4.2.2. Interne Felder: Spin-Spin Wechselwirkung

- ferromagnetische Stoffe durch Spin-Spin-WW dominiert
- unterhalb einer kritischen Temperatur T_c: $M \neq 0$ ohne extern angelegten B-Feld

bei Vorliegen von WW wirkt auf die Spins auch das durch die Spins selbst verursachte Feld B_{ind}

$$\uparrow \overset{B_{ind}}{\rightsquigarrow} \uparrow$$

Weil die Maxwellgleichungen linear sind:

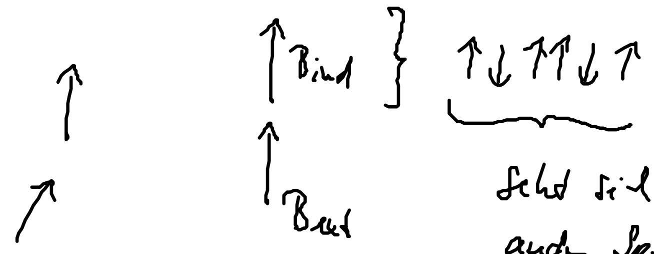
$$B_{eff} = B + B_{ind} = B + \alpha M$$

B_{eff}: wirkt auf Spins

B: externe Feld

B_{ind}: induziert Feld macht Spin-Spin WW

$B_{induziert}$ wird $\propto$ vorliegender Magnetisierungsdichte angesetzt:



setzt sich aus allen andern Spins zusammen

1 herausgegriffener Spin

„mean-field Theorie“

(mittleres Feld)

<u>aus letzter VL:</u> $M = \mu_B n_0 \tanh(\beta \mu_B B_{eff})$

$B_{eff}(M)$

letzteres Feld wird durch das Gesamtfeld $(B + B_{ind})$ erzeugt

anschauen für die Stelle $M \approx 0$, bzw M klein

um Entstehungsursache von M zu klären, stellen wir nach M, mit M kleinem:

$$\operatorname{arth}\left(\frac{M}{\mu_B n_0}\right) = \beta \mu_B B_{eff},$$ kleine M: Taylorreihe:

$$\frac{M}{\mu_B u_0} + \frac{1}{3}\left(\frac{M}{\mu_B u_0}\right)^3 = \beta \mu_B B + \beta \mu_B \alpha M$$

$$\beta \mu_B B = M\left(\frac{1}{\mu_B u_0} - \alpha \mu_B \beta\right) + \frac{1}{3}\left(\frac{M}{\mu_B u_0}\right)^3$$

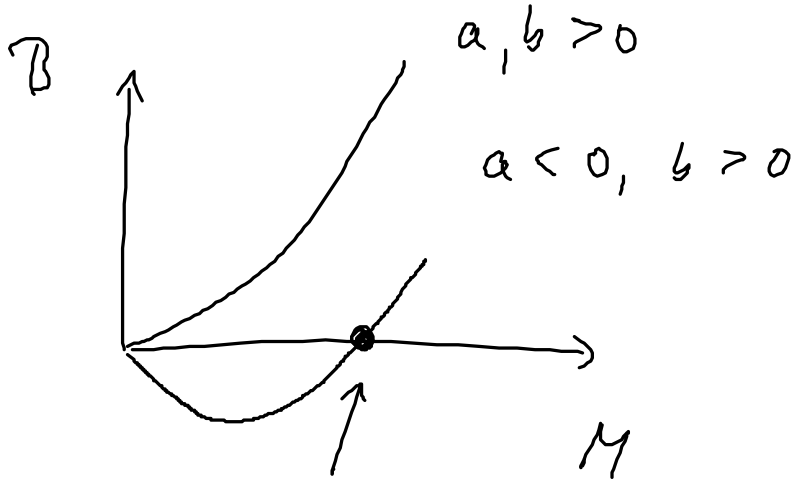
$\Downarrow$

$$B = a M + b M^3$$

$$a = \alpha\left(\frac{T}{T_c} - 1\right), \quad T_c = \frac{\mu_B^2 u_0 \alpha}{k}$$

$$b = \frac{kT}{3\mu_B} \frac{1}{(\mu_B u_0)^3}$$

diese Gleichg. kann eine Lösg. $M \neq 0$ für $B = 0$:



$M \neq 0$ für $B = 0$

Man kann für $B = 0$ eine Magnetisierg. finden $M \neq 0$!

Das passiert durch Spin-Spin-WW, wenn $\alpha \neq 0$.

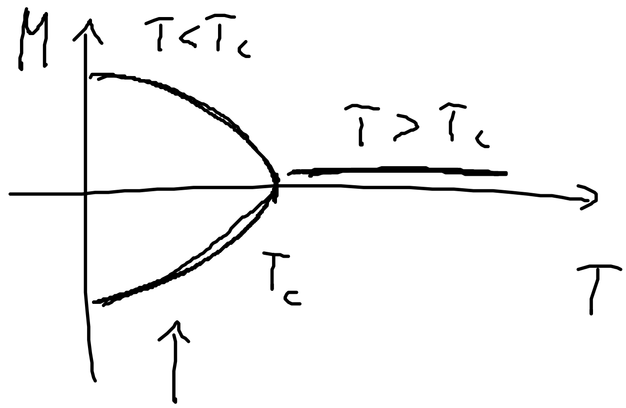
Die Spin richten sich selbstständig aus (WW) und minimieren ihre Energie.

Das geht nur für $a < 0$, also wenn $T < T_c$ ist.

Weiterrechnen f. M bzw. $M = M(T)$, um Temperatur-abhängigkeit zu diskutieren:

$$\alpha\left(\frac{T}{T_c} - 1\right) + \frac{kT}{3\mu_B}\,\frac{M^2}{(\mu_B n_0)^3} = 0 \,, \qquad \underline{\text{Umgebung}}: \; T \approx T_c$$

$$M = \pm n_0 \mu_B \left(3 \underbrace{\frac{\mu_B^2 n_0 \alpha}{k T_c}}_{1} \frac{T_c - T}{T_c} \right)^{1/2}$$



2 Lösungen, obere ist stabil

Interpretation als Phasenüberg.:

„dramatische Änderg. d. Ordnungsparameters M als Funktion d. Kontrollparameters T"

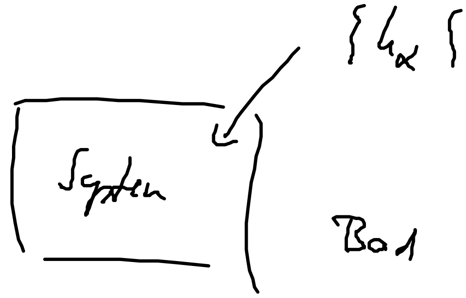
(0 → endlicher Wert)

$T < T_c$: gewinnt Spin-Spin WW gegen kT

$T > T_c$: kT gewinnt gegen Spin-Spin WW

5. Thermodynamik

Thermodynamik im weiten Sinn beschreibt die zeitliche Dynamik von Zuständen, im engeren Sinn: Durchlauf von Gleichgewichtszuständen ≙ Gleichgewichtsthermodynamik; im Gegensatz zu Nichtgleichgewichtsthermodynamik (irreversible TD) bei der auch Nichtgleichgewichtsprozesse durchlaufen werden können



5.1. Dynamische Prozesse und Klassifizierung

5.1.1. Zustandsvariablen und Prozeßgrößen

2 Sorten v. Zustandsvariablen:

a) wenn System halbiert wird, so halbiert sich die ZV auch:

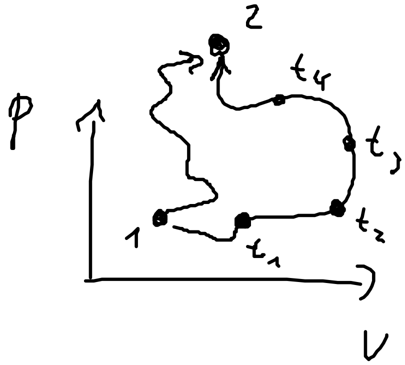
$E, m, N, V \Rightarrow$ extensive ZV

b) wenn System halbiert wird, so bleiben ZV identisch:

$p, T, h_0, \mu \Rightarrow$ intensive ZV

5.1.2. Prozesse

- beim Ablauf der Dynamik treten Prozeßgrößen auf: hängen im allgemeinen vom Weg des Systems im Zustandsraum ab



Zustand 1, 2, 2 Prozesse die unterschiedlich sind

Klassifizierg. der Prozesse nach Zeitskalen:

1) wenn man beliebig schnell sich von $1 \to 2$ bewegt, dann muß man die komplett allg. Theorie, also die vollen Dichtematrixgl. anwenden

$$\rho(t), \; \rho_{rel}(t) \implies p, V$$

2) wenn die äußeren Kräfte $h_\alpha(t)$ langsam veränderlich sind, so langsam daß sich immer wieder ein Gleichgewicht einstellt, so werden nur GG.-Zustände durchlaufen.

$$R_K = \frac{1}{Z_K} e^{-H(h_\alpha(t), \beta(t))}$$

immer im GG.

Zeitdynamik ist in den ext. Feldern + Temperatur

→ Gleichgewichtsoperator

5.2. Hauptsätze

5.2.1. Energiebegriff und 1. Hauptsatz

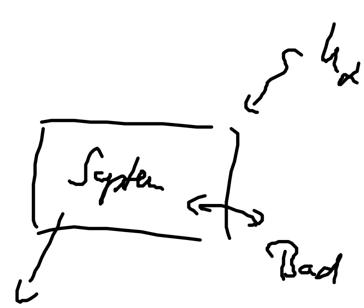
Formulierung: Jedes td. System besitzt eine extensive Zustandsgröße, innere Energie E (U) genannt, E kann durch Zufuhr von Wärme ΔQ und Arbeit ΔA geändert werden:

$$\Delta E = \Delta Q + \Delta A$$

$$\left(\text{differentiell:} \quad dE = \delta\!\!\!/ Q + \delta\!\!\!/ A \right)$$

↗ unvollständige Differentiale

Ableitung $\quad E = \langle H_S \rangle$



H_S (System-Hamiltonian)

$$\frac{d}{dt}\langle H_s \rangle = \frac{i}{\hbar}\langle [H_{ges}, H_S] \rangle + \left\langle \left(\frac{\partial H_S}{\partial t}\right)_{expl.} \right\rangle$$

$H_{ges} = H_S + H_B + H_{SB}$, B, S sind verschiedene Hilberträume

$$\frac{dE}{dt} = \frac{i}{\hbar}\langle [H_{SB}, H_S] \rangle + \left\langle \frac{\partial H_S}{\partial t}\Big|_{expl.} \right\rangle$$

↓

zeitliche Änderung der Systemenergie

$$\rightarrow \Delta E = \underbrace{\frac{i}{\hbar}\int_{t_0}^{t} dt' \langle [H_{SB}, H_S] \rangle}_{\equiv \Delta Q} + \underbrace{\int_{t_0}^{t} dt' \left\langle \frac{\partial H_S}{\partial t'}\Big|_{expl.} \right\rangle}_{\equiv \Delta A}$$

$\equiv \Delta Q$ wird Wärme genannt und entspricht E-Austausch mit Umgebung

$\equiv \Delta A$ wird Arbeit genannt und wird durch $h_\alpha(t)$ bestimmt

$$H_S(t) = H_S(h_\alpha(t))$$

Kastenpotential $V(t)$ ← → Magnetfelder

$$\frac{\partial H_S}{\partial t} = \sum_\alpha \frac{\partial H_S}{\partial h_\alpha} \frac{d h_\alpha}{dt} =$$
äußeren Felder verrichtete Arbeit, wenn sie sich zeitlich ändern

$$= -\sum_\alpha \underline{\underline{M_\alpha}} \frac{d h_\alpha}{dt}$$

M_α sind verallgemeinerte Kräfte und müssen deren Interpretation gefunden werden, Bsp. $p = -\underline{\underline{\frac{\partial H_S}{\partial V}}}$ $\Big\}$ $M_\alpha = p$, $h_\alpha = V$

Spezielle M_α

$$\int_{t_0}^{t} dt' \left.\frac{dE}{dt'}\right|_{\text{Volumenarbeit}} = -\int_{t_0}^{t} dt' \, p(t') \frac{dV}{dt'}$$

$$\boxed{dE = -p\,dV}$$

Diese Differentiale $đA = -p\,dV$ kann man nicht als $d(?)$, also als vollständiges Differential geschrieben werden.

Analoges Argument für $đQ \propto [H_{SB}, H_S]$.

Der erste HS gilt auch fürs Nichtgleichgewicht.

5.2.2. Entropie und zweiter Hauptsatz

Formulierung: Jedes td. System besitzt eine extensive Zustandsgröße S, Entropie genannt

a) geschlossenem System $\dot{u}_\alpha = 0 \rightarrow dS \geq 0$

b) bei reversibler Prozessführung $\rightarrow dS = \frac{đQ}{T}$
(nur Gleichgewichtszustände)

zu a) Erinnerung an Unschärfemaß $\eta(\rho) = -k \, sp(\rho \ln \rho)$

$$\frac{d}{dt} \eta(\rho) = 0 \quad \text{für geschlossene Systeme,}$$

Beweis im Heisenbergbild

wenn das volle ρ behandelt wird, ändert sich nie mal das Unschärfemaß denn alle Information ist bekannt

$$S = \eta(R) \Longrightarrow \frac{d}{dt} S(R) \geq 0$$

reduzierter Operator, durch Auswahl von Observablen verliert man Information und die Unschärfe, bzw. Informationsverlust kann größer werden

$\longrightarrow$ dadurch wird eine Zeitrichtg. ausgezeichnet

$$(dS \uparrow, \; dt \uparrow)$$

Im Übergang von $\rho \longrightarrow R$ wird
- $\nearrow$ Zeitrichtg. ausgezeichnet
- $\searrow$ nimmt Entropie zu

$\Uparrow$ Reduktion auf Satz v. Observable