

Wiederholung des betrachteten Systems zur Motivation

der Temperaturredinition:

$$E = E_1 + E_2$$

$$V = V_1 + V_2$$

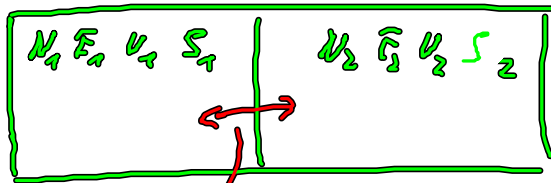
$$N = N_1 + N_2$$

isoliert

$$S = S_1 + S_2$$

betrieben in Kontakt VL

abgeschlossenes Gesamtsystem



Keine externen
Felder h_{ext}

Energie und Teilchen austausch mgl.,

ebenso gilt, weil keine externen Felder anliegen
und $\dot{p}, \dot{H}, \dot{N}, \dot{V} = 0$

↓ ↓

$$dS = 0, dE = 0, dN = 0, dV = 0,$$

für alle zwischen 1+2 stattfindende Prozesse

Anwendung der Differentialrechnung auf E, N, V, S :

$$dE = dE_1 + dE_2 = 0 \rightarrow dE_1 = -dE_2$$

$$dN = dN_1 + dN_2 = 0 \rightarrow dN_1 = -dN_2$$

$$dV = dV_1 + dV_2 = 0 \rightarrow dV_1 = -dV_2$$

$$dS = dS_1 + dS_2 = 0 \rightarrow dS_1 = -dS_2$$

$$S = S(E, N, V) = S_1(E_1, N_1, V_1) + S_2(E_2, N_2, V_2)$$

↑
übliche Fundamentalg.

$$dS_{1/2} = \frac{\partial S_{1/2}}{\partial E_{1/2}} dE_{1/2} + \frac{\partial S_{1/2}}{\partial N_{1/2}} dN_{1/2} + \frac{\partial S_{1/2}}{\partial V_{1/2}} dV_{1/2}$$

aus $dS_1 = -dS_2$ folgt:

$$\frac{\partial S_1}{\partial E_1} dE_1 + \frac{\partial S_1}{\partial N_1} dN_1 + \frac{\partial S_1}{\partial V_1} dV_1 = - \left(\frac{\partial S_2}{\partial E_2} dE_2 + \frac{\partial S_2}{\partial N_2} dN_2 + \frac{\partial S_2}{\partial V_2} dV_2 \right)$$

beide $dE_1 = -dE_2$, usw

$$0 = \left(\frac{\partial S_1}{\partial E_1} - \frac{\partial S_2}{\partial E_2} \right) dE_1 + \left(\frac{\partial S_1}{\partial N_1} - \frac{\partial S_2}{\partial N_2} \right) dN_1 + \left(\frac{\partial S_1}{\partial V_1} - \frac{\partial S_2}{\partial V_2} \right) dV_1$$

V_1, E_1, N_1 sind unabhängige Variablen,

kann man unabhängig voneinander variieren

$$\rightarrow \frac{\partial S_1}{\partial E_1} = \frac{\partial S_2}{\partial E_2}, \quad \frac{\partial S_1}{\partial N_1} = \frac{\partial S_2}{\partial N_2}, \quad \frac{\partial S_1}{\partial V_1} = \frac{\partial S_2}{\partial V_2}$$

Wie interpretieren gilt dies folgt:

Differenzial gibt 3 Eigenschaften die bei System in Kontakt

gilt sind wenn sie sich selbst überlassen werden.

Diese Eigenschaften bekommt Namen:

$$T^{-1} = \left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_{V, N}$$

" inverse Temperatur "

$= k\beta$

→ unabhängig L-Feld ist

$$\beta = 1/kT$$

wissen:

$$S = k\beta E - k\beta \mu N$$

$$+ k \ln Z_{gr}(T, \mu, V)$$

$$-\frac{\mu}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial N} \right)_{V, E}$$

$$= -k\beta \mu$$

• diese Def. ist also sinnvoll,

$$\text{denn } \beta = \frac{1}{kT}$$

" chemische Potential
Temperatur "

$$\frac{p}{T} = \left(\frac{\partial S_{gr}}{\partial V} \right)_{N, E}$$

" Druck / Temperatur "

$$= k \partial_V \ln Z_{gr}$$

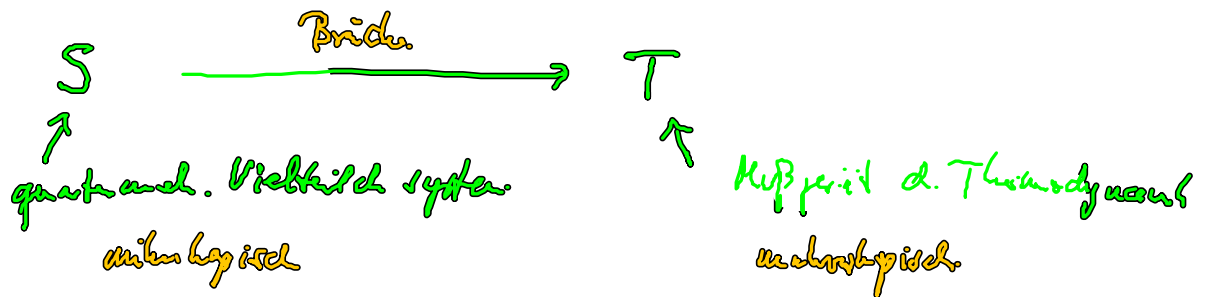
stimmt mit der Druckdefinition

die wir in Blatt VL diskutiert haben

überein.

Bemerk. • 1. gl. = Temperaturdefinition

verbindet die Beschreibungen des Mikrosystems an Mesroskopy. Ebene



- 2. fl. $\hat{=}$ kalorische Zustandsgleich.

kann als $\bar{E} = \bar{E}(T, \mu, V, N)$ geschrieben werden
 „kann \bar{E} nur als Fkt. der Temperatur“

- 3. fl. $\hat{=}$ mechanische Zustandsgl.

kann als $p = p(T, V, N, \mu)$ geschrieben werden
 z.B. ideale Gasgleichg. $p = \frac{N}{V} kT$

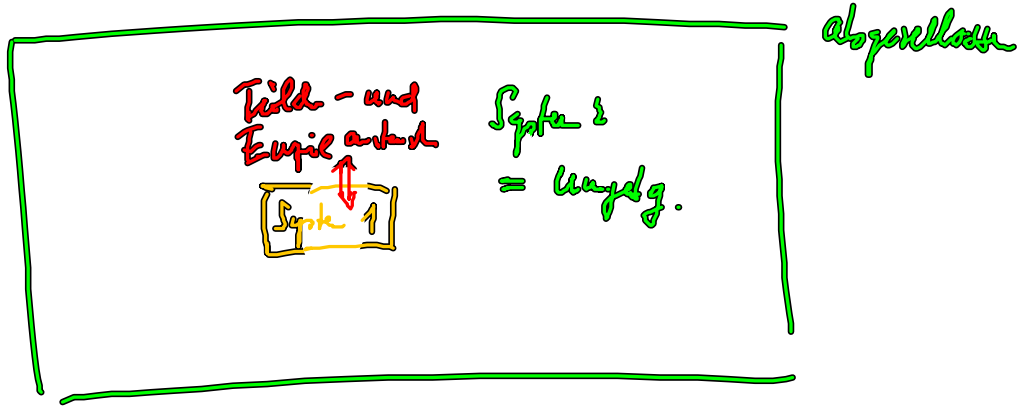
(Achtg. μ und N sind nicht unabhängig \rightarrow später)

Offenheit gilt ein Nullter Hauptsatz:

Es existiert eine skalare Größe Temperatur T zur
 Charakterisierung eines Systems. Im Gleichgewicht sind
 die T zweier kontaktierter System gleich $T_1 = T_2$.

Analog: f. 2 weit größere - chem. Pot. $\mu_1 = \mu_2$
 - Druck $p_1 = p_2$.

Interpretation d. gk-Ereignisse



$$T_1 = T_2, \quad \mu_1 = \mu_2, \quad p_1 = p_2$$

Bei einer Felder, im Nichtgleichgewicht, bei zeitabhängigen Phänomenen die Temperatur nicht definiert werden.
(i.o.)

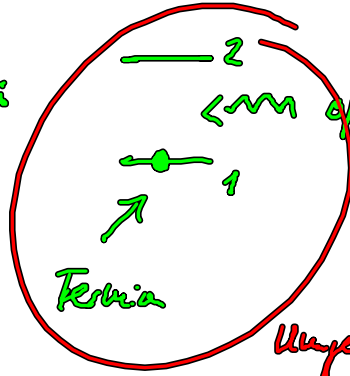
2.4.5. Optisch Absorption eines fermionischen Zweiniveausystems

Bsp. für den „fermant Apparat“

$\rho(t) \rightarrow$ beobachtbare Größe, auch im Nichtgleichgewicht

2.4.5.1. Dichtematrix dynamik

Zwei Zustand system:



← von optisch Feld $h_{\omega}(t) = E(t)$

↗ kann absorbieren

Umgekehrung
graphotonisch (T, μ)

Man interessiert sich für die Übergangswahrscheinlichkeit ρ_{12} optisch

$\rho_{11} = \rho_{22}$, als die Wahrscheinlichkeit, dass Fermion (Elektron)

von 1 nach 2 bzw. umgekehrt übergeht

Aufgabe 7

$$i\hbar \partial_t \rho_{21} = (\epsilon_2 - \epsilon_1) \rho_{21} + V_{21} (\rho_{11} - \rho_{22})$$

reduzieren in Zustände: $H = H_0 + V$

$$H_0 |1\rangle = \epsilon_1 |1\rangle$$

$$H_0 |2\rangle = \epsilon_2 |2\rangle$$

↗ beinhaltet wo Feld

$$V = \vec{d} \cdot \vec{E}(t) \quad (\vec{r}, q)$$

$$\rho_{12} = \langle 1 | \rho | 2 \rangle$$

$$V_{21} = \langle 2 | V | 1 \rangle$$

Motivation: $\vec{P} = \text{Re} \left(\vec{d}_{12} \rho_{21}(t) \right) \delta(\vec{r})$

↗ Dipolmoment des Atoms an Ort \vec{r}

bedeutet Optil ein Atom

denke störungstheorie, und sage folgendes

$$p_{21} \sim V \quad (1. \text{ Ordng.})$$

$$\underbrace{p_{21} \sim k_{\text{Kont}} + V^2}_{(2. \text{ Ordng.})}$$

Die Besetzungswahrsch. liest von $|u\rangle$ soll zeitlich konstant sein

Skizze: Die Kontin. p_{21} löst $\dot{p}_{21} = \dots \rightarrow p_{21}(t) = ?$

dazu braucht man Anfangsbeding.,

bevor Feld kommt herrscht Gleichgewicht mit Umgebung

dh. Ansatz gilt : großkanonisch Erwartung für

p_{21} vor dem Feld

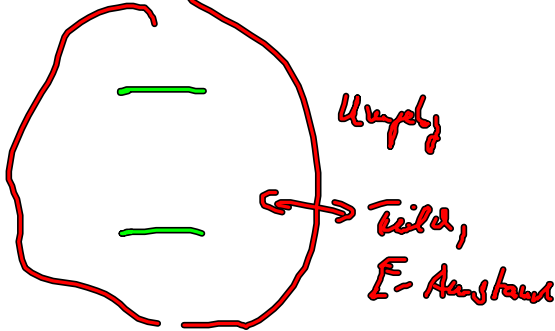
Umgeb. kommt über die AB in der Probe

$$p_{21}(t_0) = \langle 1 | p_{21} \rangle^{g^k} = \langle 1 | R_{g^k} | 1 \rangle$$

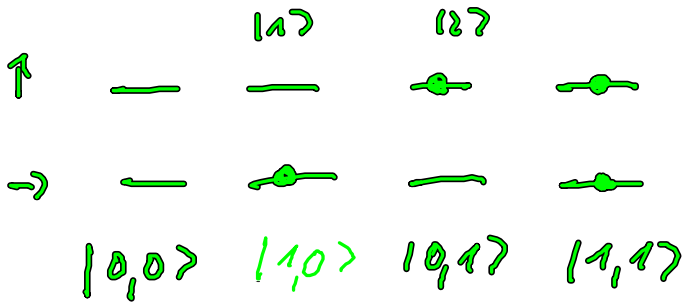
↑
vor dem Feld

welcher Zustand?

Sind angf.



$|N_1 N_2\rangle$
 $\uparrow \uparrow$
 Zahl der Fermi-
 im Zustand 1, 2.



Fermion: $N_i = 0, 1$

$$\langle 1 | R_{gk} | 1 \rangle = \langle 1, 0 | \frac{1}{Z_{gk}} e^{-\beta(H_0 - \mu N)} | 1, 0 \rangle$$

$$= \langle 1, 0 | \frac{1}{Z_{gk}} e^{-\beta(\epsilon_1 - \mu)} | 1, 0 \rangle$$

$$= \underbrace{\langle 1, 0 | 1, 0 \rangle}_1 \frac{1}{Z_{gk}} e^{-\beta(\epsilon_1 - \mu)}$$

$$\langle 2 | R_{gk} | 2 \rangle = \frac{1}{Z_{gk}} e^{-\beta(\epsilon_1 - \mu)}$$

$$\langle 1 | R_{gk} | 2 \rangle = \langle 1, 0 | R_{gk} | 0, 1 \rangle = 0, \text{ weil}$$

$$\langle 1, 0 | 0, 1 \rangle = 0 \text{ ist.}$$

→ $p_{12} = 0$ → kein Dipolmoment vor dem stat. Feld

zur Kontrolle Diagonalisierung des Z_{gk} (F. 1)

$$Z_{gk} = \text{sp} \left(e^{-\beta(H - \mu N)} \right) = \sum_{\text{alle Zustände}} \langle N_1, N_2 | e^{-\beta(H - \mu N)} | N_1, N_2 \rangle$$

↑
Zustandsumme
"Zahl v. Zustände"

↓
 $\sum_{N_1=0}^1 \sum_{N_2=0}^1$

$$= \sum_{N_1, N_2} \sum_{N_1, N_2} \langle N_1, N_2 | e^{-\beta(\epsilon_1 N_1 + \epsilon_2 N_2 - \mu(N_1 + N_2))} | N_1, N_2 \rangle$$

$$= \sum_{N_1, N_2} \underbrace{\langle N_1, N_2 | N_1, N_2 \rangle}_1$$

$$= \sum_{N_1=0}^1 e^{-\beta(\epsilon_1 - \mu) N_1} \sum_{N_2=0}^1 e^{-\beta(\epsilon_2 - \mu) N_2}$$

$$Z_{gk} = (1 + e^{-\beta(\epsilon_1 - \mu)}) (1 + e^{-\beta(\epsilon_2 - \mu)})$$

könn Mittelwert in ff. berechnen:

$$\langle N \rangle = \partial_{\beta \mu} \ln Z_{g_0} =$$

$$\left(\langle g_0 \rangle = - \frac{1}{Z} \frac{\partial}{\partial \lambda_0} Z \right)$$

$$= \partial_{\beta \mu} \left(\ln (1 + e^{-\beta \epsilon_1 + \beta \mu}) + \ln (1 + e^{-\beta \epsilon_2 + \beta \mu}) \right)$$

$$= \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_1 - \mu)} + 1} + \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_2 - \mu)} + 1}$$

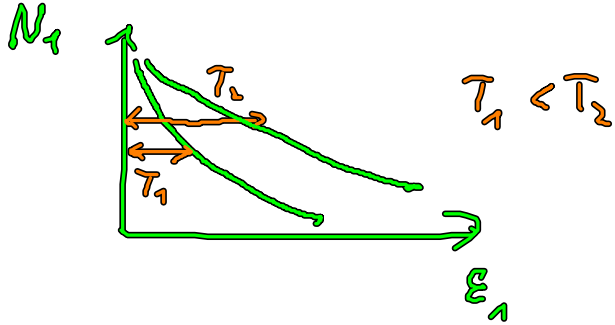
Die mittl Teilzahl in Zustand $|1\rangle$ (u_{1k}) $\equiv |1,0\rangle$

$$\text{ist } N_1 = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_1 - \mu)} + 1} = N_1(\beta, \mu)$$

einfache Interpretation: klassisch frez-fall $\mu \rightarrow -\infty$ f. klassisch Teil

$$N_1 \propto e^{-\beta \epsilon_1} = e^{-\frac{\epsilon_1}{kT}} \quad \text{hierbei hilft d. Entz. sich in Zahl 14}$$

Mittl Teilzahl, wobei mit de Temp. explizit anzuge:



Je höher die T , desto mehr wird Nion bevölkert.

Zurück zu zwei Nion System, AB sind beibehalten

$$\text{it } \partial_{\epsilon} p_{21} = (\epsilon_2 - \epsilon_1 / p_{21} + V_{12} / p_{21} - p_{22} / p_{21})$$

↑
rade

$$(p_{21} - p_{22}) = \left(\frac{e^{-(\epsilon_1 - \mu) \beta}}{Z_{gk}} - \frac{e^{-(\epsilon_2 - \mu) \beta}}{Z_{gk}} \right) = \text{Quellkauf optisch Absorption}$$

auslösen ist daß μ in der Form hat:

man μ rauswerfen in der ma

$$N = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_1 - \mu)} + 1} + \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_2 - \mu)} + 1}$$

$$\text{had } \mu \text{ umstellt } \rightarrow \mu = \mu(N)$$

Statt μ kann man N setzen

$$\boxed{N, T}$$

ÜA: $N=1 \rightarrow \underline{\underline{\mu=0}}$, wenn

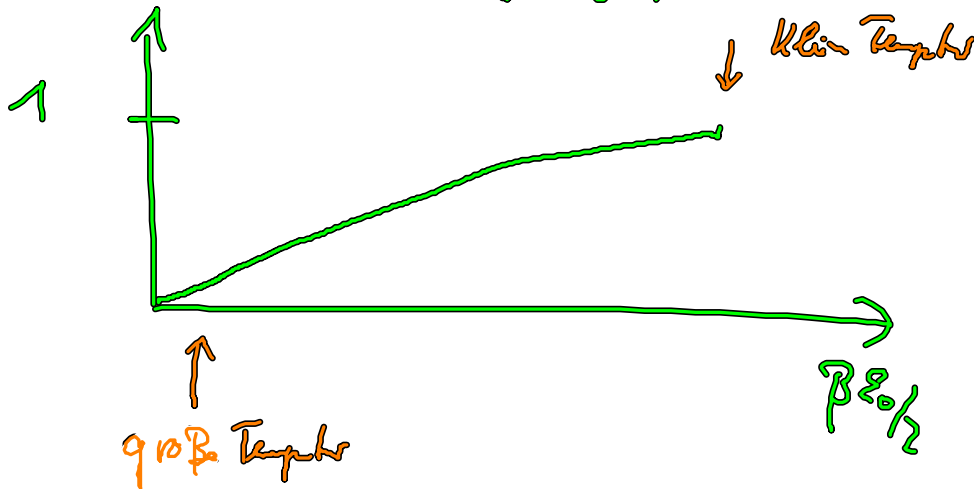
$$\begin{array}{c} \overline{\epsilon_2 = \frac{\epsilon_0}{2}} \\ \uparrow \\ \epsilon_0 \\ \downarrow \\ \underline{\epsilon_1 = -\frac{\epsilon_0}{2}} \end{array}$$

Quelle der Typoszillation dichte:

$$(p_{11} - p_{22}) = \frac{1}{Z_{gk}(p)} \left(e^{\beta \epsilon_0/2} - e^{-\beta \epsilon_0/2} \right)$$

für alle Fälle: $\beta \rightarrow 0 \quad T \rightarrow \infty \quad \left(\begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right)$
 $\beta \rightarrow \infty \quad T \rightarrow 0 \quad \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right)$

Quelle der Typoszillation $V(p_{11} - p_{22})$

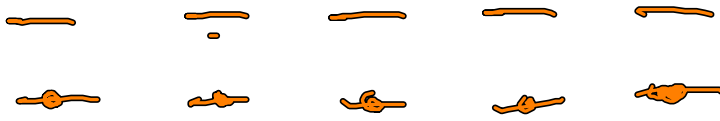


- für große Temp. wird $p_{11} - p_{22} = 0$ und
 ↳ wird im Mittel genauso viele Absorption wie Emission pro Zeiteinheit



$$\begin{aligned}
 \beta_{11} &\sim e^{-\beta \epsilon_1} \\
 &= \\
 \beta_{22} &\sim e^{-\beta \epsilon_2} \\
 &\text{für } \beta \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

• für klein Temperatur wird $\beta_{11} - \beta_{22} = 1$ und



Und das Feld kann Absorptionprozesse auslösen