Quantisierung freier elektromagnetischer Felder

4.1 El.-dyn. Glgn, El.-dyn. Potenziale, $\vec{A}(\vec{r},t)$

Strahlungsbeziehung $\nabla\cdot\vec{A}=0$, $\phi=0$, $\vec{E}=-\dot{\vec{A}}$, $\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$

inhomogene Wellenglg $\left[\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\Delta\right]\vec{A}=\mu\vec{j}=0$ im Vakuum

6.4 Quantenfeldtheorie

Lagrange-Dichte $\mathcal{L}(\vec{A},\dot{\vec{A}},\vec{A}_{|k})$

Hamiltonsches Prinzip $\delta\int_{t_0}^{t_1}dt\int\mathcal{L}(\vec{A})\,d^3r=0$

Kanonisch konjugiertes Impulsfeld

$$\vec{\pi}(\vec{r},t)=\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\vec{A}}}$$

4.2 Quantisierung freier elm Felder

$$\mathcal{L}=\frac{\varepsilon}{2}\dot{\vec{A}}^2-\frac{1}{2\mu}(\nabla\times\vec{A})^2\quad,\quad\Box\vec{A}=0$$

$$\vec{\pi}(\vec{r},t)=\varepsilon\dot{\vec{A}}$$

Quantisierung: $\vec{A}\rightarrow\hat{\vec{A}}$, $\vec{\pi}\rightarrow\hat{\vec{\pi}}$

Energieoperator: Hamilton-Dichte $\mathcal{D}=\vec{\pi}\cdot\dot{\vec{A}}-\mathcal{L}$

$$=\frac{\varepsilon}{2}\dot{\vec{A}}^2+\frac{1}{2\mu}(\nabla\times\vec{A})^2$$

$$=\frac{1}{2\varepsilon}\vec{\pi}^2+\frac{1}{2\mu}(\nabla\times\vec{A})^2$$

$$=\frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D}+\frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}$$

Energie $H=\int\mathcal{D}\,d^3r$

Vertauschungsrelationen

Dispersionsbeziehung

$$\hbar\omega_j=h\nu_j(\vec{q})=v\,|\vec{q}|\ ,\quad |\vec{q}|=\frac{2\pi}{\lambda}$$

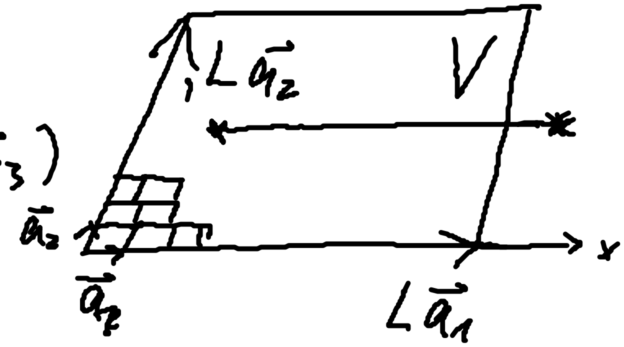
$\vec{q}$ = Ausbreitungsvektor

Grundgebiet $V = L^3 \Omega$

Elementarzelle $\Omega = (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$

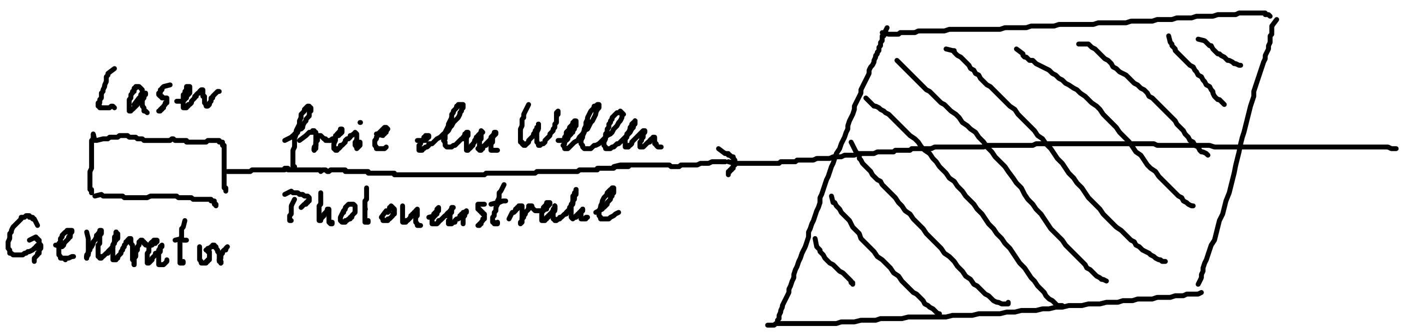
periodische Randbedingung

$$\psi(\vec{r} + L\vec{a}_j) = \psi(\vec{r})$$



$L \gg 1$

4.3 Elektron-Photon-Wechselwirkung



Born-Oppenheimer-Näherung

Bewegung der Atomkerne oder Ionen

Bewegung der Elektronen bzw. Valenzelektronen