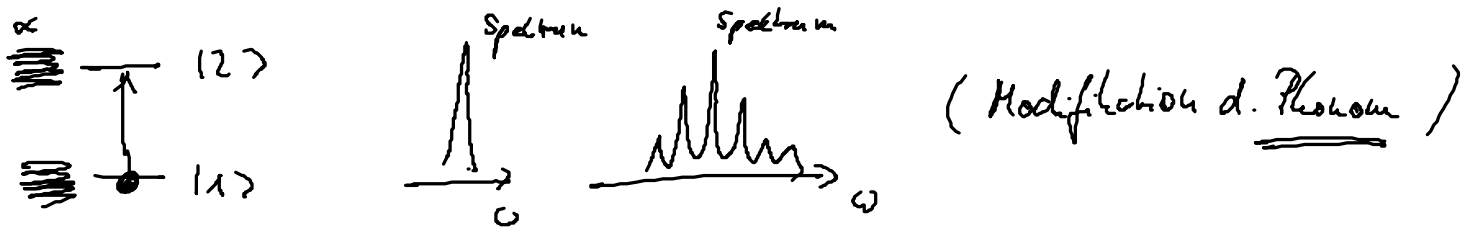


2.3.5 Diskussion des Modells unabhängiger Bosonen

„independent Boson model“; beschreibt die Wechselwirkung eines Zweiniveausystems mit einem Satz von einander unabhängigen Bosonen (Phononen)

$$P(t) = P_0 e^{i\omega_{12}t} \exp\left(i \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}} t - \phi(t)\right)$$

\uparrow Dipol des 2-Niveausystems
 \uparrow Anfangswert
 \leftarrow freie Oszillation
 \leftarrow Modifikation durch Phononen



mit kohärenter Überlagerung \sim P-Dipolschwingg. absorbiert Licht

Frage: wie sieht Spektrum aus?

$$\phi(t) = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \left\{ (1+n_{\alpha}) (1 - e^{-i\omega_{\alpha}t}) + n_{\alpha} (1 - e^{i\omega_{\alpha}t}) \right\}$$

Bemerkg. :

a) Energieverschiebung des „nächsten“ elektronischen Übergangs

$$\omega_{12} \rightarrow \tilde{\omega}_{12} = \omega_{12} + \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}}$$

„Polaron shift“ Polaron: elektronische Anregg.
+ Phononwolke

b) denn $\phi(t)$ wird es eine Modifikation der harmonischen Schwingg. geben:

Sieht man schon bei 1 Phononmode: $\alpha = 0$

$$P(t) = P_0 e^{i\tilde{\omega}_0 t} \left(e^{-\frac{g_0^2}{\omega_0} (1+2n_0)} \sum_{l,m} \frac{(1+n_0)^l}{l!} e^{-im\omega_0 t} \frac{g_0^2}{m!} e^{il\omega_0 t} \right)$$

Es treten Mehrphononprozesse auf ($l, m = 0, 1, 2, \dots$)
in der umgebenden Phononwolke.

→ Herausbildg. einer Quasianregung:

Umgebung + nächste Anregung

c) es tritt Phononemission $\sim (1+n_0)^m$

und Phononabsorption $\sim n_0^l$ auf $\alpha = 0$

$$u_\alpha = \frac{1}{e^{\beta \hbar \omega_\alpha} - 1}$$

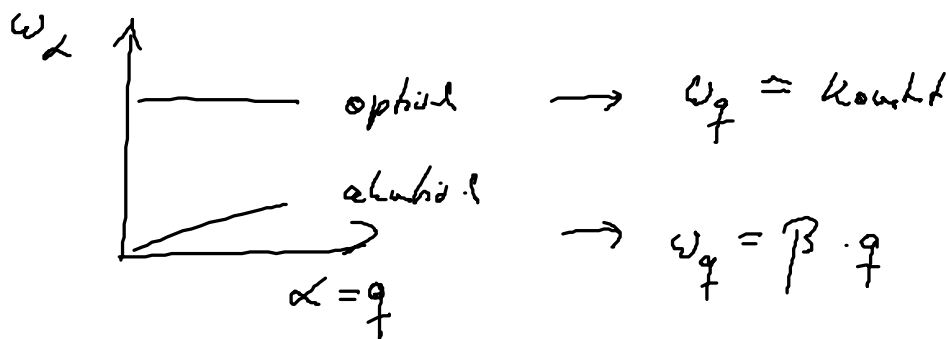
Hohepunkt fall $T \rightarrow \infty$

$$\approx \frac{1}{1 + \beta \hbar \omega_\alpha} \approx \frac{kT}{\hbar \omega_\alpha}$$

Tiefpunkt fall $T \rightarrow 0$

$$\approx e^{-\beta \hbar \omega_\alpha} \rightarrow 0$$

Konkretes Verhalten ist eben abhängig v. Phononstruktur:



diskutiere 2 Modelle:

- ein Phonon mod feste Energie
- viele Phonon mode verschieden Energie

2.4. Zwei Modellfälle der diagonalen El-Ph Kopplung

2.4.1. Ein feste Mode $\alpha = 0$

(optisch Mode z.B.)

$$P(t) = P_0 e^{i\tilde{\omega}_0 t} e^{-\phi(t)}$$

$$\phi(t) = \frac{g^2}{\omega_0^2} \left\{ (1+u_0) \frac{(1-e^{-i\omega_0 t})}{-} + u_0 \frac{(1-e^{i\omega_0 t})}{-} \right\}$$

$$u_0 = 1/(e^{\beta t \omega_0} - 1) \rightarrow \frac{u_0 + 1}{u_0} = e^{\beta t \omega_0}, \quad \left(\frac{u_0 + 1}{u_0}\right)^{1/2} = e^{\frac{\beta t \omega_0}{2}}$$

$$\phi(t) = \frac{g^2}{\omega_0^2} \left(\frac{(2u_0 + 1) - (u_0(u_0 + 1))^{1/2}}{+} \left(e^{-i\omega_0(t + i\frac{\beta}{2}t)} + e^{i\omega_0(t + i\frac{\beta}{2}t)} \right) \right)$$

$$\text{aus } e^{z \cos \vartheta} = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} I_{|l|}(z) e^{il\vartheta}$$

Entwickl. nach Besselfunktion $I_l(z)$ mit

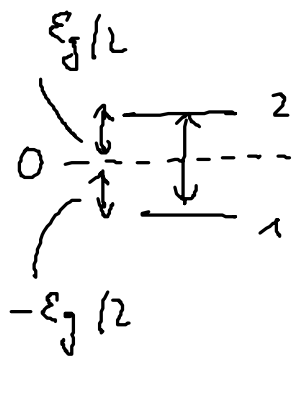
$$z = 2 \frac{g^2}{\omega_0^2} (u_0(u_0 + 1))^{1/2}, \quad \vartheta = \omega_0 \left(t + i \frac{\beta}{2} t \right)$$

$$P(t) = P_0 e^{i\tilde{\omega}_0 t} e^{-\frac{g^2}{\omega_0^2} (2u_0 + 1)} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \left(I_{|l|} \left(\frac{2g^2}{\omega_0^2} [u_0(u_0 + 1)]^{1/2} \right) e^{il\omega_0 t} e^{-e^{\frac{\beta}{2} \omega_0 t}} \right)$$

wenn man jetzt Absorption & Spektrum ansieht,

also die Spektralzerleg. (Fouriertransformation) der Dipoldichte

$$P(\omega) = \sum_e \alpha_e \delta(\omega - |\tilde{\omega}_{12}| + l\omega_0)$$

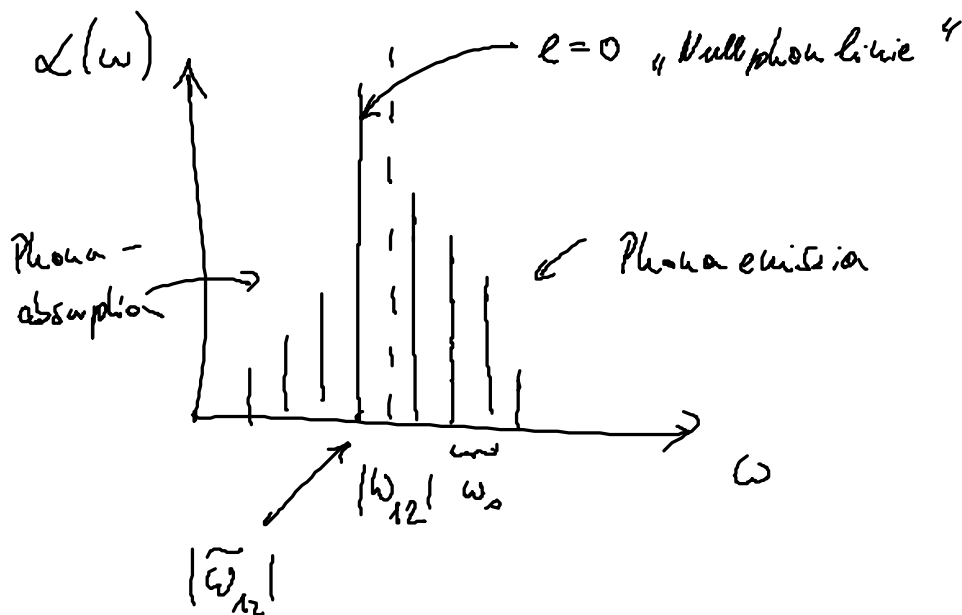


$$\omega_{12} = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\hbar}$$

$$= \frac{-\epsilon_g}{2} - \frac{\epsilon_g}{2} = -\epsilon_g < 0$$

Die Absorption besteht aus einer Summe von δ -Linien die um jeweils $\Delta\omega = \omega_0$ verschoben sind.

ω ist als absorbierte Lichtfrequenz zu interpretieren.



Bemerkung: a) jede Linie ist am Polarschiff beschoben

b) \int Ungenauigkeit um die Nullphononlinie:

$$l > 0 \text{ also } \omega < |\tilde{\omega}_{12}|$$

$$|\tilde{\omega}_{12}|$$

$$\hat{\omega} \rightarrow \hat{\omega}_0$$

Licht das
z.V. gesteuert wird

1 Photon a wird
von Umgebung
z.V. gesteuert

} gilt f.
 u -Photonprozesse

je größer u , desto unwahrscheinlicher

→ Linie wird kleiner

$$l < 0 \text{ also } \omega > |\tilde{\omega}_{12}|$$

$$|\tilde{\omega}_{12}|$$

$$\hat{\omega} \leftarrow \hat{\omega}_0$$

1 Photon kann an
Umgebung abgegeben werden

(u Photon - analog)

c) mathematische Struktur der Bessel funktion:

$$I_{|l|}(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k! (|l|+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{|l|+2k}$$

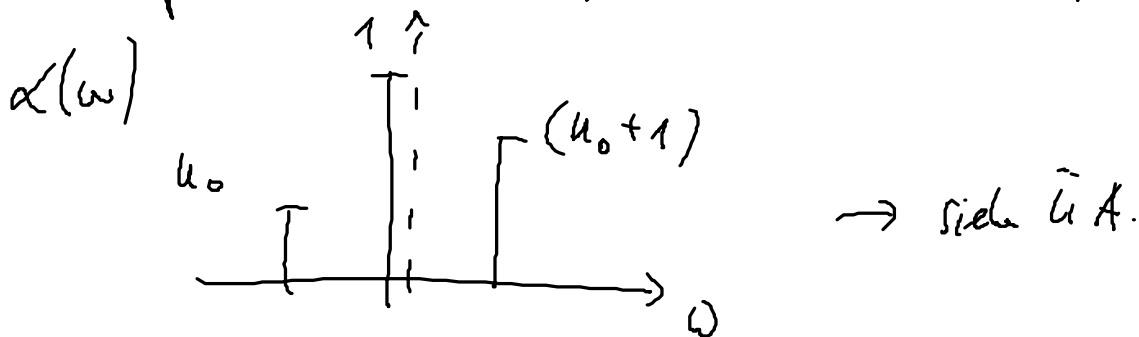
$$\alpha_0 = P_0 \left(1 - \frac{q^2}{\omega^2} (1+2u_0)\right)$$

$$\alpha_1 = P_0 \frac{g^2}{\omega_0^2} u_0$$

$$\alpha_{-1} = P_0 \frac{g^2}{\omega_0^2} (u_0 + 1)$$

Sind die Koeffizienten für $x \cong g^2 \rightarrow 0$

für kleine Kopplungsstärke: (1. Ordng Taylor, $\alpha_{\pm} = 0, \pm 1$)



2.4.2. Viele diskrete Phononmoden

Summe über α ernst nehmen ($\alpha \hat{=} \text{Modenindex}$)

$$\sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \text{ ist gerundet } \cong \int d\omega \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \delta(\omega - \omega_{\alpha})$$

↑
Moden integrieren,
ist einfach +
Moden sollen diskret liegen

$$= \int d\omega f(\omega), \quad f(\omega) = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} \delta(\omega - \omega_{\alpha})$$

f. $J(\omega)$ wird Modell eingesetzt,

ω liegen dicht, J heißt spektraldichte des El-Pl - WW

Beispiel: $\omega J(\omega) = \Theta(\omega) \frac{\alpha_0^2}{\omega^2 + \omega_D^2}$

- dichte Spektrum:

- $\omega \geq 0$, siehe gestellt d. Θ -Funktion

- $J(\omega) \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$

- die Debye-Frequenz ω_D ist ein typischer Abschneideparameter

- α_0^2 : Stärke des WW

siehe jetzt wieder Modell $P(t) = P_0 e^{i\tilde{\omega}_\alpha t} e^{-\phi(t)/\tau}$ an:

man kann Dämpfung des Dipollichts erwarten,

weil noch sehr dicht liegt \rightarrow destruktive Interferenz

a) Polarislicht Δ

$$\Delta = \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}} = \sum_{\alpha} \int d\omega \delta(\omega - \omega_{\alpha}) \frac{g_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}} =$$

$$= \int_0^{\infty} d\omega \omega \mathcal{J}(\omega) = \int_0^{\infty} d\omega \frac{\alpha_0^2}{\omega^2 + \omega_D^2} = \frac{\alpha_0^2}{\omega_D} \frac{\pi}{2}$$

↗
Bedeutung als Fläch. d. d.
Modellparameter

b) Zeitlich Dämpfungg. der Dipolstärke

sehen uns daher den Realteil von $\phi(t)$ an

$$\operatorname{Re} \phi(t) = \sum_{\alpha} \frac{q_{\alpha}^2}{\omega_{\alpha}^2} (1 + 2u_{\alpha}) (1 - \cos(\omega_{\alpha} t))$$

$$\underbrace{\frac{2kT}{\hbar \omega_{\alpha}}}_{f. T \rightarrow \infty}$$

$$= \int_0^{\infty} d\omega \frac{2kT}{\hbar \omega} (1 - \cos(\omega t)) \mathcal{J}(\omega)$$

$$\operatorname{Re}(\phi(t)) = \int_0^{\infty} d\omega \frac{2kT \alpha_0^2}{\hbar \omega^2} (1 - \cos(\omega t)) \frac{1}{(\omega^2 + \omega_D^2)}$$

kann nachgeschlagen oder berechnet werden:

$$= \frac{\pi kT}{\tau} \frac{\alpha_0^2}{\omega_D^3} (e^{-\omega_D t} + \omega_D t - 1)$$

$P(t) \approx e^{-\gamma (e^{-\omega_D t} + \omega_D t - 1)}$ ist Dämpferanteil
 der Dipolschwingung

$$\gamma = \frac{\pi kT \alpha_0^2}{\tau \omega_D^3}$$

Bemerkung z. Dämpfung:

a) Kurzzeitverhalten: $\omega_D t \ll 1$

→ „siehe auf Zeitstufen auf Seiten in der sich die

Phononoszillation noch nicht richtig ausgebildet haben“

$$e^{-\omega_D t} + \omega_D t - 1 \approx (1 - \omega_D t + \frac{1}{2}(\omega_D t)^2 + \omega_D t - 1)$$

$$= \frac{1}{2}(\omega_D t)^2$$

$$\rightarrow P(t) \sim e^{-\frac{\gamma}{2}(\omega_D t)^2}$$

gibt ein quadratisches Zerfallsgesetz und

daher wäre eine Absorption Linie gaussförmig.

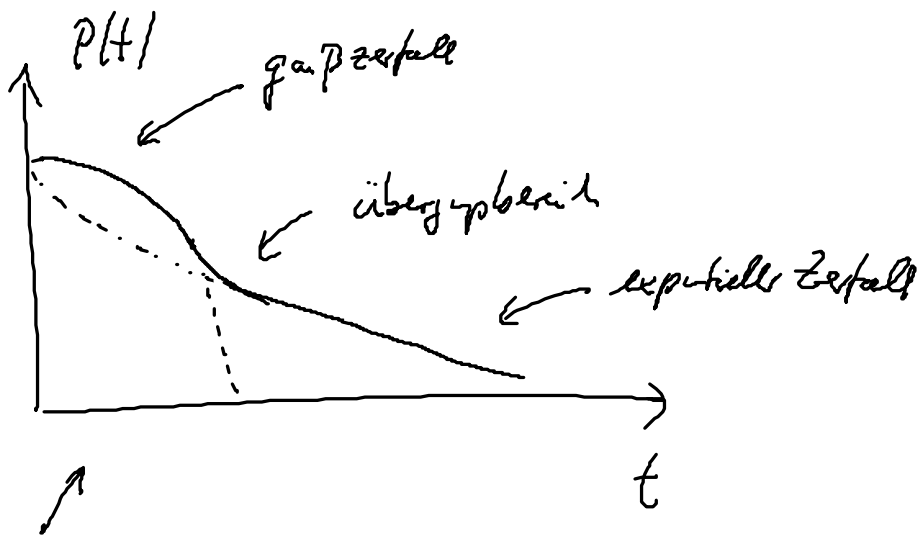
b) Langzeitverhalten: $\omega_D t \gg 1$

→ "siehe nach auf Zeitstrahl auf der sich die
Photonoszillation voll ausgebildet haben"

$$e^{-\omega_D t} + \omega_D t - 1 \approx \omega_D t$$

$$\rightarrow P(t) \approx e^{-\gamma(\omega_D t)}$$

man erhält einen exponentiellen Zerfall für lange Zeiten
das Absorptionsspektrum ist Lorentzformig



nicht markoff Verhalten

≙ "gedächtnis"

"Photon findet erst nach
in Ruhe ihre Frequenzen"

c) Interpretation: Die Freiq. der Zeitstrahl durch $\frac{1}{\omega_D}$

findet bei der Zeit statt, wo sich die Photonen
"in klar sind" mit welcher Frequenz sie schwingen müssen

für kleine Zeiten sind Photonen eingefroren } tiefe T
→ Saußartiges Absorptionsspektrum

f. große Zeiten und bewegl. Photonen } hohe T
→ kontinuierliches Absorptionsspektrum

→ qualitative, halbquantitative Diskussion

