5.1.3 Laminarer ⟷ turbulenter Fluß

... Kriterien? Dimensionsanalyse!

5.1.4 Kritische Kraft

- isotrope, inkompressible, Newtonsche Flüssigkeit: η, ρ
- Was heißt zäh/viskos? $\left.\begin{array}{l} \eta\left[\frac{kg}{ms}\right] \\ \rho\left[\frac{kg}{m^3}\right] \end{array}\right\}$ keine einheitenlose Zahl → kein intrinsisches Maß für Viskosität

aber: kritische viskose Kraft: $\boxed{F_{krit} = \frac{\eta^2}{\rho}}$ (5.16)

- äußere Kraft F:

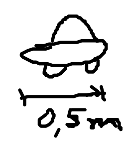
$$\boxed{\frac{F}{F_{krit}} = \begin{cases} \ll 1, & \text{laminarer, viskoser Fluß} \\ \gg 1, & \text{Turbulenz} \end{cases}} \quad (5.17)$$

- Beispiele:

H_2O: $F < 1\,nN$ ⟶ zähe Flüssigkeit in Nanowelt

Zelle: $F \approx 1\,pN$ ⟶ Reibung ist wichtig

- keine intrinsische Längenskala (außer Molekülgröße)
  ⟶ NS-Gln. sind skaleninvariant
  ≙ Physik ist auf allen Skalen die gleiche
  ⟶ Ähnlichkeitsprinzip: Auto ⟷ Windkanal:



5.1.5 Reynoldszahl

- NS: $\rho\left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v}\cdot\underline{\nabla}\,\underline{v}\right) = -\underline{\nabla} p + \eta \underline{\nabla}^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$ (5.4) mit $\quad a$ ... charakt. Länge

$\quad v_0$ ... " Geschw

$\longrightarrow$ Skalierung auf einheitenlose Größen:

$$\left.\begin{aligned} x &\longrightarrow \tilde{x} = \frac{x}{a} \\ \underline{v} &\longrightarrow \tilde{\underline{v}} = \underline{v}/v_0 \\ t &\longrightarrow \tilde{t} = t/\frac{a}{v_0} \\ p &\longrightarrow \tilde{p} = p/\frac{\eta v_0}{a} \\ \underline{b} &\longrightarrow \tilde{\underline{b}} = \underline{b}/\frac{a}{v_0^2} \end{aligned}\right\} \quad (5.18)$$

$$\Longrightarrow \boxed{Re\left(\frac{\partial \tilde{\underline{v}}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{\underline{v}}\cdot\tilde{\underline{\nabla}}\tilde{\underline{v}}\right) = -\tilde{\underline{\nabla}}\tilde{p} + \tilde{\nabla}^2\tilde{\underline{v}} + Re\,\tilde{\underline{b}}} \quad (5.19)$$

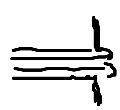
$$\boxed{\text{Reynoldszahl } Re = \frac{\rho a v_0}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Kräfte}} = \frac{\rho\frac{v_0^2}{a}}{\eta\, v_0/a^2}} \quad (5.20)$$

$\longrightarrow$ $\boxed{\text{Ähnlichkeitsprinzip: Systeme mit gleichem } Re \text{ verhalten sich gleich } (\underline{b}=0)}$

- $Re < 1$ ... laminarer, schleichender Fluß; Reibung dominiert
  $(\rho \underline{v}\cdot\underline{\nabla}\underline{v} \ll \eta \underline{\nabla}^2\underline{v})$

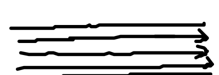
  $Re > 1$ ... Turbulenz, Trägheit dominiert

- Übergang zur Turbulenz, real:



$Re = 3$

$\vdots$



$Re = 1000$

- $Re \longleftrightarrow F_{krit}$: konsistent?

  $Re < 1$: $\dfrac{F_s \sim \eta a v_0}{F_{krit} \sim \eta^2/\rho} = Re$ $\qquad$ $Re > 1$: $\dfrac{F_t \sim \rho\frac{v^2}{a}a^3}{F_{krit} \sim \frac{\eta^2}{\rho}} = Re^2$

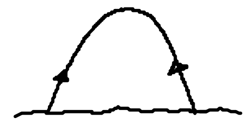
- Bsp: 30 m Wal, $v_0 = 10\,\frac{m}{s} \longrightarrow Re \approx 3\cdot 10^8$

  1 μm Bakterium $v_0 = 30\,\frac{\mu m}{s} \longrightarrow Re \approx 3\cdot 10^{-5}$

5.1.6 Zeitumkehr ↔ Dissipation

- Newton: $\frac{d^2 \underline{x}}{dt^2} = \underline{F}(\underline{x})$ $\underline{x}(t)$ Lsg. $\longrightarrow$ $\underline{x}(-t)$ Lsg.

  $\hat{=}$ Zeitumkehrinvarianz



- NS-Gln: Reibungsterm: $\eta \nabla^2 \underline{v} \longrightarrow -\eta \underline{\nabla}^2 \underline{v}$ ... zerstört Zeitumkehrinvarianz

$\longleftrightarrow$ Irreversibilität $\longleftrightarrow$ Dissipation

- laminarer Fluß: Re << 1: $0 = -\underline{\nabla} p + \eta \underline{\nabla}^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$

  kinematische Reversibilität $x(-t)$ Lsg, falls $\left. \begin{array}{l} \underline{\nabla} p(t) \longrightarrow -\underline{\nabla} p(-t) \\ \underline{b}(t) \longrightarrow -\underline{b}(-t) \end{array} \right\}$ vgl. 5.1.3

- weiteres Bsp: (1) $\frac{\partial c}{\partial t} - D \underline{\nabla}^2 c = 0$, $c(\underline{x}, -t)$ ... keine Lsg

  (2) elastischer Festkörper: $\underline{u}$ ... Verschiebungsfeld

  $$\rho \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} = \underset{\uparrow \atop \text{Schermodul}}{\mu} \underline{\nabla}^2 \underline{u} + \underbrace{(\lambda + \mu) \, \mathrm{grad} \, \mathrm{div} \, \underline{u}}_{\text{Kompression}}$$

  ... Zeitumkehrinvarianz!

  (3) allg.: Viskoelastizität: Bsp: Blut

5.2 Sedimentation

5.3 Biologische Anwendungen

5.3.1 Fortbewegung / Transport (Re < 1)

- Organismus in H_2O: Fortbewegung $\longleftrightarrow$ periodische, nichtreziproke Gestaltänderung

- reziproke Paddelbewegung $\longleftrightarrow$ keine Fortbewegung