

7 Anwendung auf Neurodynamik

7.1 Kontrolle von gekoppelten Neuronen

7.2 Kontrolle in bewegbaren Medien

7.1 Kontrolle von gekoppelten Neuronen

bisher behandelt (s. Kapitel 5.2):

- Kontrolle der Kohärenz ($\langle t_{cov} \rangle$)
 - " " " Zeitskalen ($\langle \tau \rangle$)
- } in einem einzelnen, isolierten System

hier lautet die zentrale Fragestellung / Aufgabe:

Kontrolle der Synchronisation in gekoppelten (neuronalen) Systemen

Modellgleichungen (Wiederholung): FitzHugh-Nagumo-System

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_i \dot{x}_i &= x_i - \frac{x_i^3}{3} - y_i \\ \dot{y}_i &= x_i + a_i \end{aligned} \right\} \text{+ Kopplung + Kontrolle + Rauschen} \\ (\rightarrow \text{s. a. Kap 5})$$

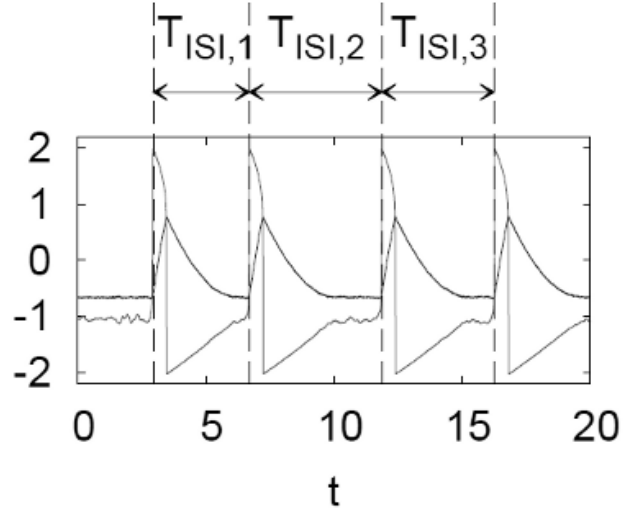
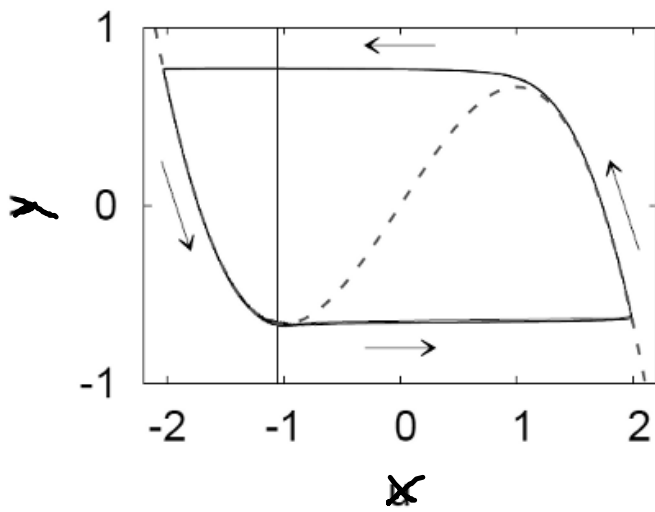
Variablen: x_i = Aktivationsvariable

y_i = Inhibitionsvariable

Parameter: a_i = Schwellenparameter

ϵ_i = Zeitskalentrennung (x_i viel schneller als y_i)

$$\epsilon_i \ll 1$$



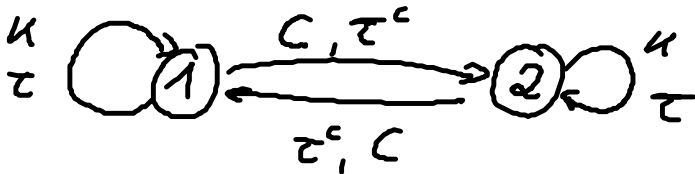
$$a = 1.05, \quad \epsilon = 0.005, \quad D = 0.02$$

1 einzelnes FitzHugh-Nagumo-System mit Rauschen

Kontrollmethode: zeitverzögerte Rückkopplung

etwa in Inhibitorgleichung: $\dot{y}_i = x_i - a + K(y_i(t-\tau) - y_i(t))$

Kopplungsschemata: zunächst 2 gekoppelte Neuronen

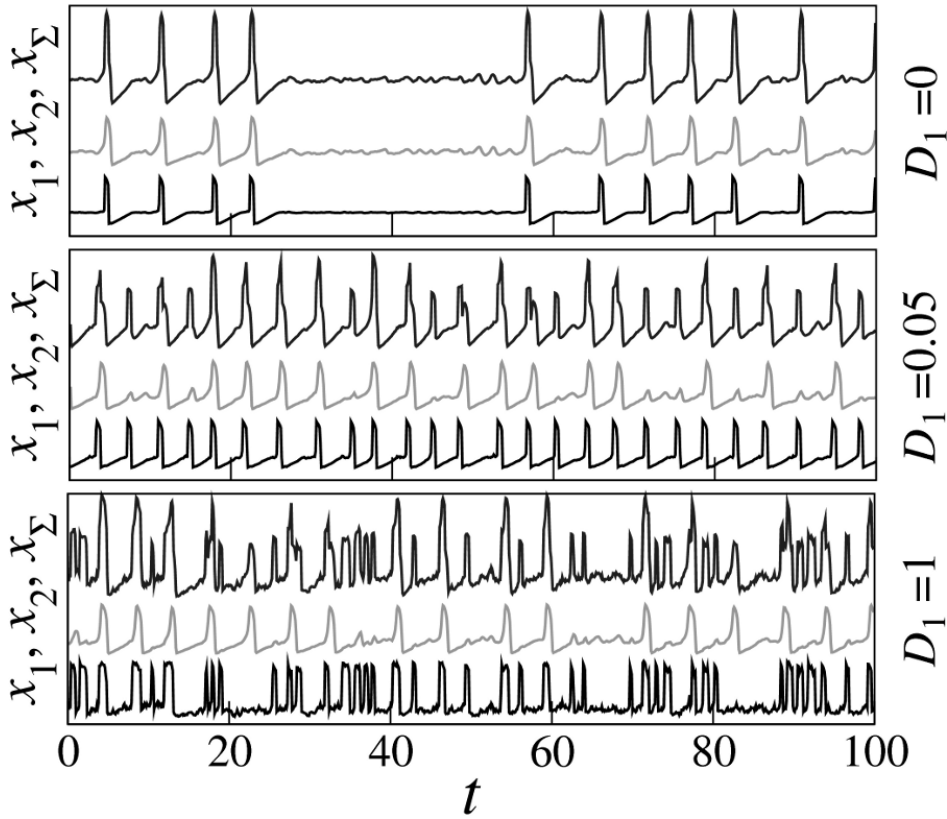


etwa: $\epsilon_1 \dot{x}_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + C(x_2(t-\tau^c) - x_1(t))$

$$\dot{y}_1 = x_1 + a_1 + \underbrace{D_1 \xi_1(t)}$$

Gaußsches, weißes Rauschen: $\langle \xi_i \rangle = 0, \quad \langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t-t')$

Zeitreihen für 2 gekoppelte Neuronen (ohne Kontrolle; $K=0$)

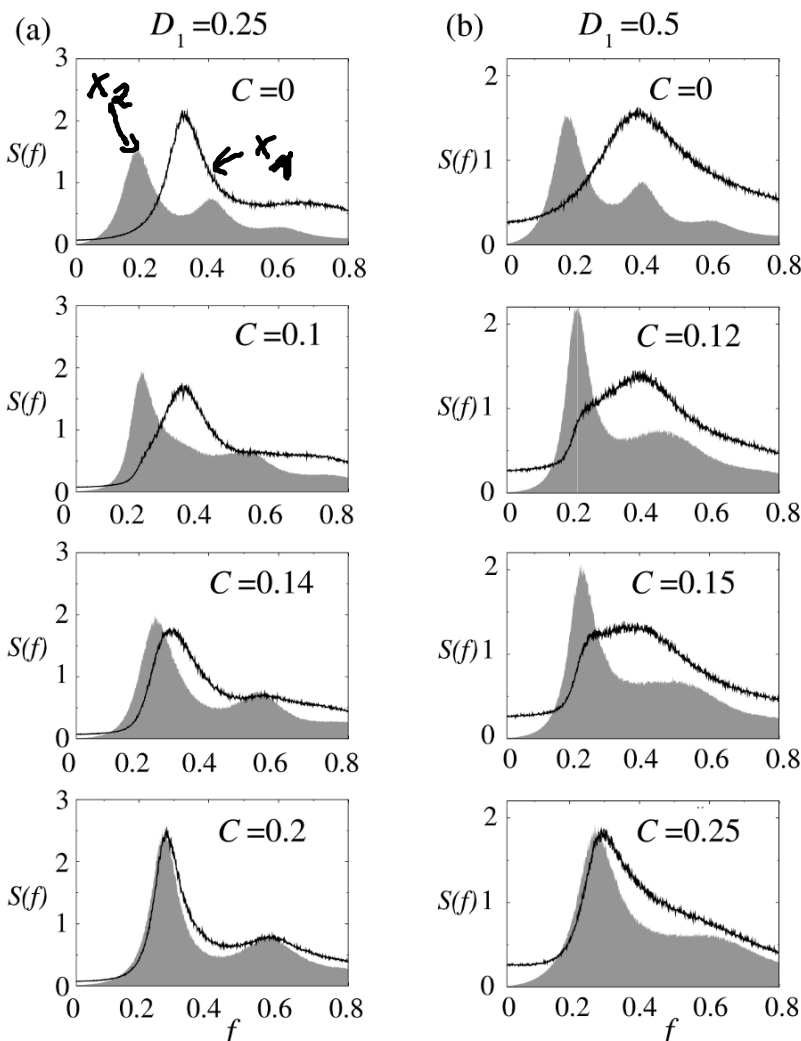


$a = 1.05$
 $\epsilon_1 = 0.005$
 $\epsilon_2 = 0.1$

$D_2 = 0.09$
 $C = 0.07$

Wechselseitige Anregung der Systeme über die Kopplung
 → Abhängigkeit von Kopplungsparametern: C und Rauschintensitäten D_1, D_2

Analyse der Frequenzen in den einzelnen Zeitserien:



$D_2 = 0.09$

Abbildungen (a) für $D_1 = 0.25$
 „Frequency locking“
 (Einigen auf gemeinsame, mittlere Frequenz)

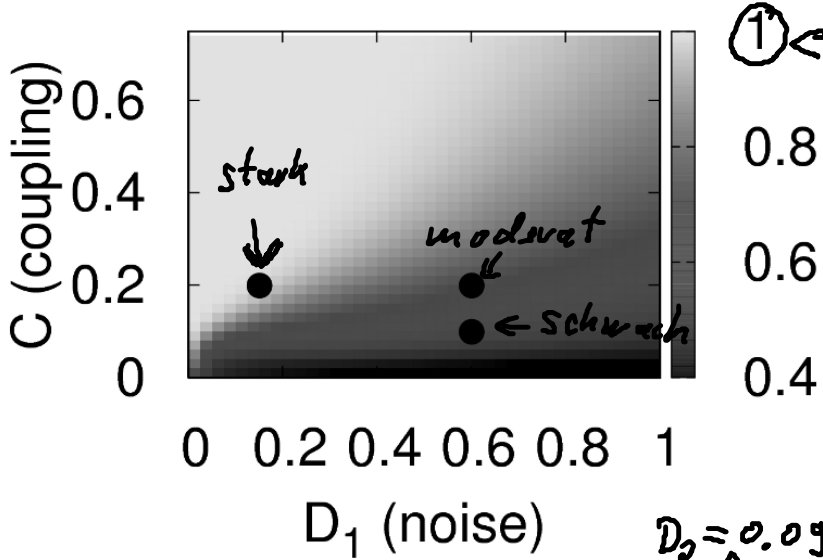
Abbildungen (b) für $D_1 = 0.5$

Frequenzüberdrückung bei x_1

Ref.: Hauschildt et al. PRE 74,
 051906 (2006)

Aus Zeitserien können wir die mittleren Interpike-Intervalle

$\langle T_1 \rangle, \langle T_2 \rangle \Rightarrow$ Frequenzsynchronisation: $\frac{\langle T_1 \rangle}{\langle T_2 \rangle} = 1$, wenn beide Systeme im Mittel gleich häufig angeregt werden

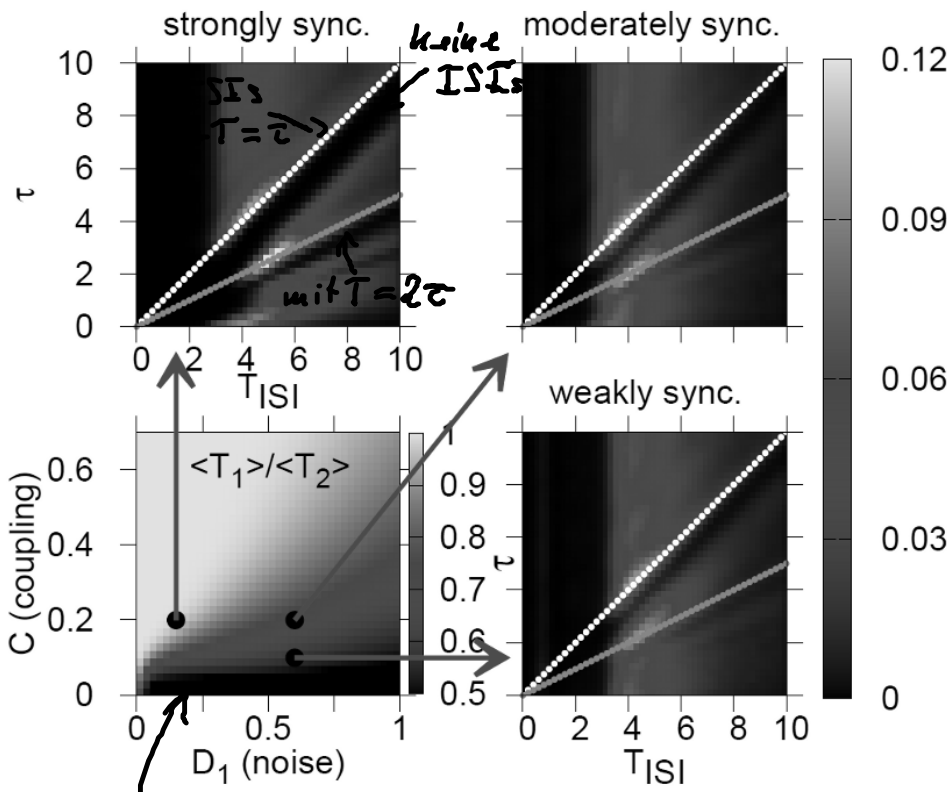


① ← (gleich häufig angeregt werden)

Stärke der Synchronisation hängt von der Kopplungsstärke C und der Wahl von D_1, D_2

$D_2 = 0.09$
↑
Wert der Kohärenzresonanz im isolierten System

Frage: Effekt von Kontrolle auf Synchronisation und Zeitskalen im gekoppelten System?



Farbskala:
helle Werte $\hat{=}$ großer Beitrag in ISI-Verteilung (vorherrschende Periode)
dunkle Werte $\hat{=}$ geringer Beitrag (kaum Oszillationen mit dieser Periode)

ohne Kontrolle ($k=0$), Wechselseitige Kopplung instantan ($\tau=0$)

Ref.: Hövel et al., Int. J. of Bifurcation and Chaos 20, 813 (2010)

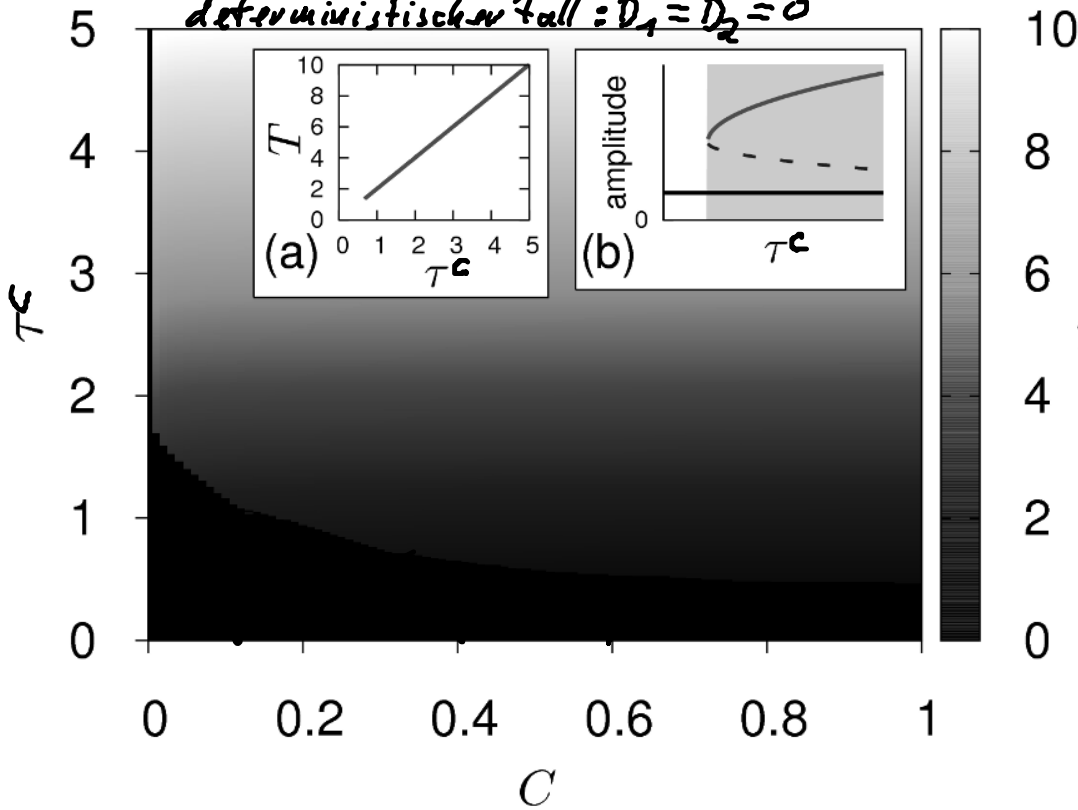
Zeitverzögerung in der Kopplung ($\tau^c \neq 0$):

$$\epsilon \dot{x}_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - \gamma_1 + C(x_2(t - \tau^c) - x_1(t))$$

analog: $\epsilon \dot{x}_2 = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - \gamma_2 + C(x_1(t - \tau^c) - x_2(t))$

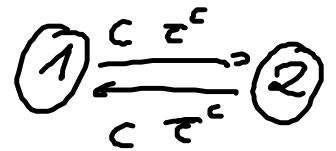
1. Fall: keine Kontrolle / Selbstkopplung ($\kappa=0$)

deterministischer Fall: $D_1 = D_2 = 0$



Inter-spikeintervalle:

$$T = 2\tau^c$$

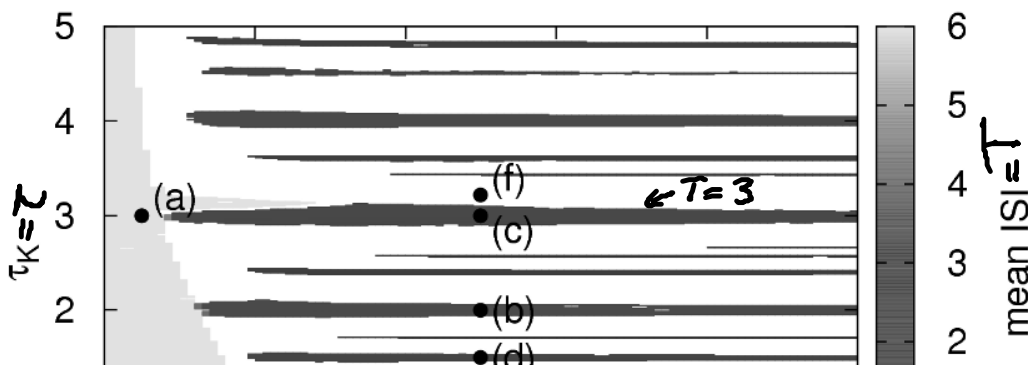


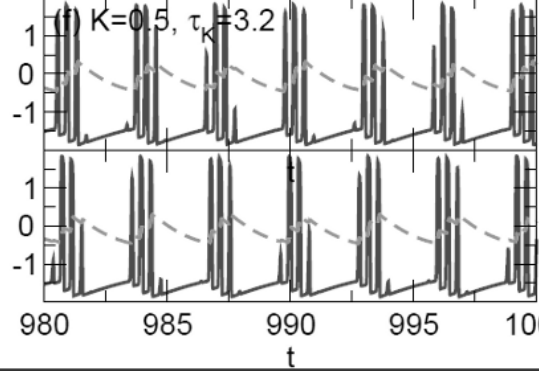
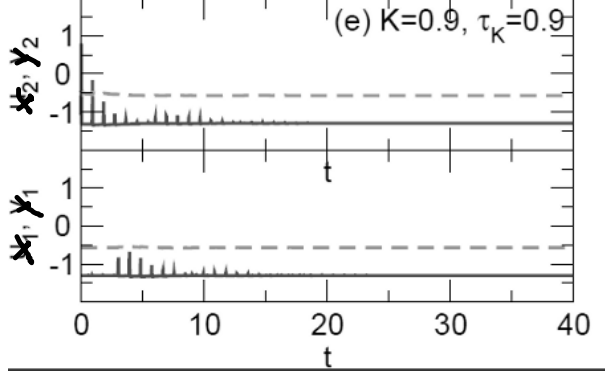
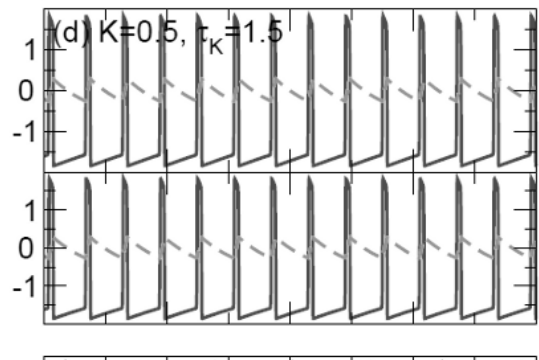
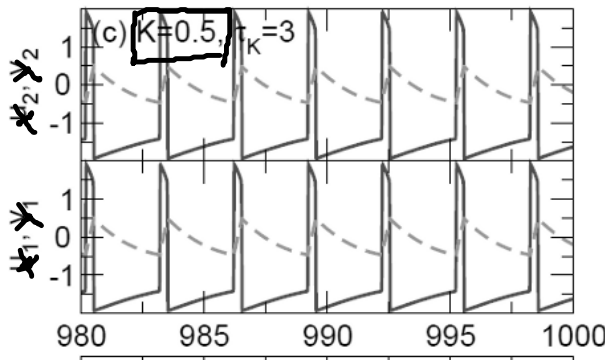
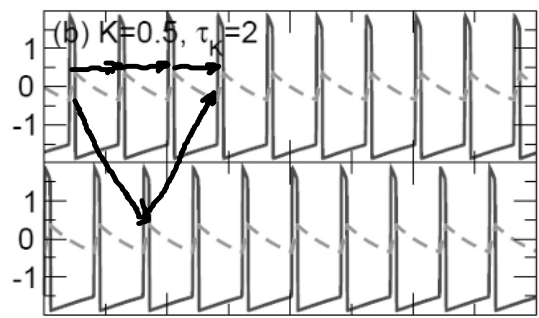
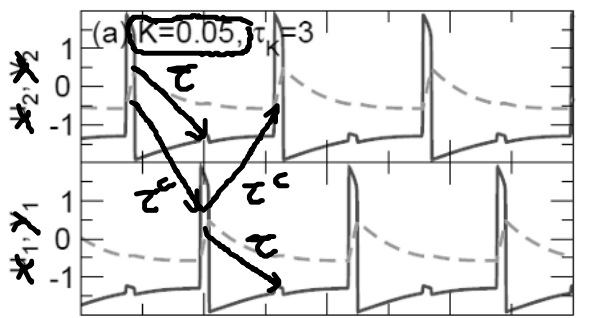
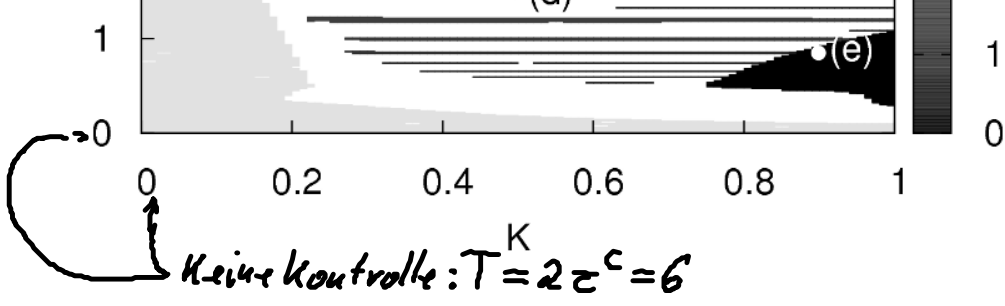
Anregung ist nach $2\tau^c$ wieder im Ursprungssystem eingetroffen

Wechselwirkung der Zeitverzögerungen in der Kopplung und Kontrolle?

Kopplungsparameter:

$$C = 0.5, \tau^c = 3$$





(a) Selbstkopplung / Kontrolle: unterschwellige Anregung nach $T = \tau$ voller Spire durch Kopplung nach $T = 2\tau^c$

Vgl. (c) mit $K=0.5 \Rightarrow T = \tau = \tau^c$

(b) Spikes mit $T = 2\tau^c = 3\tau$

(e) Kontrolle und Kopplung führen zu unterschwelliger Anregung, die ausgeblüht werden

Fazit: Kopplung & Kontrolle führen zu reichhaltigen Szenarien, Synchronisation etc. bereits bei 2 gekoppelten Elementen.

Ausblick: Dynamiken / Synchronisation bei N gekoppelten Elementen \Rightarrow Netzwerkstrukturen (im Grenzfall $N \rightarrow \infty$ anregbare Medien)