1. Einführung

1.1. Konzept der statistischen Physik

Übergang v. Mech / QM von Einteilchensystem
zu Vielteilchensysteme, typischerweise: 10^{23} Teilchen in makroskopischem Volumen

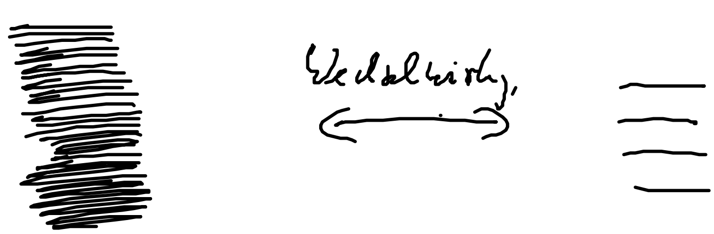
durch die viele Information ist Problem
nicht exakt lösbar → Approx.

→ das Übermaß an Info nicht wünschenswert

→ suchen Größen (einzelne) die System beschreiben

betrachte folgende Systeme:

Umgebung | System (interessiert uns)

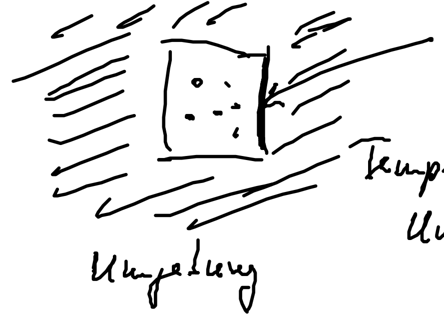


sehr dichtes E-Spektrum
und viel Freiheitsgrade.

einige Freiheitsgrade,
kann Vielteilchensystem sein
muß aber nicht

Kasten

Ziel: effektive Beschreibg. d. Systems



Bsp: $p = p(T)$

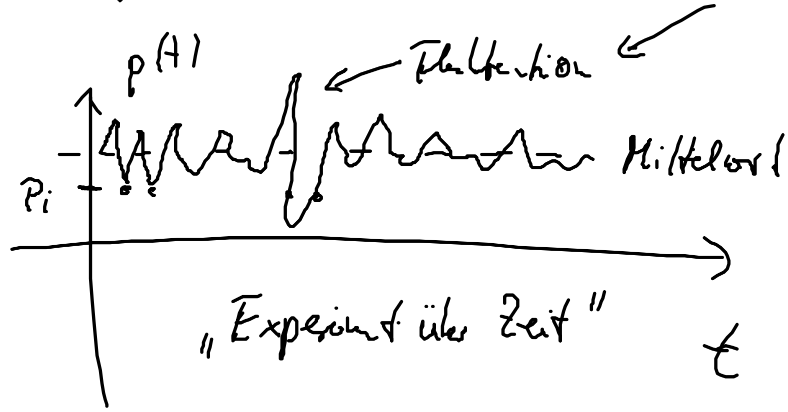
(i) Umgebg. wird durch Parameter beschrieben: T, μ

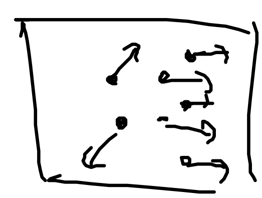
(ii) System wird beschrieb. durch beobachtbare Größe G_D: p, E

auf System können externe Felder einwirken h_α: V, E, B

typisch Messg: z.B. Druck usw. → wenige Größen f. Systemcharakt.

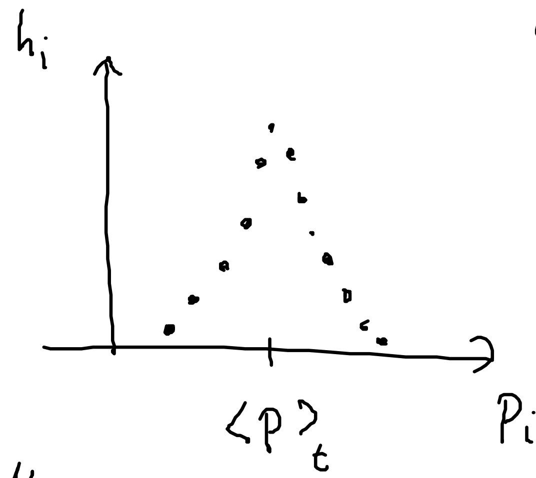
Antwort der statistisch Physik auf den Mangel an Information ist es, mit ein Mangel an Fragen (einzelne wenige Observable) zu reagieren. ⇒ dafür muß man bezahlen





Hoffng: der Mittelwert beschreibt das System hinreichend gut jetzt zeitliche Beschreibungsweise falls Kurve:

Histogramm:



zeitlich Mittelwert

wie oft erscheint p_i

$$h_i = \frac{N_i}{N}$$

Gesamtzahl der Meß-punkte

$$h_i \to \bar{w}_i = \lim_{N \to \infty} \frac{N_i}{N}$$

Wahrscheinlichkeit d. Auftretens eines Druckwerts p_i

Es gibt 2 Mittel: zeitliche Mittel (1 System an N Zeitpunkt gemessen)

Ensemblemittel (N System 1mal gemessen)

grundlegende Arbeitshypothese: Ensemble u. Zeitmittel geben gleiche Resultate (Ergodenhypothese)

ist nicht allgemeingültig, gilt aber i.a. für Systeme mit zumindest schwacher Wechselwirkung

$$\langle p \rangle_E = \langle p \rangle_t$$

Mittelwert

$\Longrightarrow$ statistische Physik beschäftigt sich mit der Ableitung von (makroskopischen) Systemgrößen unter dem Einfluß der Systemumgebung, die Beschreibg. findet i.a. auf der Grundlage v. Wahrscheinlichkeiten w_i statt mit der Systemzustände $|\psi_i\rangle$ eingenommen werden, w_i sind auch durch die Umgebg. bestimmt.

man betrachtet 2 Unterteilungen der Statistik:

<u>Gleichgewichtssystem</u>	<u>Nichtgleichgewichtssystem</u>
wenn ein abgeschlossenes System sich selbst überlassen wird, so streben die Observablen gegen konstante Werte, das System ist im Gleichgewicht g_ν = Konstante	ein offenes System wird durch zeitabhängige Felder aus dem Gleichgewicht gebracht $g_\nu = g_\nu(t)$

1.2. kurzer historischer Abriß

- A. Avogadro (1776 – 1856): Zustandsgleichg. ideales Gas

$$p = \frac{N}{V} kT$$

↗ Systemobservable Druck

N – Teilchenzahl
V – Volumen
T – Temperatur

k – Boltzmannkonstante: dient nur Festlegg. der Temperaturskala

- J. Loschmidt (1821 – 1895)

  Loschmidtzahl für 12 g ^{12}C → hat $6 \cdot 10^{23}$ Teilchen

  wieviel Teilch. sind in einem makroskop. Körper

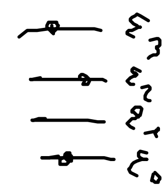
- J. C. Maxwell (1831 – 1879), Verteilg. der Geschwindigkeit in einem ideal. Gas:

$$w(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{kT}}$$

$w(v)\,dv$ Wahrscheinlichkeit im Intervall dv ein Teilchen mit v zu finden

- J. W. Gibbs (1839 – 1903) gibt Wahrscheinlichkeit an mit der ein Gleichgewichtszustand (i, ?) bei der Umgebungstemperatur T realisiert wird:

$$w_i \sim e^{-\varepsilon_i / kT}, \quad \varepsilon_i \hat{=} \text{die Energie des Systems}$$



w_i muß normiert sein $w_i = \dfrac{e^{-\varepsilon_i/kT}}{Z_k}$ „k“ $\hat{=}$ kanonisch

Zustandssumme (wichtig!)

- L. Boltzmann (1844 - 1906) und Gibbs: gezeigt, daß es eine Größe S gibt, mit der man die Temperatur definieren kann:

$$S = \text{Entropie} = -k \sum_i w_i \ln w_i$$

$$T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial E} \quad \text{Temperaturdef.}$$

→ weitere Aufgabe der statist. Physik: aus mikroskop. Information (w_i) makroskopische Gesetze (Zustandsgl.: T, p, V) zu gewinnen

- C. Shannon (1946): aus der Forderg. daß S = maximal ist, kann man den Gibbs-Ansatz für w_i rechtfertigen.

- <u>Statistik v. Quantenteilchen:</u>

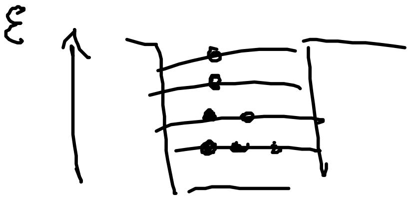
E. Fermi (1901 - 1954)

N. Bose (1894 - 1955)

Energie

mittlere Besetzungszahl v. Teilchen in einem Zustand $|\varepsilon\rangle$

viele Teilchen in Kasten



$$n_\varepsilon = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon-\mu)} \pm 1}, \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

mittlere Teilchenzahl

+ Fermion (spin $\frac{1}{2}$)

− Boson (spin ganzzahlig)

massive Teilchen (mit Masse)

- Boson ohne Masse, Bsp. Photon M. Planck (1858 - 1947)

Strahlungsformel, Energiedichte:

Energie d. Photons

Raumwinkel

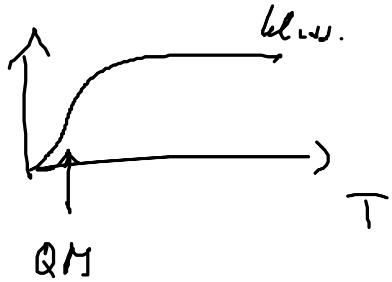
$$u(\omega) \sim \frac{\omega\, \omega^2}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$$

- Materialtheorie P. Debye (1884 - 1966), spezif. Wärme

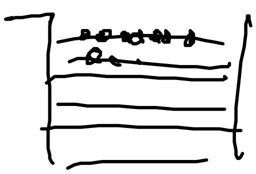
$$c_V(T) = 3kN, \quad c_V(T) \sim T^3$$

Zahl der Ionen

$T \to 0$



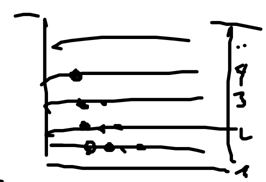
- Beschreibg. v. Wechselwirkungen, einfachster Ansatz: Boltzmanngl.



Nichtgleichgewicht

$\longrightarrow$

System sich selbst überlassen



$w_i \sim e^{-\varepsilon_i/kT}$

zeitlicher Übergang d. Boltzmanngl.

$$\dot{n}_i = -\sum_l T_{i\to l}\, n_i + \sum_l T_{l\to i}\, n_l$$

Besetzungszahl in Zustand i

Verlust

ausbauen an Zustand

Gewinn

- die Schrödingergl. haben Sie für ein isoliertes System kennengelernt

Verallgemeinerung der Schrödingergl. mit Umgebung durch J. von Neumann (1903–57):

von Neumanngl. f. statistische Operator $\rho(t)$

$$i\hbar\,\dot{\rho} = [H, \rho]$$

Erwartungswerte $\langle G \rangle = \mathrm{sp}\,(G\,\rho(t))$