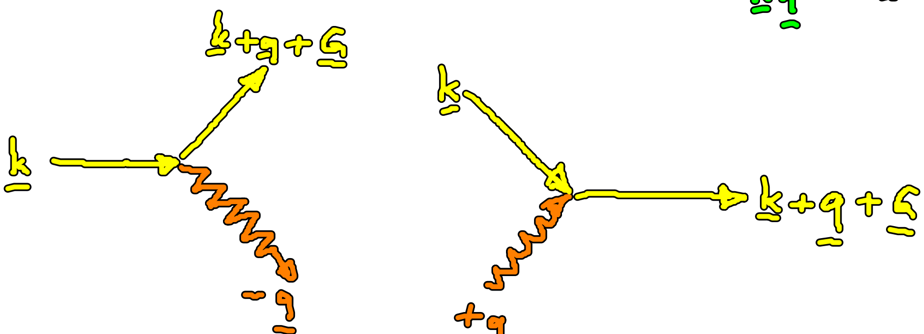
Elektron-Phonon-Streuung

El.-Phonon-WW : $H_{e-ph} = \sum_{\underline{k}\underline{q}} M_{\underline{k}\underline{q}} \left(a^+_{-\underline{q}} + a_{\underline{q}} \right) c^+_{\underline{k}+\underline{q}} c_{\underline{k}}$



Emission   Absorption

eines Phonons $\underline{q}$

Quasi-Impulserhaltung

$\underline{G} \neq 0$: Umklapprozess

$\underline{G} = 0$: Normalprozess

$a_{\underline{q}}, a^+_{\underline{q}}$ Phononenvernichter, -erzeuger

$c_{\underline{k}}, c^+_{\underline{k}}$ Elektronenvernichter, -erzeuger

Für $\underline{G} = 0$ koppeln Elektronen nur an long. Phononen!

Langwellige LA-Phononen $\left(\frac{\delta V}{V} = \operatorname{div} \underline{s} \right.$, $\underline{s}$ Verschieb.feld $\left. \right)$

$H_{e-ph} = E_{1n} \operatorname{div} \underline{s} = i \underbrace{E_{1n}}_{} \underline{s} \cdot \underline{q}$

Deform. pot. konst. (Ge, Si nichtpolar)

polare Festkörper : starke Kopplung mit LO-Phononen (Fröhlich-WW)

Matrixel.:

$$\left| \left\langle \underline{k} \mp \underline{q} ; \hat{N}(\underline{q}) \pm 1 \right| H_{e-ph} \left| \underline{k}, \hat{N}(\underline{q}) \right\rangle \right|^2 = \left| M_{\underline{k} \mp \underline{q}, \underline{q}} \right|^2 \begin{cases} \hat{N}(q) + 1 & \text{Em.} \\ \hat{N}(q) & \text{Abs.} \end{cases}$$

↑ Phononenbesetzungszahl

$$W(\underline{k}, \underline{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} \left| M_{\underline{k}'\underline{k}} \right|^2 \Big[\underbrace{N(\underline{k}' - \underline{k})\, \delta(E(\underline{k}') - E(\underline{k}) - \hbar\omega)}_{\text{Abs.}} + \underbrace{(N+1)\, \delta(E(\underline{k}') - E(\underline{k}) + \hbar\omega)}_{\text{Em.}} \Big]$$

Phononenverteil. $N(\underline{q})$ $\longrightarrow$ Boltzmanngl. für $N(\underline{q})$ aufstellen
(Nichtgleichgewichts-Phononen = heiße Phononen)

<u>Bloch'sche Annahme</u> : Phononen relaxieren schnell

$\Longrightarrow$ therm. Verteilung der Phononen

$$N_0(q) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega(q)}{kT}\right) - 1} \qquad \text{(Bose-Einstein)}$$

$$N_0 + 1 = \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1} = \exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) N_0$$

Mikroskop. Reversibilität der Matrixelemente :

$$|M_{\underline{k}'\underline{k}}|^2 = |M_{\underline{k}\underline{k}'}|^2$$

Mit $\hbar\omega(q) = |E(\underline{k}') - E(\underline{k})|$:

$$\boxed{W(\underline{k}',\underline{k}) = W(\underline{k},\underline{k}') \exp\left(-\frac{E(\underline{k}) - E(\underline{k}')}{kT}\right)}$$

$\underline{k}' \to \underline{k}$ $\qquad$ $\underline{k} \to \underline{k}'$ $\qquad$ Boltzmann-Faktor !

$E(\underline{k}) > E(\underline{k}')$:

Falls zusätzl. thermodyn. Gleichgewicht der El.:

$$f(\underline{k}) = f_0(\underline{k}) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(\underline{k}) - E_F}{kT}\right) + 1}$$

$$1 - f_0(\underline{k}) = \exp\left(\frac{E(\underline{k}) - E_F}{kT}\right) f_0(\underline{k})$$

$$\Longrightarrow f_0(\underline{k})\left[1 - f_0(\underline{k}')\right] = \exp\left(\frac{E(\underline{k}') - E(\underline{k})}{kT}\right) f_0(\underline{k}')\left[1 - f_0(\underline{k})\right]$$

Damit verschwindet der Integrand des Stoßterms für *jedes* $\underline{k}'$ im Detail:

$$\boxed{W(\underline{k},\underline{k}')\, f_0(\underline{k})[1-f_0(\underline{k}')] - W(\underline{k}',\underline{k})\, f_0(\underline{k}')[1-f_0(\underline{k})] = 0}$$

Prinzip des detaillierten Gleichgewichts:

Hin- u. Rückrate *jedes Streuprozesses* hält sich im thermodyn. Gleichgewicht die Balance.

Für elast. Streuung $(E(\underline{k}) = E(\underline{k}'))$ (näherungsweise für akust. Phononen mit kleinen $\underline{q}$)

$$\boxed{W(\underline{k}',\underline{k}) = W(\underline{k},\underline{k}')}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Stoß} = -\frac{V_g}{(2\pi)^3}\int d^3k'\, W(\underline{k},\underline{k}')\{f(\underline{k})(1-f(\underline{k}')) - f(\underline{k}')(1-f(\underline{k}))\}$$

$$= -\frac{V_g}{2\pi}\int d^3k'\, W(\underline{k},\underline{k}')[f(\underline{k}) - f(\underline{k}')] \qquad \underline{\text{linear in } f}$$

Im *inelast.* Fall ist der Stoßterm linear, falls

$$\boxed{f(\underline{k}),\ f(\underline{k}') \ll 1} \Rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Stoß} = -\frac{V_g}{(2\pi)^3}\int d^3k'\,[W(\underline{k},\underline{k}')f(\underline{k}) - W(\underline{k}',\underline{k})f(\underline{k}')]$$

(klass. „*nichtentartete*" Näherung)

(2) **Elektron-Störstellen-Stöße**

Elast. Streuung, da Störstellenmasse ≫ El.masse

$$W(\underline{k},\underline{k}') = \frac{2\pi}{\hbar}|M_{\underline{k}'\underline{k}}|^2\,\delta(E(\underline{k}') - E(\underline{k}))$$

Matrixelement in 1. Born'scher Näherung an abgeschirmtem Coulomb-Pot. einer ionis. Störstelle $V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-\lambda r}$:

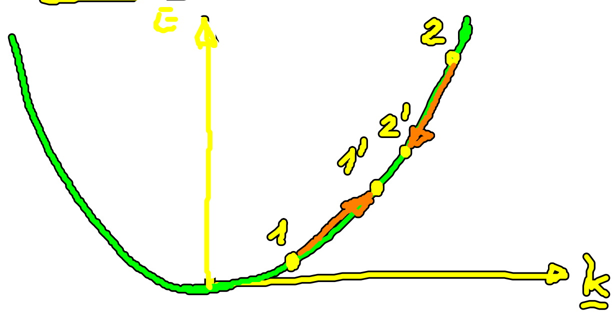
($\lambda^{-1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon T}{n e^2}}$ Debye-Abschirmlänge (El.wolke))

$$|M_{\underline{k}'\underline{k}}| = \frac{Ze^2}{V_g \epsilon_0 \epsilon \left(|\underline{k}-\underline{k}'|^2 + \lambda^2\right)}$$

$W(\underline{k},\underline{k}') = W(\underline{k}',\underline{k})$ wegen mikr. Reversib.

$$\rightarrow \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Stoß} = -\frac{V_g N_t}{(2\pi)^3}\int d^3k'\, W(\underline{k},\underline{k}')\left[f(\underline{k}) - f(\underline{k}')\right] \qquad \text{lin. inf}$$

(3) Elektron-Elektron-Stöße



3-dim. Hyperfläche im $\mathbb{R}^4$

Übergangswahrscheinl. $\underline{k}_1 \rightarrow \underline{k}_1'$, $\underline{k}_2 \rightarrow \underline{k}_2'$

$$W(\underline{k}_1 \rightarrow \underline{k}_1', \underline{k}_2 \rightarrow \underline{k}_2') = \frac{2\pi}{\hbar}\left|M_{\underline{k}_1\underline{k}_1'\underline{k}_2\underline{k}_2'}\right|^2 \delta\left(E(\underline{k}_1') + E(\underline{k}_2') - E(\underline{k}_1) - E(\underline{k}_2)\right)$$

Energie-Erhaltung

Quasi-Impulserh.: $\underline{k}_1' + \underline{k}_2' = \underline{k}_1 + \underline{k}_2 \quad (+\underline{G})$

$\Longrightarrow$ Parametrisierung
$$\underline{k}_1' = \underline{k}_1 + \underline{q}$$
$$\underline{k}_2' = \underline{k}_2 - \underline{q}$$

Matrixel. für abgeschirmte Coulomb-WW der El.:

$$V(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon|\underline{r}_1 - \underline{r}_2|}\, e^{-\lambda|\underline{r}_1 - \underline{r}_2|} \quad :$$

$$\left|M_{\underline{k}_1\underline{k}_1'\underline{k}_2\underline{k}_2'}\right| = \frac{e^2}{V_g \epsilon_0 \epsilon\left(|\underline{k}_1 - \underline{k}_1'|^2 + \lambda^2\right)} \equiv M_q \quad \left(\begin{array}{c}\text{direkte} \\ \text{Coulomb-WW}\end{array}\right)$$

+ Austausch-WW

(RPA = random phase approx. $\sum_i e^{i\underline{k}\underline{r}_i} \approx 0$)

Mikrosk. Rev. :

$$W(\underline{k}_1 \to \underline{k}_1', \underline{k}_2 \to \underline{k}_2') = W(\underline{k}_1' \to \underline{k}_1, \underline{k}_2' \to \underline{k}_2)$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Ununterscheidbarkeit der El.}}}{=} W(\underline{k}_2 \to \underline{k}_1', \underline{k}_1 \to \underline{k}_2') = W(\underline{k}_1 \to \underline{k}_2', \underline{k}_2 \to \underline{k}_1')$$

Streurate :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Stoß} = - \sum_{\underline{k}_2, \underline{q}} \Big\{ W(\underline{k} \to \underline{k}+\underline{q}, \underline{k}_2 \to \underline{k}_2 - \underline{q})\, f(\underline{k})[1 - f(\underline{k}+\underline{q})]\, f(\underline{k}_2)[1 - f(\underline{k}_2 - \underline{q})]$$

$$- W(\underline{k}+\underline{q} \to \underline{k}, \underline{k}_2 - \underline{q} \to \underline{k}_2)\, f(\underline{k}+\underline{q})[1 - f(\underline{k})]\, f(\underline{k}_2 - \underline{q})[1 - f(\underline{k}_2)] \Big\}$$

$\underline{k}_2 - \underline{q} \to \underline{k}_2$, $\underline{k} \to \underline{k}+\underline{q}$

$\underline{k}_2 - \underline{q} \to \underline{k}_2$, $\underline{k}+\underline{q} \to \underline{k}$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{Stoß} = - \frac{V_g^2}{(2\pi)^6} \int d^3k_2 \int d^3q\, W(\underline{k} \to \underline{k}+\underline{q}, \underline{k}_2 \to \underline{k}_2 - \underline{q}) \Big\{ f(\underline{k})[1 - f(\underline{k}+\underline{q})] \times$$

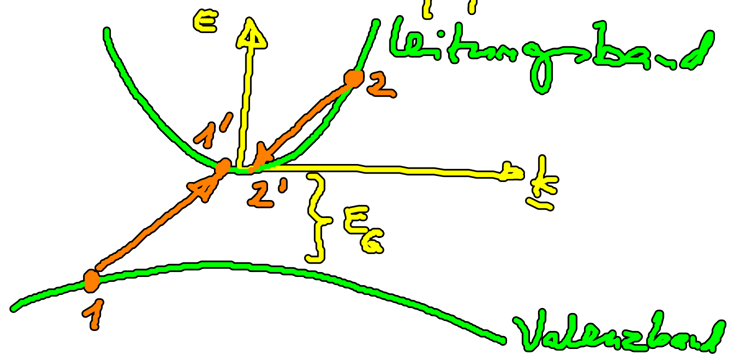
$$\times f(\underline{k}_2)[1 - f(\underline{k}_2 - \underline{q})] - f(\underline{k}+\underline{q})[1 - f(\underline{k})]\, f(\underline{k}_2 - \underline{q})[1 - f(\underline{k}_2)] \Big\}$$

Spezieller Elektron-Elektron-Stoßprozess :

Stoßionisation :

$e \longrightarrow 2e + h$

ändert El.- Lochzahl !



Energie- } Erhaltung $\Longrightarrow$ Schwellenenergie der Stoßionisation E_{th}
Impuls- }

(impact ionization)

El. 2 : $E \geq E_{th}$

elektr. Durchbruch

(avalanche breakdown)

stark nichtlinearer Prozess

Inverser Prozess : Auger-Rekombination

$2e + h \longrightarrow e$