

letzte VL beweisen:

$$\langle T e^{\int_{-t}^t V(t')} \rangle = \exp \left\{ \sum \text{alle verbundenen Diagramme} \right\}$$

$$= \exp \left( \sum_e \tilde{U}_e \right),$$

$$\tilde{U}_e = \frac{1}{e!} \int dt_1 \int dt_2 \dots \int dt_e \langle T V(t_1) V(t_2) \dots V(t_e) \rangle$$

- die Störreihe ist unsortiert in der exp.-Pot.

$$e^x \approx 1 + x \approx 1 + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \\ | \\ \circ \\ | \\ \circ \end{array} + \dots$$

↑  
Zweite Ordnungsterme

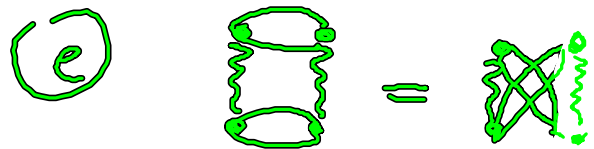
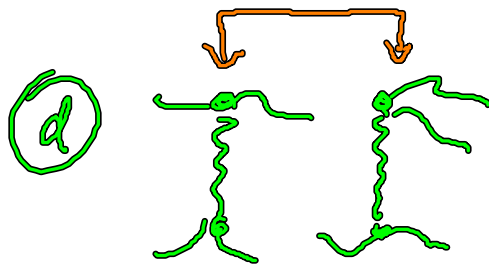
(wobei Umstände anpassen,

wobei uns eine Ordnung gesucht ist)

- Diagramme sind immer noch zu viele  
 und es gibt Regeln mit denen man  
 entscheiden kann ob 2 gezeichnete Diagramme  
 denselben Wert haben:

d) 2 Diagramme sind identisch wenn man sie durch  
 Tausch der Zeitpunkte erzeugen kann

e) 2 Diagramme können durch Mehrfachwertigkeiten  
 identisch werden:



d) Zeitliche Symmetrie

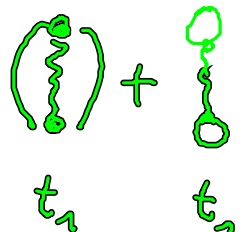
Bei Term  $\tilde{U}_e$  haben Diagramme die durch Permutation  
 $\uparrow$   
 $pt$

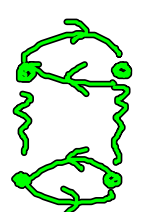
der Zeit auseinander hervorgehen denselben Wert:

$$\int^t dt_1 \cdot \int^t dt_i \int^t dt_j \cdot \int^t dt_e \langle T \dots v_i v_j \dots \rangle =$$

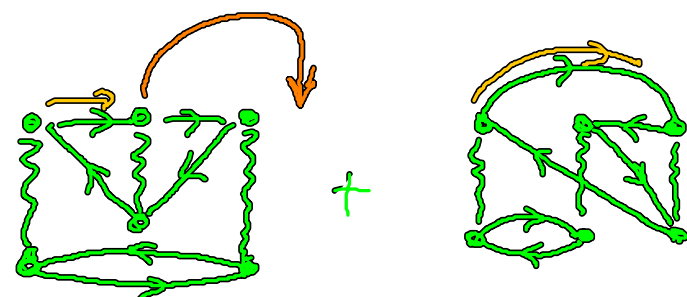
$$\int^t dt_1 \int^t dt_j \int^t dt_i \cdot \int^t dt_e \langle T \dots v_j v_i \dots \rangle .$$

In jedes Ordung  $l$  sind  $(l-1)!$  gewelte Diagramme  
auf diese Art ineinander überföhrbar.

$l=1$    $\rightarrow$  nicht austauschbar  
 $(l-1)! = (1-1)! = 0! = \underline{\underline{1}}$

$l=2$    $\rightarrow$  man findet kein  
gewelt, die ineinander  
überföhren sind

$$(l-1)! = (2-1)! = \underline{\underline{1}}$$

$l=3$    $\rightarrow$  Sind überföhrbar!

was das ausrechnen und  
mit 2 verten.

...

$$\Rightarrow \tilde{u}_e = \frac{1}{e!} (e-1)! \int dt_1 - \int dt_2 \langle T V_1 \dots V_e \rangle'_{vvd}$$

verschiedene ordnung Diagramme  
1. Art

$$= u_e$$

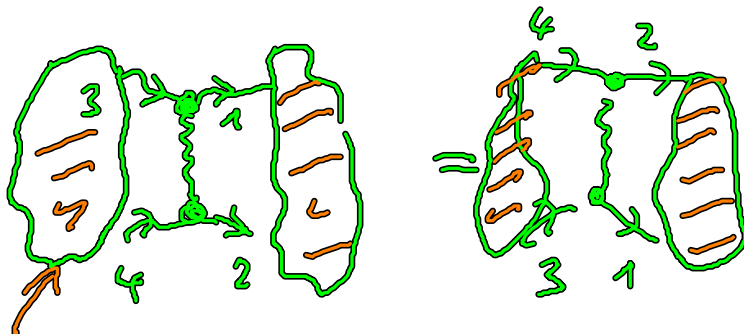
e) Indexsymmetrie:

denn Indexsymmetrie hat topologisch äquivalente  
Diagramme 2. Art auf, für Correl:

$$V_{1234} = V_{2143} \rightarrow \text{solche Symmetrie kann}$$

$\uparrow \uparrow \uparrow$

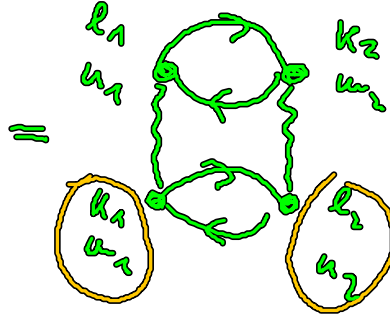
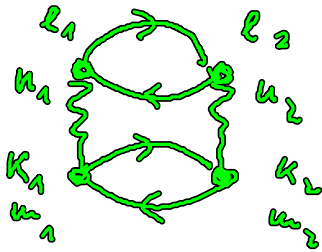
man an den Vertizen auswendig um Diagramme  
in Grand 2 überführen:



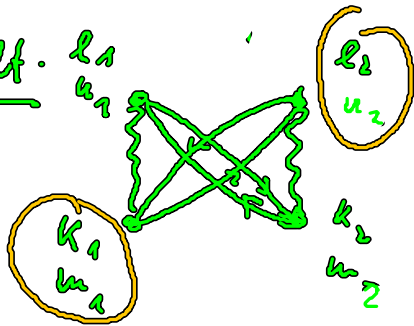
# and Diagramm

## 2. Ordng. C-WU:

gemalt

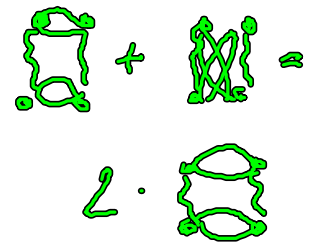


gemalt



=

→



man liest in  $\tilde{U}_2$  beide Diagramme gemalt  
 und dann fest gestellt sie sind identisch,  
 dann wird man als 1 Diagramm - 2  
 bruch misse.

Allgemein Verfahren um Zahl der topolog. äquivalent


Diagramme 2. Art festzulegen:

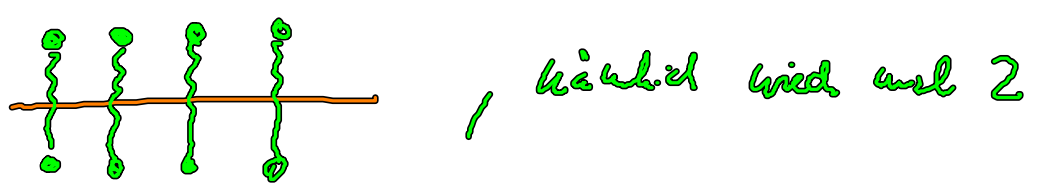
1 Linie festhalten, andere Linie drehen:

in der  $u$ -ten Ordnung  $\underbrace{\begin{matrix} \vdots \\ \vdots \\ \dots \\ \vdots \end{matrix}}_u$

$\rightarrow 2^{u-1}$  topologisch äquivalente Diagramme  
 ( $u=2$  liefert hier 2.)

die festgehaltenen Linien kann auch weggelassen werden:

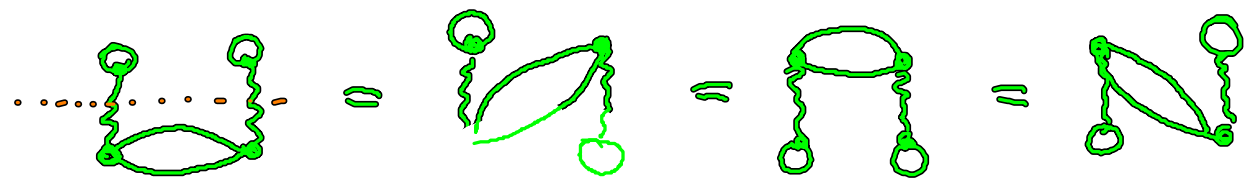
bringt keine Diagramme, wenn kein Segment bei Bezug der Achse 



$\rightarrow 2^{u-1}$  f. symmetrische Situationen

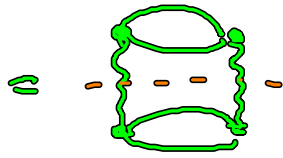
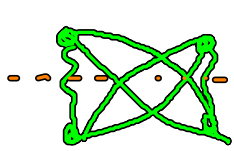
$2^u$  f. unsymmetrische Situationen

un-symmetrisch  $2^4 = 2^2 = 4 :$



symmetrisch

$$2^{n-1} = 2^1 = 2$$



weitere Drehg. bringt nichts

Insgesamt: alle Diagramme aufzählen  
+ dann Symmetrie zählen.

### 3.2. Ein Beispiel: Korrelationsenergie d. Elektronengas

wie Skizze!  $\rightarrow$  einige leerrichtete Schritte

$$\Delta E = -\partial_{\beta} \ln \left\langle T e^{-\int d\beta' H_0(\beta')} \right\rangle$$

$\uparrow$   
Vielteilchen-WV (aus Zustandsraum)

$$H_W = \text{Coulomb-WV} = \frac{1}{2} \sum_{n \neq k} V_{nk} a_n^\dagger a_n a_k a_k$$

$$\Delta E = -\partial_{\beta} \sum_e \frac{(-1)^e}{e!} \int_0^{\beta} d\beta_1 \cdots \int_0^{\beta} d\beta_e \langle T H_W(\beta_1) \cdots H_W(\beta_e) \rangle$$

$$\Delta E = -2\beta \left( \cancel{\text{diagram}} + \text{diagram} + \underbrace{\text{diagram} + \text{diagram}}_{\substack{\ell=2 \\ \text{Kombinationen in} \\ \text{Unterschied zu Hartree-Fock}}} + \dots \right)$$

$\swarrow \quad \ell=1$   
 $\downarrow$  Hartree-Fock  
 $\downarrow$

$\left( \cancel{\text{diagram}} \right) \rightarrow 0 \quad (q=0)$

a) Störtheorie f.  $\ell=1$

Das erste Diagramm liefert bereits den Hartree-Fock Beitrag

$$\begin{aligned}
 \text{diagram} &= (-1)^{\text{loop}} \frac{(-1)^{\ell-1}}{2} \sum_{u,v \in \ell} \int_0^\beta d\beta_1 V_{uv\ell} \xrightarrow{\text{Tomifkt.}} \frac{G_{uv}(0)}{G_{uv}(q)} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{u,v \in \ell} \beta V_{uv\ell} \xrightarrow{\text{Tomifkt.}} \frac{\delta_{uv}}{\delta_{uv}} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{u,v} \beta V_{q_u - q_v} f_{q_u} f_{q_v}
 \end{aligned}$$

$$\Delta E = -\frac{1}{2} \sum_{q, q'} V_q \left\{ \begin{matrix} q+q' & f_{q'} \\ q-q' & f_{q'} \end{matrix} \right.$$

$\nearrow \quad \Theta(k_F - |q - q'|)$



$$f.T \rightarrow 0$$

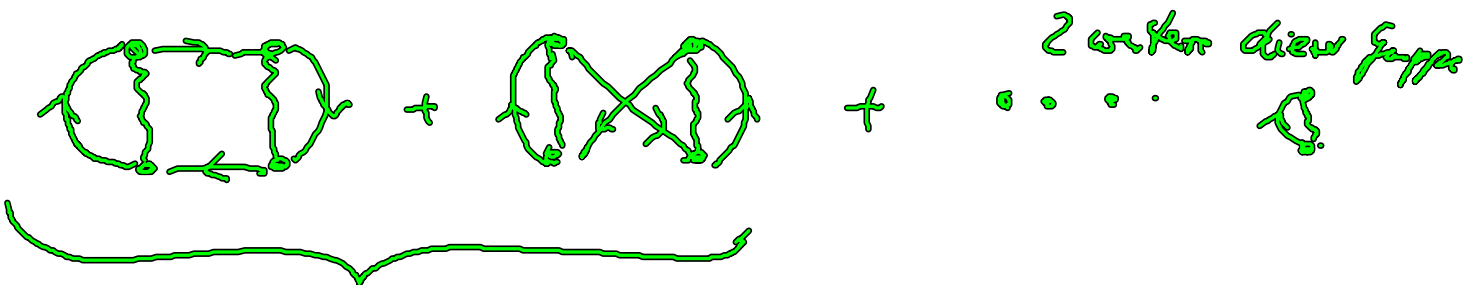
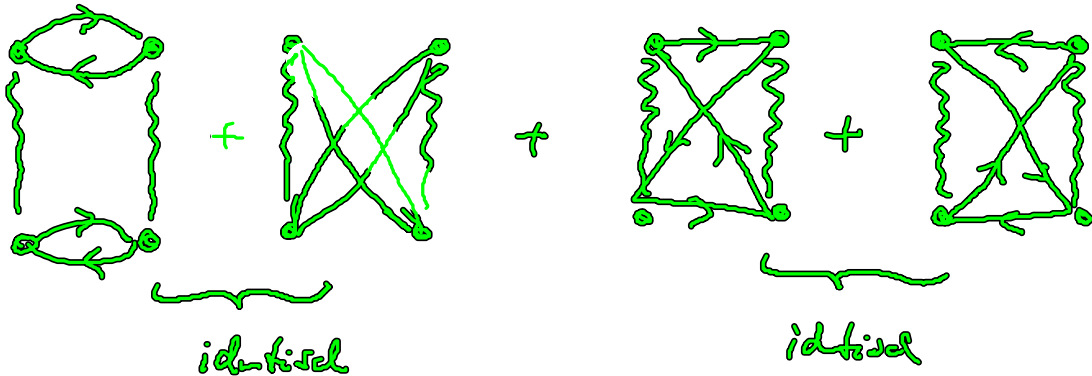
$$= -N E_{\text{reg}} \frac{0.961}{\tau_5}$$

$$(\tau_5^{-3}) = \frac{4\pi}{3} 4 a_0^3$$

↑ mit Zahl  $\nu$   
Elektron im Volumen  
d. Bohreradius

### b) Störtheorie 2. Ordnung - Korrekturen

24 Diagramme :  $4 \cdot 1 \cdot 1 \rightarrow 0$



$\bar{T} \rightarrow 0$  verschwindet  
(Mittelp. o. Beweis)

$$\Delta E^{(2)} \sim 2 \text{ (a)} + 2 \text{ (b)}$$

aus vorher VL ableiten:

$$a = \frac{1}{2} \sum_{q, k, e} \frac{V_q^2}{\epsilon_k + \epsilon_e - \epsilon_{k+q} - \epsilon_{e-q}} f_k f_e (1 - f_{k+q}) (1 - f_{e-q}) \quad (T \rightarrow 0)$$

→ ∞ wird gerüst

$$T \rightarrow 0: \sum_{q, k, e} : \sum_{\substack{e, k < k_F \\ |k+q| > k_F, |e-q| > k_F}}$$

Siehe nun die Integralform f.  $q \rightarrow 0$  an:

$$a \sim \int \frac{d^3 q}{q^4} \int_{k \leq k_F} d^3 k \int_{e \leq k_F} d^3 e \frac{1}{(q^2 + \vec{q} \cdot (\vec{k} - \vec{e}))}$$

→ Coulomb  $V_q$   
 $|k+q| > k_F$   
 $|q-e| < k_F$   
 $k$  lebt auf klein "Schale" um  $k_F$   
 Dichte  $\sim q$   
 analog  $\sim q$

$$q \rightarrow 0 : \int \frac{dq q^2}{q^4} \quad q^2 \quad \frac{1}{q}$$

↑  
 Schritt der Dichte  $q$

$$= \int_0 \frac{dq}{q} = \ln q \Big|_0 \rightarrow \infty$$

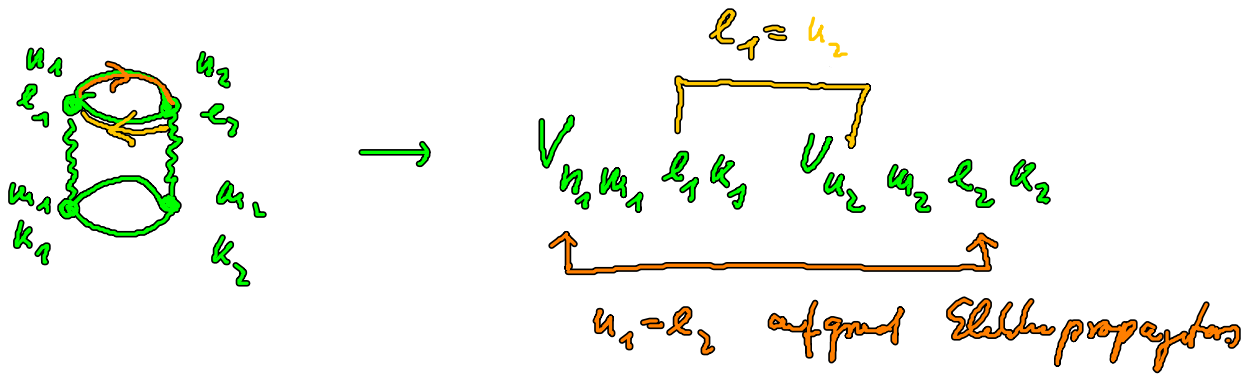
Offiziiell divergiert die 2. Ordng. Störtheorie.

Ausweg?      zur Info: b kann ohne Problem berechnet werden.

$$(b) \sim V_q \quad V_{k-e+q}$$

↑  
 macht die  
 Sign. leicht sichtbar  $q \rightarrow 0$

Man stellt fest, daß alle anderen Ordnung  $V_f^a$  konvergent sind divergieren.



$$= V_{u_1 - l_1} V_{u_2 - l_2}$$

$$= (V_{u_1 - l_1})^2 = \frac{1}{|u_1 - l_1|^4}$$

$$\sim \frac{1}{g^4}$$

→ die Ringe machen den am meisten divergent Beitrag! Für  $r_s \rightarrow 0$

$$r_s \sim \frac{1}{g} \quad \text{für hohe Dichte!}$$

Man sollte also versuchen, alle Ringdiagramme innerhalb eines Ordnung  $l$  und dann  $\neq$  Ordnung  $l$

auf Summieren. (Fell-Mann, Brückner)

Das Ergebnis ist: man erhält Reihe der Form:

$$A \frac{1}{r_s} + B \frac{1}{r_s^2} + C \frac{1}{r_s^3} \dots$$

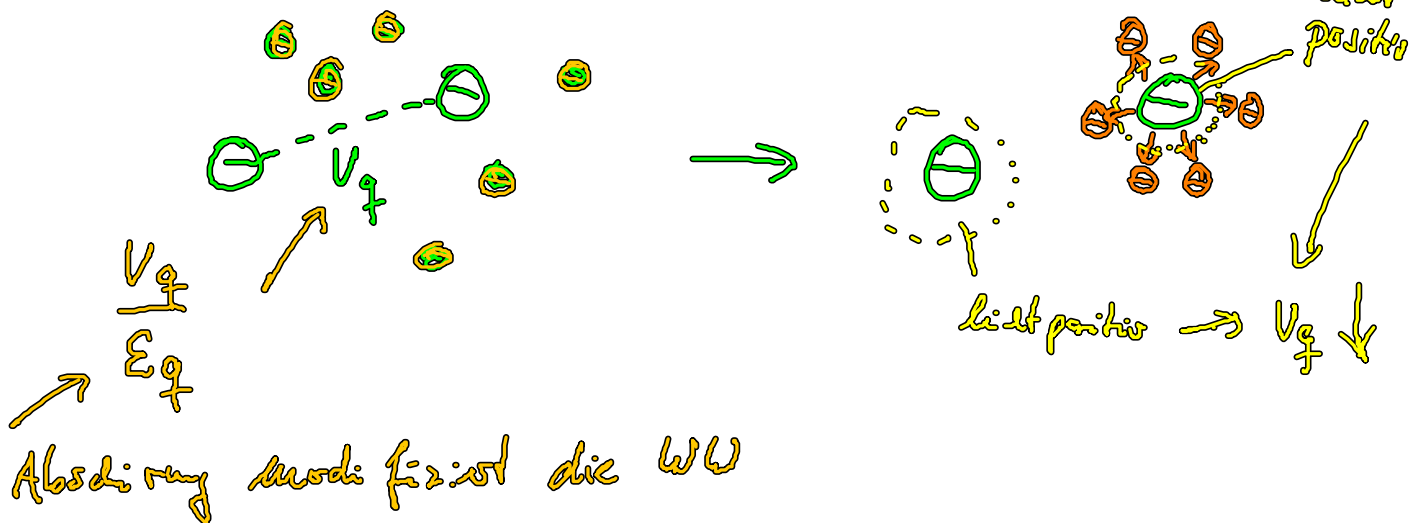
$$= \infty + \infty + \infty = \text{endlich}$$

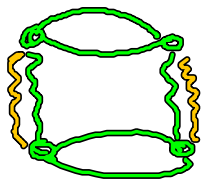
$$r_s \rightarrow 0$$

die Funktion ist nicht entwickelbar f.  $r_s \rightarrow 0$

$\Rightarrow$  Störpotenziale kann man in begrenzter Ordng.  
nicht anwenden. (Taylor  $\neq$  nicht)

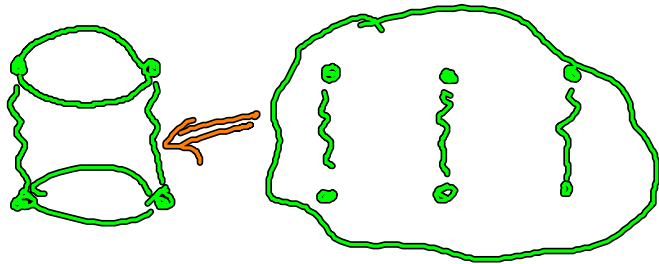
Versuch des Protons zu beladen ist "Abschirmung" anzuführen





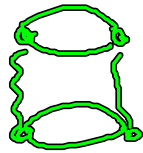
disrupt  
Diagram 2. Ordng. unrd, abgeleit

endlich sein, weil  $\frac{1}{g^2} \rightarrow \frac{1}{g^2+k^2}$

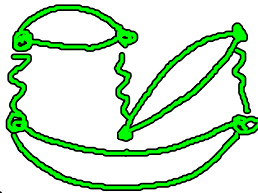


höhere Ordng soll als Abstring. eingebaut werden

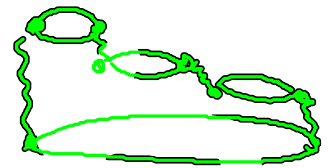
Reihe:



+

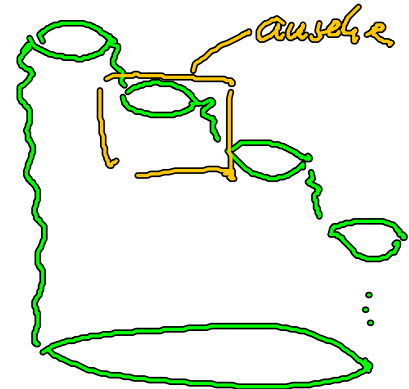
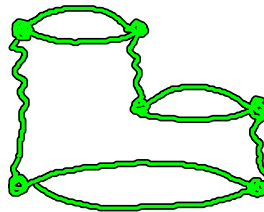


+

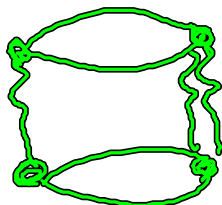



+ ...

↑  
als Rydiagramme



≡



Ziel :  = ? und dann  $\alpha$ -Mal einbauen.