

XI Nichtlineare Optik

Optik: Dynamik der Dipoldichte P und der Intensität I der von ihr erzeugten Strahlung
und dem einfallenden Feld E .

P proportional zu $E \rightarrow$ „lineare Optik“

P proportional zu E^n ($n > 1$) oder komplizierter
 \rightarrow „nichtlineare Optik“

nichtlineare Optik entsteht durch $\rho_{ii} \neq 0$

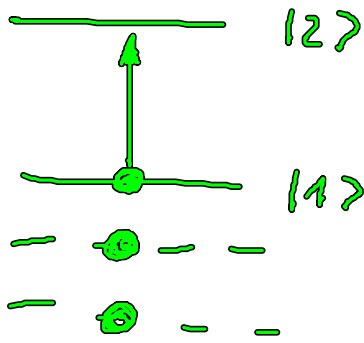
(2) $\rho_{22} \neq 0$ Besetzungswahrscheinlichkeit $\rho_{22} \neq 0$

(1) $\rho_{11} \neq 0$

typischerweise $\rho_{22} \sim E^2, E^4, E \int dt E(t')$

typisches Modellsystem f. Atom / Moleküle

vier Niveaus (N)



} greife nur 2 Niveaus heraus, die
"hinigermaßen" resonant
wechselwirken

Zwei Niveaugleichung:

$$\dot{\rho}_{12} = i\omega_{12}\rho_{12} - i(\Omega_{12}^*\rho_{22} - \Omega_{21}\rho_{11})$$

$$\dot{\rho}_{11} = -i(\Omega_{12}^*\rho_{21} - \Omega_{12}\rho_{12})$$

$$\dot{\rho}_{22} = -i(\Omega_{21}^*\rho_{12} - \Omega_{21}\rho_{21})$$

$\rho_{12} \sim \ddot{u} \omega A \rightarrow$ bestimmt Dipoldichte $P \sim \rho_{12}$

wird getrieben durch Feld E $\Omega_{12} = \Omega_{21} = \frac{dE(t)}{\hbar}$

($d_{12} = d_{21} = d$)

ρ_{22}, ρ_{11} Besetzungswahrscheinlichkeit in $|1\rangle$, bzw $|2\rangle$

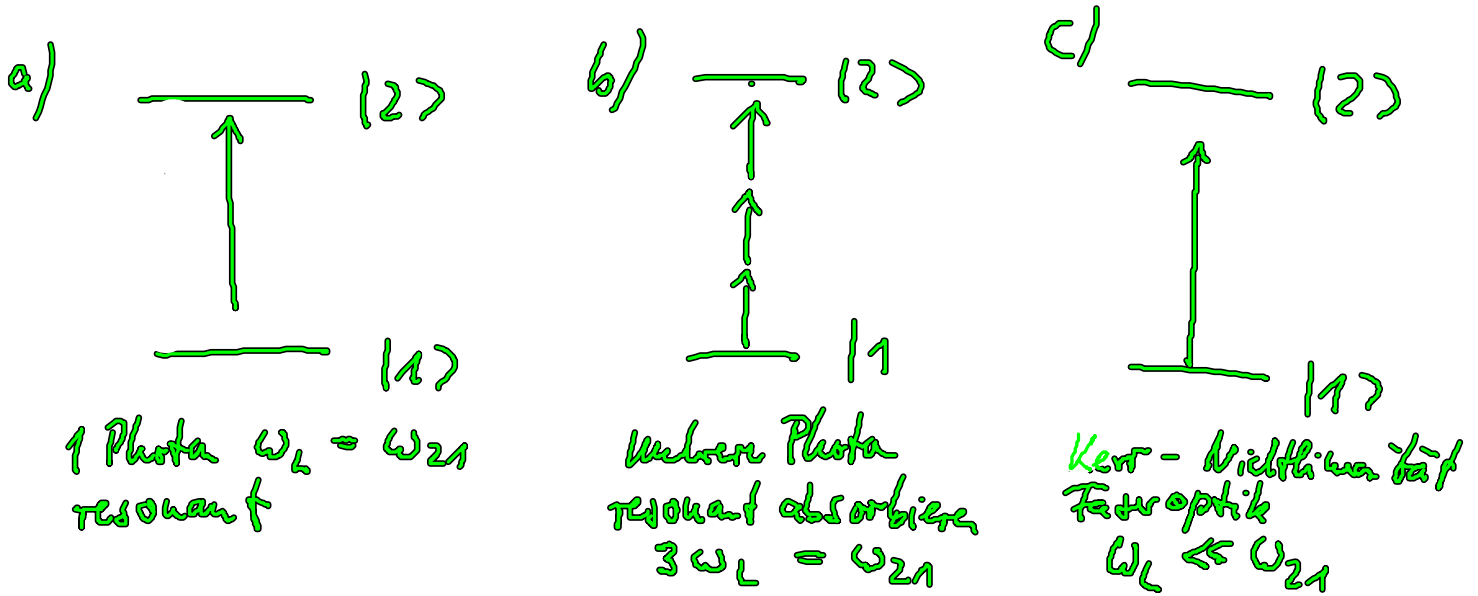
Anfangszustand $t = -\infty$ bevor Feld angeschaltet

$\rho_{11} = 1, \rho_{22} = 0$ (El ist unten)

$$\dot{p}_{11} + \dot{p}_{22} = 0, \text{ oder } p_{11} + p_{22} = 1$$

1. Klassifizierung und Störtheorie von Nichtlinearitäten

verschiedene Formen:



p_{12} Glödz. behandeln; formal lösen:

$$p_{12}(t) = -i \int_{-\infty}^t dt' e^{i\omega_{12}(t-t')} \underbrace{\Omega(t')}_{\text{ohne Index}} \left(\underline{p_{22}(t')} - \underline{p_{11}(t')} \right)$$

$(d_{12} = d_{21} = d)$

Störtheorie: nach Ordnung in Feld E^k (Potenzen)

1. Ordnung: $\Omega^1, p_{22} = 0, p_{11} = 1$

gilt lineare Optik

Man kennt $P(t) \approx \int dt' E(t')$

gedächtnis effekt, soll aufgehoben werden

\leftarrow in E-Feld

$$p_{12}^{(1)}(t) = i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_{12}s} \Omega(t-s) \quad (s=t-t')$$

Annahme: nichtresonant NL: $\overline{\omega_L} \uparrow \downarrow \omega_{21}$

$$\partial_t \Omega \sim \omega_L \Omega \ll \omega_{21} \Omega$$

$$\underline{p_{12}^{(1)}(t)} = i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_{12}s} \sum_{n=0}^{\infty} \partial_t^n \Omega(t) (-s)^n \frac{1}{n!}$$

$$= i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_{12}s} \underline{\Omega(t)} - i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_{12}s} s \underline{\partial_t \Omega(t)} \dots$$

$n=0$ $n=1$

Damit wird der gedächtniseffekt gelöscht

föhren formel ein Dämpfer ein:

$$\underline{\dot{p}_{12}} \approx (i\omega_{12} - \underline{\gamma}) p_{12}$$

$$= \frac{-i}{i\omega_{12} - \gamma} \Omega(t) + i \frac{\partial_t \Omega(t)}{\omega_{12}^2} + \dots$$

$\left. \begin{array}{l} \omega_{12} \gg \gamma \\ \gamma \rightarrow 0 \\ \text{nicht relevant} \end{array} \right\}$

geordnet nach $\frac{\omega_L}{\omega_{12}}$, also das

Zweite Ordnung Störungstheorie

$$\dot{p}_{22}^{(2)} = -i \Omega (p_{12}^{(1)} - p_{21}^{(1)})$$

geht off-sichtl. mit 2. Ordnung in Ω

$$\dot{p}_{22}^{(2)} = -i \Omega \cdot 2i \frac{\partial_t \Omega}{\omega_{12}^2} = \partial_t \left(\frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2} \right)$$

$$p_{22}^{(2)} = \frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2}, \quad p_{11}^{(2)} = 1 - \frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2}$$

aber Besetzungszahl erzeugt

dieser Term muss in p_{12} eingesetzt werden,
den wir brauen die Dipoldichte um Optal zu
beschreiben:

multiplizieren

$$\dot{p}_{12}^{(3)} = i\omega_{12} p_{12} + i\Omega \left(1 - 2 \frac{\Omega^2}{\omega_{12}^2} \right)$$

Optik
 $\sim \Omega^3$

aus nichtlinearen Term

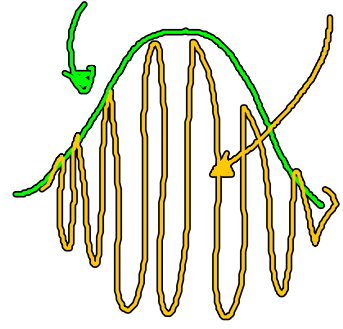
linear Optik

wird später
 wieder gelöst
 (Feldstärke)

$$p_{12}^{(3)} = i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_{12}s} \left(-2 \frac{\Omega^3(t-s)}{\omega_{12}^2} \right)$$

Ω^3 enthält viele Terme:

$$\Omega = \frac{dE(t)}{dt} \sim \tilde{E}(t) \cos(\omega_L t)$$



Lichtpuls

$$\Omega^3 = \frac{\tilde{E}^3(t)}{8} \left(e^{i\omega_L t} + e^{-i\omega_L t} \right)^3$$

$$\sim e^{i3\omega_L t} + e^{-i3\omega_L t} + 3e^{i\omega_L t} + 3e^{-i\omega_L t}$$

→ man hat $p_{12}(P)$ gelöst

durch $1 \times \omega_L$ aber auch $3 \times \omega_L$

↓
Kernnichtlinearität

→ 3. Harmonische
und 3. Plattenabsorption

2. Kernnichtlinearität

wichtig in Glasfasern, Solitonen $\Lambda =$
Paare die forminvariant sind aus
Kombination von $u(\omega)$ und Kern NL

$$p_{12}^{(3)}(t) = -2i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_L s} \frac{\Omega^3(t-s)}{\omega_L^2}$$

Kern $e^{\pm i\omega_L t}$

$$\Omega^3(t) \rightarrow \frac{3}{4} \tilde{\Omega}^3(t) \cos(\omega_L t) = \frac{3}{4} \tilde{\Omega}^2(t) \Omega(t)$$

$$p_{12}^{(3)} = \frac{3}{2} \tilde{\Omega}^2 \frac{\Omega(t)}{\omega_L^3}$$

Quelle in der Max wellgleichung $\sim P$ aus ∂_t^2
rausgezogen

$$\square E = \mu_0 \partial_t^2 P = \mu_0 \alpha \tilde{E}(t) \partial_t^2 \tilde{E}(t)$$

$$\left\{ \partial_z^2 - \left(\frac{1}{c^2} - \mu_0 \alpha \tilde{E}(z,t) \right) \partial_t^2 \right\} E(z,t) = 0$$

Verfälschter
 $\mu_0 \alpha, \omega_L^3$

$$\left\{ \partial_z^2 - \frac{1}{c^2} \underbrace{\left(1 - \frac{\kappa}{\epsilon_0} \tilde{E}^2 \right)}_{\text{Brechzahl}^2} \partial_t^2 \right\} E(z,t) = 0$$

$$\kappa \sim \frac{1}{\omega_L^2} < 0 \quad \rightarrow -2$$

Die Brechzahl hängt quadratisch von \tilde{E}^2 , $\omega_L^2 = \omega_1 - \omega_2$
 also von der Intensität ab! \tilde{E}^2

$$n^2 = (1 + \epsilon)^2 \approx 1 + 2\epsilon$$

Je höher die Intensität, desto höher n $\tilde{E}^2 = I$
 ($n \sim n_2 I$)

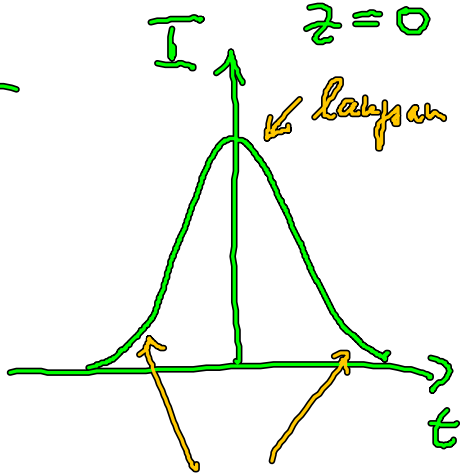
a) Selbstphase modulation

$$E(z,t) = f \left(n \frac{\omega_L}{c} z - \omega_L t \right)$$

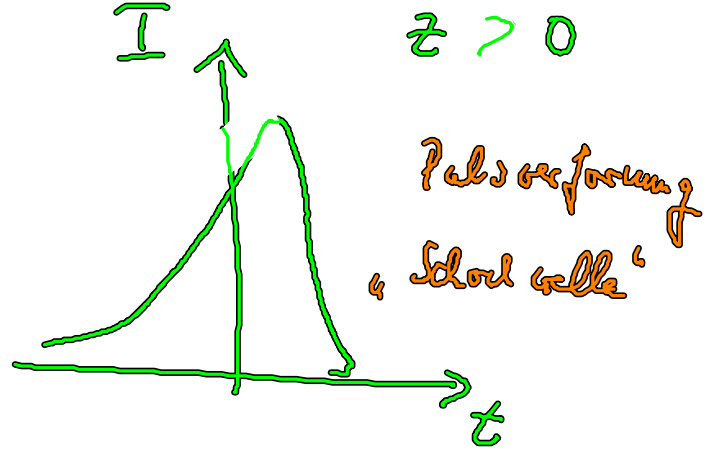
$$= f \left(n_0 \frac{\omega_L}{c} z + n_2 \frac{\omega_L}{c} I z - \omega_L t \right)$$

Feld moduliert die eigene Phase
 = Kerr-Effekt

Folge



weil $v \approx \frac{1}{n}$



Asymmetrie d. verschiedenen fest vordringender

des mittleren Zeitabschnitts verschiebt
sich zu größeren Zeiten, die anderen

zu kleineren Zeiten \rightarrow Asymmetrie

wird in Fasern kompensiert durch $n(\omega)$
 \uparrow
linear

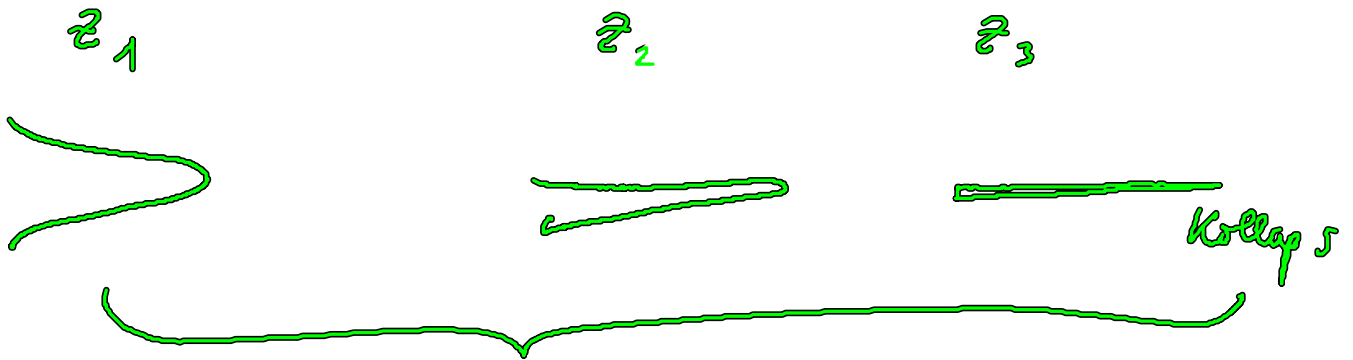
b) Selbstfokussierung

Gaußstrahl



wegen der unterschiedlichen Brechzahl (n) kommt es zu

Beweg. der Stab in die Richtg. der größten Brechzahl
 (\rightarrow) aufgrund der E-Lokalgleichg.



Selbstfokussierung durch
 die selbstinduzierte
 Brechzahländerg.

3. Höhere Harmonische

aus Beiträge $e^{\pm i3\omega_c t}$ an Ω^3 in $f_{12}^{(3)}$

$$\Omega^3(t) = \frac{1}{4} \tilde{\Omega}^3(t) \cos(3\omega_c t)$$

$$\rightarrow f_{12}^{(3)}(t) = \frac{1}{2} \frac{\tilde{\Omega}^3(t)}{\omega_{12}^2} \underbrace{\cos(3\omega_c t)}$$

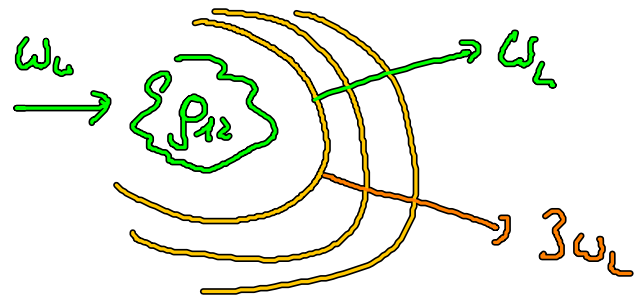
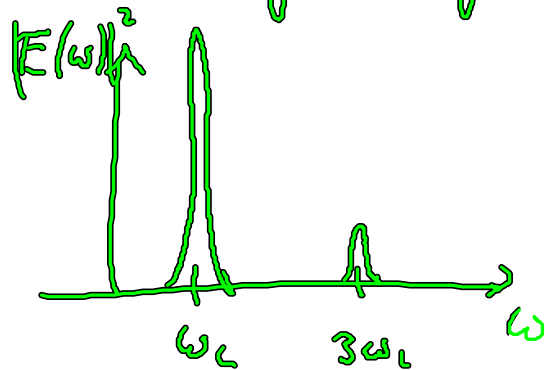
Die Dipol dritte schwingt mit
 einer Frequenz die 3x der

Längestrahlte Frequenz ω_L entspricht.

$$P_{3\text{Harmonisch}} = \overline{P} \underbrace{\tilde{E}^3(t)}_{\text{Vorfaktor}} \cos(3\omega_L t)$$

Die Oszillation dieses Dipols erzeugt im Fernfeld über die retardierten Potentiale der

Maxwellgleichungen ein \vec{E} -Feld bei $3\omega_L$.



Umwandlung von ω_L in höhere ganzzahlige Vielfache wird Erzeugg. v. höheren harmonischen genannt

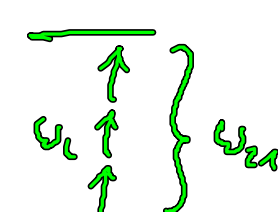
→ 2 ω Erzeugg. von Röntgenstrahlen

4. Multiphotonabsorption

$$P_{12}^3(t) = -2i \int_0^{\infty} ds e^{i\omega_{12}s} \frac{\Omega^3(t-s)}{\omega_{12}^2}$$

mit Vernachlässigung aller Anteile $|\omega_{12}| \approx 3\omega_L$

$$g_{12}^{(3)}(t) = -2i \frac{1}{8\omega_{12}^2} \int_0^t ds \left(e^{3i\omega_L(t-s)} + e^{-3i\omega_L(t-s)} \right) e^{i\omega_{12} \tilde{\Omega}^3(t-s)}$$



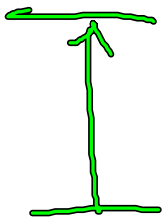
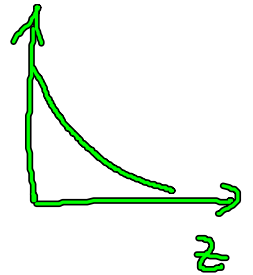
$$g_{12}^{(3)}(t) \approx i \frac{1}{8\omega_{12}^2} \tilde{\Omega}^3(t) e^{-3i\omega_L t} \approx 1$$

fidelitäts

$$g_{22}^{(4)} \rightarrow g_{12}^{(5)} \rightarrow g_{12}^{(5)} = -i \frac{\tilde{\Omega}^5}{2\omega_{12}^2 \gamma^3} e^{-i\omega_L t}$$

Lambert-Beer
f. 1 Photon

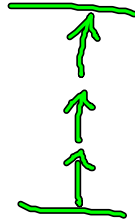
$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = -\alpha_{1p} I(z)$$



Absorption d.
3 Photonen

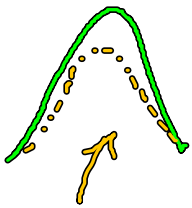
$$\frac{\partial}{\partial z} I(z) = -\alpha_{3p} I^3(z)$$

← (4)

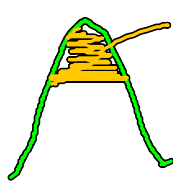


$$I = \frac{I_0}{\sqrt{1 + 2\alpha_{sp} I_0 z}} \approx \frac{1}{\sqrt{z}}$$

man erhält für u -Photonabsorption
ein anderes Potenzgesetz, typischerweise
wird zu Beginn der Probe die Puls-
schmelze absorbiert.



es gibt immer
bei 1 Photon



Spitze wird
stärker
weg geschwitten