



8.6 Selbstaggregation in Zellen

8.6.1 Doppelschichtmembran

- SDS:  → Mizellen
- Phospholipide:  → Doppelschichtmembran
↳ Zellen, Organellen, Transport-Vesikel
- Warum? → Folien

Biegesteifigkeit: chem. Ursprung

Krümmungsenergie f pro Fläche?

(i) $a_{\text{head}} \rightarrow a_{\text{head}} + \Delta a$

→ Entwicklung: $f = c_0 \Delta a + c_1 \Delta a + c_2 \Delta a^2 \rightarrow \frac{1}{2} k \Delta a^2$ (8.24)

↑
Nullpkt. $= 0$, da $\Delta a = 0$ Minimum

(ii) Δa ? Hauptkrümmungsradien R_1, R_2

"Stahlsatz": $d \ll R_i$ $\frac{a_{\text{head}}}{R_1 R_2} = \frac{a_{\text{head}} + \Delta a}{(R_1 + d)(R_2 + d)} \approx \frac{a_{\text{head}} + \Delta a}{R_1 R_2} \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)$

→ $\Delta a \approx 2 a_{\text{head}} d \frac{1}{R}$, $\frac{1}{R} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ (8.25)

... mittlere Krümmung

→ Krümmungsenergie: (8.25) in (8.24) [Gaußsche Krümmung: $\frac{1}{R_1} \frac{1}{R_2}$]
↳ $\frac{1}{2} k \Delta a^2$

(8.26) $F = \int \frac{1}{2} \kappa \frac{1}{R^2} dF$, $\kappa = 4k(a_{\text{head}} d)^2$... Biegekonstante

... „ Helfrich - Hamiltonian“

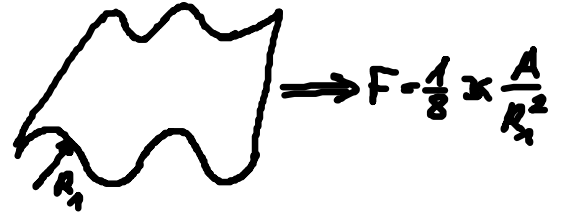
Abschätzung κ : $\frac{1}{2} \kappa \frac{1}{r^2} = \gamma = 0.05 \text{ J/m}^2$
1.2 nm \leftarrow Oberflächenspannung [Dl/H₂O]

$\rightarrow \kappa \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

gemessen: $\kappa = 2.4 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 60 k_B T$ für DMPC

Bsp: $F(\text{Kugel}) = 2\pi \kappa \approx 400 k_B T$ unabh. von R!

• Stabilität gegen therm. Fluktuationen:
flache Membran: $A = 1000 \mu\text{m}^2$
Wellen mit $R_1, R_2 = 0$



für $R_1 < 10 \mu\text{m} \rightarrow F > 60 k_B T!$

dagegen: Zelldeformation bei Kriechen: $F \approx 300 k_B T \approx 12 \text{ ATP-Moleküle}$
... biologisch sinnvoll

8.6.2 Proteinfaltung & Aggregation

9. Polymerelastizität & Kooperative Übergänge in Makromolekülen

Spannungs-Dehnungs-Kurven von DNS

kooperatives Verhalten von Untereinheiten
 \rightarrow scharfe Übergänge zw. Zuständen
Bsp: allosterische Proteine

9.1. Polymerelastizität

• Ziel: kontinuierstheoretische Beschreibung von DNS:

2nm \leftarrow „Pfeil-abstand“
Basen-paar: $\lambda_B = 0.34 \mu\text{m}$
Mensch: 2cm
Virus: 16, 5 μm

Δ langer, dünner elastischer Stab
Länge $\lambda \gg \lambda_B \infty$

9.1.1. Kontinuumsbeschreibung

"mikroskopische" Beschreibung

lokal wechselwirkende Bausteine,
 $N \gg 1$, Ausdehnung λ_B (Atome, Moleküle)

Kontinuumsbeschreibung
 $\lambda \gg \lambda_B$ wenige effektive Freiheitsgrade:
 Feldvariable
 • phänomenologische Parameter

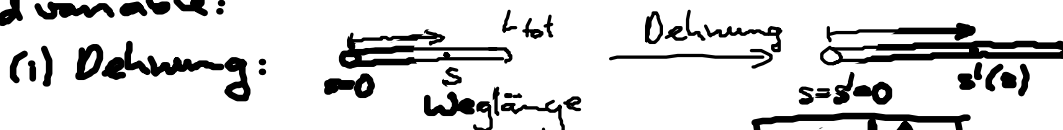
Gültigkeit: $\lambda \gg \lambda_B$

- Bsp: (i) Hydrodynamik, Navier-Stokes-Gl.: $v(x,t), \rho, \eta$
- (ii) Elastizitätstheorie: Verschiebungsfeld $u(x,t), \rho, \lambda, \mu$
 ↳ Ingenieurwissenschaften
 Schwing, Kompression
- (iii) Membran: $\frac{1}{R}, \kappa$
- (iv) ideales Gas-Modell für Universum: Teilchen = Galaxien-Cluster
 ↳ Natur: Hierarchie von Längenskalen: ... Quarks, ..., Galaxien
- Vorsicht: (i) nicht-identische Bausteine: Bsp: Protein, AS → Protein faltung
- (ii) nicht-lokale Ww: Bsp: elektrostatisch

9.1.2 Langer, dünner elastischer Stab (engl: slender body)

• DNS, Gärtnerschlauch

• Feldvariable:



Verschiebung: $\Delta = s' - s \longrightarrow \boxed{u = \frac{d\Delta}{ds}} \quad (9.1)$

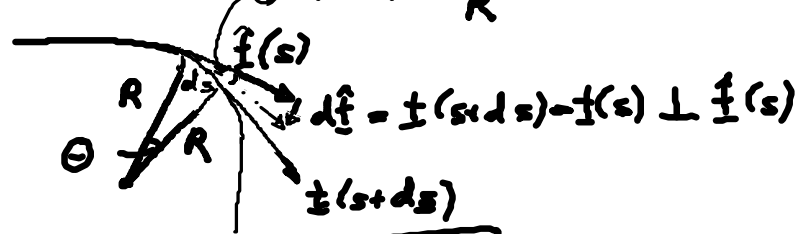
L_{tot}

... Dehnungsvariable, Skalar

Kurvenlänge: $\int_0^s (1+u(s))$

$$\theta = |d\hat{t}| = \frac{ds}{R}$$

(ii) Biegung:



Biegevariable:
(Vektor) $\beta(s) = \frac{d\hat{t}}{ds}$ (3.2)

(1) $\beta \perp \hat{t}$, da $|\hat{t}| = 1$

(2) $|\beta| = \frac{1}{R} \theta$

(iii) Verdrehung:



Verdrehungsdichte: $\omega(s) = \frac{d\phi}{ds}$ (3.3)

Pseudoskalar! ($\omega \rightarrow -\omega$, bei Inversion Spiegelung)

• Bedeutung in DNS:

(i) ... Abstand Basenpaare $> 0.34 \text{ nm}$



Basenpaare

(ii) Ganghöhe: $10.5 \text{ Basenpaare} \times 0.34 \text{ nm}$

