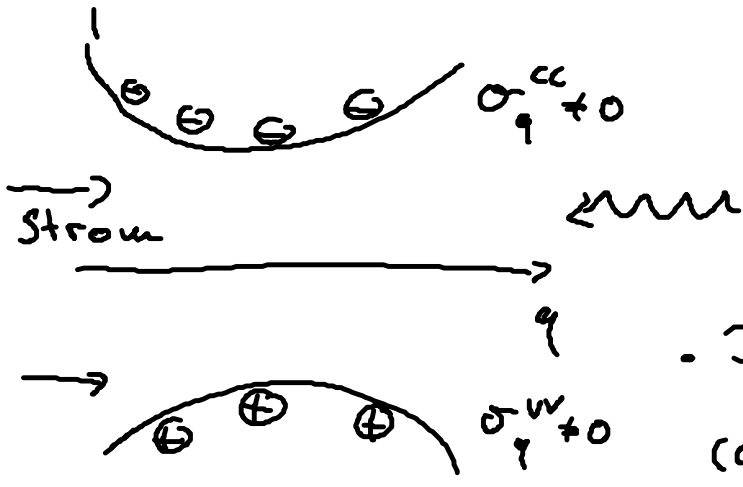


VI Zur WW des quant. Strahlungsfeldes mit Interbandübergängen: Aspekte von stimulierter und spontaner Emission / Absorption

- Model: 2 Band HL, Strom prod e^-/L_0 -Verteilung



$0 \leq \sigma_q^{cv} \leq 1 \rightarrow$ Pauli-blocking
 Strahlungsfeld soll die Verteilung nicht ändern (LO)

- Fragestellung:
 - (a) spontaner Emission (nicht klass. Feld)
 - (b) induzierte Emission / Absorption (klass. Feld)

1. Spontane Emission

Rekomb. von EL u Löchern

• stimulierte Emission:

Test d. Systems durch ext. Feld \rightarrow opt. Verstärkung

gekoppelte Absorption

\rightarrow Abräumen d. Inversion

kein ext. Feld (Interbandkohärenzen) im System, d.h.

$\sigma_q^{vc}(t=0) = 0$ und ist nicht durch ein ext. Feld getrieben ($\Omega = 0$), so bleibt diese NGG Situation nach der semi-klass. Theorie erhalten, denn

$$\dot{\sigma}_q^{vc} \sim E = 0$$

Die spontane Emission kann nur durch das q' sierte Strahlungsfeld beschrieben werden. WW

von q' sierter Materie mit q' siertem Lichtfeld heißt

Quanten Elektrodynamik (QED) \rightarrow relativ.
 \rightarrow nichtrelativ. für Materie

1.1. Das frei q' sierte Strahlungsfeld

$$H_{\text{str}} = \sum_{q,\mu} \hbar \omega_q c_{q\mu}^\dagger c_{q\mu}$$

Photon Erzeuger / Vernichter
für Mode q, μ

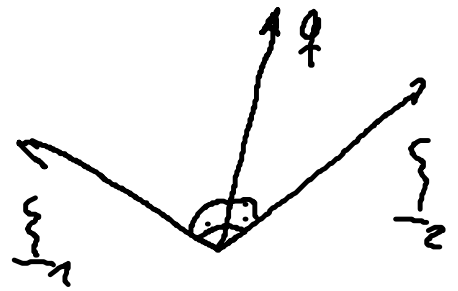
E-Feld in q' sierter Form (analog zu Photonen):

$$\underline{E} = \sum_{q\mu} \underbrace{\epsilon_{q\mu}}_{\substack{\text{Polarisations-} \\ \text{vektor}}} \underbrace{\epsilon_q}_{\substack{\text{Feldamplitude}}} c_{q\mu} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} + \text{h.a.}$$

Polarisations-
vektor

Feldamplitude

$$\epsilon_q = \left(\frac{\hbar \omega_q}{2\epsilon_0 V} \right)^{1/2}$$



1.2 WW von EL mit q'siertem Strahlungsfeld

$$H_{ww} = - \int d^3r \psi^\dagger(\mathbf{r}, t) \underbrace{e\mathbf{r} \cdot \underline{E}}_{\text{klass. Dipol WW}} \psi(\mathbf{r}, t)$$

→ \underline{E} als Quantenfeld einsetzen

→ ψ^\dagger — „ — nach Blochfeld.

$$H_{ww} = - \sum_{1,2} a_1^\dagger a_2 \left(\frac{1}{\Omega_0} \int d^3r e\mathbf{r} u_{\lambda_1}^*(\mathbf{r}) u_{\lambda_2}(\mathbf{r}) \right) \Omega_0 \times \\ \times \sum_{\mu} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}_\mu} \underline{E}(\mathbf{r}_\mu, t)$$

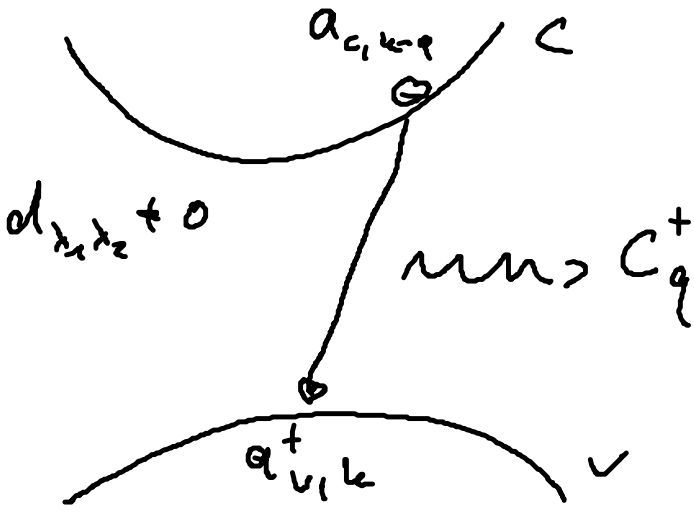
$$= - \sum_{1,2} a_1^\dagger a_2 d_{\lambda_1 \lambda_2} \sum_{q\mu} \underbrace{\epsilon_{q\mu}}_{\substack{\text{Polarisations-} \\ \text{vektor}}} \epsilon_q c_{q\mu} V \delta_{\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2, \mathbf{q}} + \text{h.a.}$$

$$= - V \sum_{\lambda_1 \lambda_2} d_{\lambda_1 \lambda_2} \epsilon_q a_{\lambda_1 \mathbf{k}}^\dagger a_{\lambda_2 \mathbf{k}-\mathbf{q}} c_{q\mu} + \text{h.a.}$$

$$q \mu \quad \frac{d \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \approx q \mu$$

• Interpretation:

Analog z. Phononen beschreibt H_W impulsverhaltende Entstehungs- u. Vernichtungsop. von Photonen, allerdings werden e⁻ nicht in einem Band gestreut, sondern zw. den Bändern λ₁ ≠ λ₂, sonst d_{λ₁λ₂} = 0.



Vernichtung v. e⁻
unter Emission von
Photon

Erzeugung v. e⁻

• Observable: Energie dichte / Intensität

$$E E \sim \langle C^\dagger C \rangle \quad \text{Photonen-
zahl}$$

Emission ist mit
Änderung der Phot.
zahl verbunden

$$\partial_t \langle C_q^\dagger C_q \rangle \sim I_{\text{emission}}(q)$$

$\frac{\text{Photonenergie}}{\text{Zeit}} \hat{=} \text{Leistung} = \text{Intensität mit
Wellenzahl } q$

• Berechnung d. Photonzahl durch HBBG f <C[†]C>:

$$-i\hbar \partial_t \langle c_{q\mu}^+ c_{q'\mu'} \rangle = -\hbar (\nu_q - \nu_{q'}) \langle c_{q\mu}^+ c_{q'\mu'} \rangle$$

$$- \epsilon_q \langle c_{q'\mu'} P_q^+ \rangle + \epsilon_{q'} \langle c_{q\mu}^+ P_{q'} \rangle$$

verallgum. Polarisation

$$P_q = \sum_k d_{vk} a_{vk}^+ a_{ck+q} + d_{cv} a_{ck+q}^+ a_{vk} \quad \text{qu. Dipollichte}$$

P_q^+ ist herm. adj. Operator zu P_q

• Interpretation:

Die Änderung d. Phot. Zahl wird durch alle ungl. Übergänge zw. el. Niveaus die ein Photon erzeugen / vernichten getrieben.

• Berechnung d. Übergänge:

$$-i\hbar \partial_t \langle c_{q\mu}^+ a_{vk}^+ a_{ck+q} \rangle = (\epsilon_{ck+q} - \epsilon_{vk} - \hbar\nu_q) \langle c_{q\mu}^+ a_{vk}^+ a_{ck+q} \rangle$$

stimulierte

$$- \left(\langle a_{vk}^+ a_{vk} \rangle - \langle a_{ck+q}^+ a_{ck+q} \rangle \right) \cdot \mathcal{J}_{stim} \rightarrow \text{Emission}$$

Besetzungszahldiff des Übergangs

hat ein klass. Analogon $(1 - \sigma^e - \sigma^h) \rightarrow \text{spont. Emission}$

$$+ \langle a_{ck+q}^+ a_{ck+q} \rangle \cdot \left(1 - \langle a_{vk}^+ a_{vk} \rangle \right) \cdot \mathcal{J}_{spont.}$$

σ_{k+q}^e

σ_k^h

Besetzung des mal Besetzung des
Ausgangszustandes Einzelzustandes

$$\mathcal{P}_{\text{spont}} = \bar{N}_q d_{cv} \quad (\text{Zahl})$$

Aufangsbed.

$$\mathcal{P}_{\text{stim}} = \mathcal{F}(\langle c^\dagger c \rangle, \langle c^\dagger p \rangle) \longrightarrow \mathcal{P}_{\text{stim}} = 0$$

• Interpretation:

(i) spont. Emission ist prod. z. Produkt von EL- u. Loch-
dichte / Besetzung, d.h. spontane Emission fragt
ab, wieviele EL u. LO simultan da sind um zu
rekombinieren, dabei muß wg der Impulserhaltung
die Wellenzahl von EL u. LO ungl. sein
(Diff $\hat{=}$ Photonwellenzahl)

(ii) stimulierte Emission hat klass. Analogon,
Besetzungsdiff. geht ein, analog zu Pauliblocking
bei NLO

1.3 Skizze einer analytischen Lsg. für die Lumineszenzgl. für spontane Emission

• stationäre Lsg.: $\partial_t \langle c_{q\mu}^\dagger a_{v\mu}^\dagger a_{c\mu} \rangle \rightarrow 0$

$$\langle c_{q+\mu}^\dagger a_{\nu}^\dagger c_{\mu+q} \rangle \approx \frac{\gamma_{sp} \sigma_{q+\mu}^e \sigma_{\mu}^h}{\underbrace{\epsilon_{c_{\mu+q}} - \epsilon_{\nu\mu} - \hbar\omega}_{\substack{\approx 0 \\ \text{(sehr klein)}}} - \hbar\gamma_{sp}}$$

$q \approx 0$

$$I_{pl} = \frac{\partial}{\partial t} \langle c_q^\dagger c_q \rangle \Big|_{\text{Stationär}} \sim \sum_{\mu} \frac{\gamma_{sp} \sigma_{\mu}^e \sigma_{\mu}^h}{(\epsilon_{\nu\mu} - \epsilon_{c\mu} - \hbar\omega)^2 + \gamma_{sp}^2} \equiv \Gamma(\omega)$$

Fermi-
flut.

$$\alpha(\omega) \sim \sum_{\mu} \frac{(1 - \sigma_{\mu}^e - \sigma_{\mu}^h) \gamma_{sp}}{(\epsilon_{\nu\mu} - \epsilon_{c\mu} + \hbar\omega)^2 + \gamma_{sp}^2}$$

$$\sigma_{\mu}^e \sigma_{\mu}^h = (1 - \sigma_{\mu}^e - \sigma_{\mu}^h) \frac{1}{e^{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\text{red}}} - \mu \right) / k_B T} - 1}} \equiv g\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_{\text{red}}}\right)$$

$$I_{pl}(\omega) \sim \alpha(\omega) \cdot g(\hbar\omega) \quad \text{für } \gamma_{sp} \rightarrow 0$$

Sinn: Emissionsmessung ist einfacher als Absorptionsmessung

Skizze für HL im Bereich der stimulierten Emission:

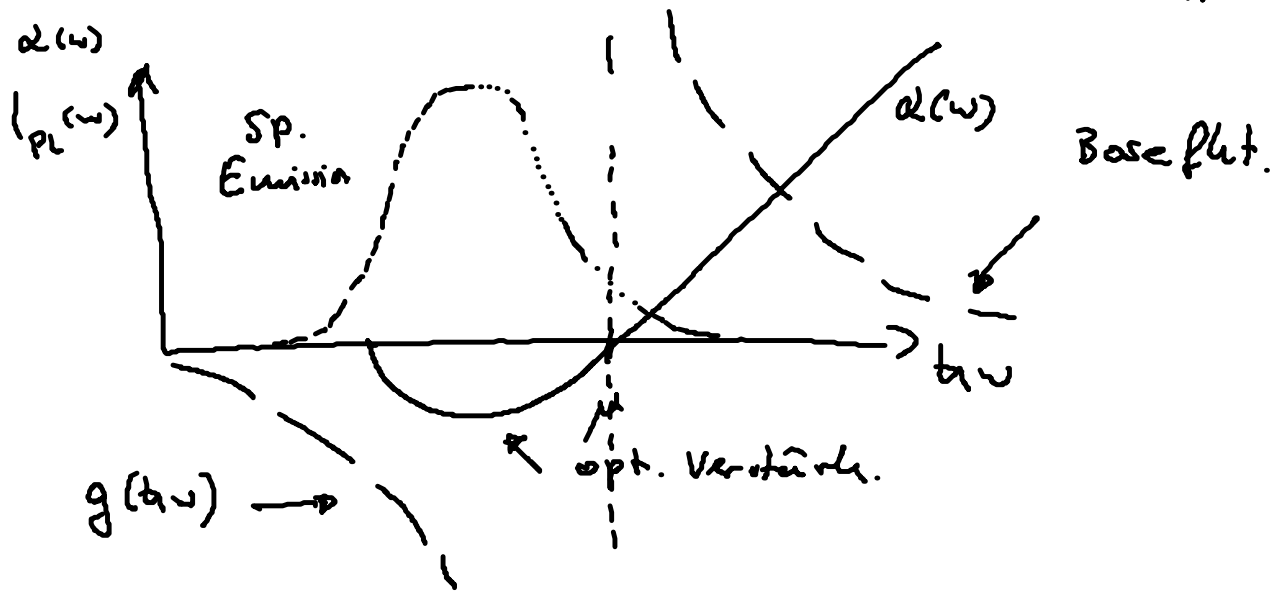


Bild bricht zusammen für einfache Exzitonen.

→ aus $I_{PL}(\omega)$ kann $\alpha(\omega)$ bestimmt werden

2. Stimulierte Emission u. Absorption

halbklass. Bew. Gl. für Dipoldichte:

$$\underline{P} = \frac{1}{V} \sum_q \left(\underline{d}_{cv} \sigma_q^{cv}(t) + \underline{d}_{vc} \sigma_q^{vc}(t) \right) \begin{matrix} \text{Dipolmoment} \\ \text{Wahrscheinlichkeit} \\ \text{für Übergang} \end{matrix}$$

$$-\hbar \dot{\sigma}_q^{vc} = \overbrace{(\omega_q^v - \omega_q^c)}^{\Delta\omega_q} \sigma_q^{vc} + \Omega(t) \underbrace{(\sigma_q^{vv} - \sigma_q^{cc})}_{(1 - \sigma_q^{vv} - \sigma_q^{cc})}$$

$$\Delta\omega_q = -E_j - \frac{\hbar^2 q^2}{2m_{red}} \quad \Omega = \frac{\underline{d}_{cv} \cdot \underline{E}(t)}{\hbar}$$

Rabi-Frequenz

(#) ist „Pauliblockingterm“, Besetzungszahldiff in

EL / Lo - Darstellung, durch ext. Strom vorgegeben
(Fermi-Verteilung)

- Bemerkung: ohne Coulomb-WW, also keine Exzitonen
suchen nach $\chi(\omega)$, also die Antwort auf ext. Feld.
- Bezug zur Optik:

$$\left(\partial_z^2 + \frac{\omega^2}{c_0^2} \right) E = \underbrace{-\mu_0 \omega^2 P}_{\text{gesamter Materialanteil}} = -\mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \chi(\omega) E(\omega) = -\frac{\omega^2}{c_0^2} \chi E$$

$$\left(\partial_z^2 + \frac{\omega^2}{c_0^2} (1 + \chi) \right) E = 0 \rightarrow \chi + 1 = n^2 = \epsilon \quad \begin{array}{l} \text{komplexe} \\ \text{Dielektrische} \\ \text{Fkt.} \end{array}$$

- Ansatz für ebene Welle:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} (1 + \chi) \rightarrow k = \pm \frac{\omega}{c_0} (1 + \chi)^{\frac{1}{2}}$$

$$\approx \frac{\omega}{c_0} + \frac{\omega}{c_0} \frac{\chi}{2}$$

Lsg. für prop. Welle

$$e^{-i\omega t + ikz} \rightarrow e^{-i\omega \left(t - \frac{z}{c_0} \right) + i \frac{\omega}{c_0} \frac{\chi}{2} z}$$

\nearrow $\text{Re } \chi$
Brechzahl
im Medium

 \searrow $\text{Im } \chi$
Absorption

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{ebene Welle im freien Raum}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Korrektur durch Medium}}$

Deshalb

$$-i\omega \sigma_q^{vc}(\omega) = (i\Delta\omega_q - \gamma) \sigma_q^{vc} + i\Omega(\omega) (1 - \sigma_q^4 - \sigma_q^c)$$

nicht zeitveränderl,
sonst NLO

$$\sigma_q^{vc}(\omega) \approx \frac{|d_{cv}|^2}{v \epsilon_0 t} \frac{(1 - \sigma_q^h - \sigma_q^e)}{-i(\Delta\omega_q + \omega) + \gamma} E(\omega) \quad (E \parallel d_{cv})$$

• Gesamtpolarisation:

$$P(\omega) = \frac{|d_{cv}|^2}{v \epsilon_0 t} \sum_q (1 - \sigma_q^h - \sigma_q^e) \left\{ \frac{i E(\omega)}{-i(\Delta\omega_q + \omega) + \gamma} + \frac{i E(-\omega)}{-i(\Delta\omega_q - \omega) + \gamma} \right\}$$

für $\omega \approx \omega_q$
 $\gamma \rightarrow 0$

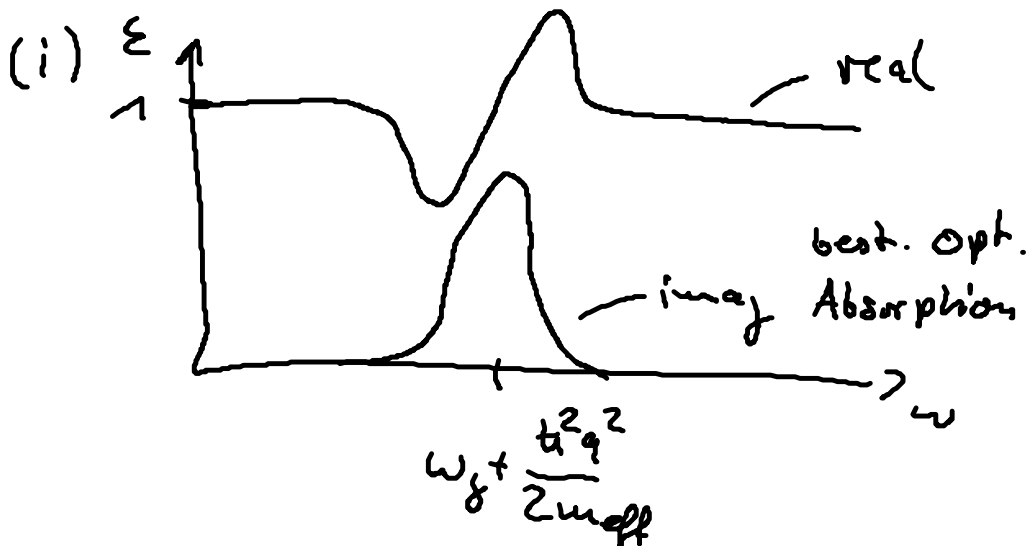
$\approx \frac{1}{0}$ mitnehmen
 $\approx \frac{1}{2\omega_q}$ vernachlässigen

aus $P = \epsilon_0 \chi E$, χ ablesen:

$$\chi(\omega) = \frac{|d_{cv}|^2}{v \epsilon_0 t} \sum_q \frac{i(\gamma + i(\Delta\omega_q + \omega))}{(\Delta\omega_q + \omega)^2 + \gamma^2} (1 - \sigma_q^e - \sigma_q^h)$$

komplexe Lorentzfit.
Pauliblockierung

Diskussion für einen q -Punkt:



$$\text{Im} \chi_q \sim \frac{\gamma(1 - \sigma_q^h - \sigma_q^e)}{(\omega - (\omega_\delta + \frac{t^2 q^2}{2m_{eff}}))^2 + \gamma^2}$$

Verhält sich in Resonanzumgebung wie harmon. Oszil.

(ii) aber: Vorfaktor $(1 - \sigma_q^h - \sigma_q^e)$ aus Pauliprinzip, das ist Modifikation durch QM

$$\frac{\sigma_q^e \neq 0}{\sigma_q^h \neq 0} \quad e$$

wenn also e^- / L_0 im System vorhanden sind, so wird χ um den Faktor

$$(1 - \sigma_q^h - \sigma_q^e) \text{ verringert}$$

$$\frac{\sigma_q^e \neq 0}{\sigma_q^h \neq 0} \quad h$$

opt. Absorpt. : e - $\text{Int} \chi \frac{L}{c_0} z$

(Lambert-Beer'sche Gesetz)

daher schwächt Pauliblockierungsfaktor die Absorption ab, es kommt mehr Licht durch Probe als wenn

$$\sigma_q^h = \sigma_q^e = 0 ;$$

Extremfall : $= 0$ transparent

$$(1 - \sigma_q^h - \sigma_q^e) < 0 ; \text{ d. h. } \sigma_q^e + \sigma_q^h > 1$$

\rightarrow neg. Absorption = opt. Gewinn

Wenn genügend e^- / L_0 im System sind, dann wirkt

die Probe als opt. Lichtverstärker!

stimulierte

= Emission