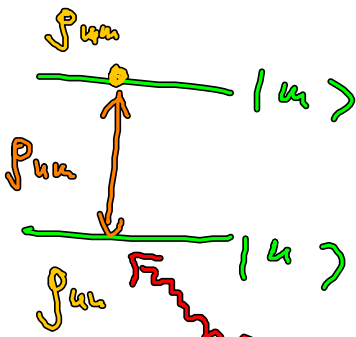


3.1. Phänomenologische (zunächst) Ergänzungen

zu den Dichtematrixgleichungen

beinhaltet Verluste („Dissipation“) und externe Pump-
vorgänge an das atomare System durch Ankopplung
an die Umgebung:

- Zufuhr / Abfuhr von Teilchen in/aus ρ_{nn}
(Ankopplung an Teilchenreservoir der statistischen Physik)
- Zerstörung d. quanten mech. Überlagerung ρ_{nm}
(Stöße aus Umgeb. die Phase beeinflussen)



Pumpe /
chemisches Potential
(Löcher in HL-Laser)

(i) Bestg. $\dot{\rho}_{nn} \Big|_{\text{pump}} = -\Gamma_n (\rho_{nn} - \rho_{nn}^0)$

Rate \uparrow ρ_{nn}^0 \uparrow ρ_{nn}
 außen vorgegeb. Bestg. für die das System läuft!

(ii) Übergang

$$\dot{p}_{\text{un}} \Big|_{\text{Drehmoment}} = -\tau_{\text{un}} p_{\text{un}}$$

↑
Rak, die die Übergänge
dämpft

(2.1): $\dot{p}_{\text{un}} = -\tau_{\text{un}} p_{\text{un}} + \tau_{\text{un}} p_{\text{un}}^{\circ}$ (ohne Feld)

Löse $p_{\text{un}}(t) = e^{-\tau t} p_{\text{un}}(t=0)$ (homogen)

$$+ \int_0^t dt' e^{-\tau(t-t')} \tau_{\text{un}} p_{\text{un}}^{\circ} \quad (\text{inhomogen})$$

$$= p_{\text{un}}(t=0) e^{-\tau t} + (1 - e^{-\tau t}) p_{\text{un}}^{\circ}$$

Skiz: $t=0 \rightarrow p_{\text{un}}(t=0) \text{ AD}$

$t > 0 \rightarrow$ ausstellen des Bettes τ_{un}

$t \rightarrow \infty$

$= 0 + \underline{p_{\text{un}}^{\circ}}$ läuft oben gegen die
letzte vorgegebene Kontrolle.

$$(zu ii) \quad p_{um} = p_{um}(t=0) e^{-\gamma_{um} t}$$

$$t \rightarrow \infty$$

$$= 0$$

wird Kohärenz zerstört

$$p_{um} \rightarrow 0$$

3.2. Dipol dichte: Bewegungsgleich.

geladene Zentren $u, u \rightarrow ij$ sind die QZ d. gelad. Zentren

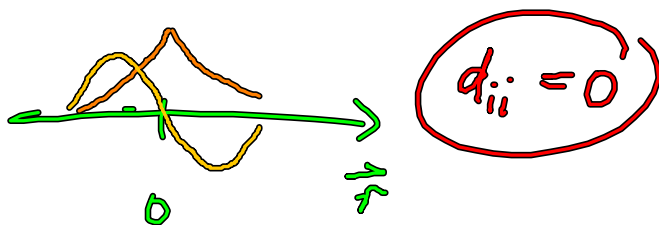
$$\partial_t p_{ij} = i \omega_{ij} p_{ij} - i \sum_k \left(\Omega_{ik}^* p_{kj} - \Omega_{jk} p_{ik} \right)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{\vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{d}_{ij}}{\hbar}, \quad \vec{d}_{ij} = \text{Dipolmoment, entspricht als Auslappung statischer}$$

Zentrum $\varphi_i(\vec{r})$

Parabel: $\varphi_i(-\vec{r}) = \pm \varphi_i(\vec{r})$

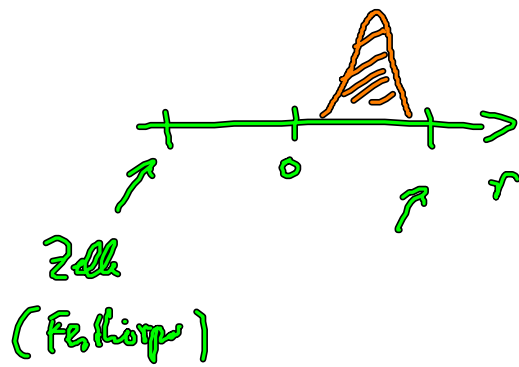
„Inversion, Symmetrie“



gemischte Parität

$$\varphi_i(\vec{r}) \neq \pm \varphi_j(\vec{r})$$

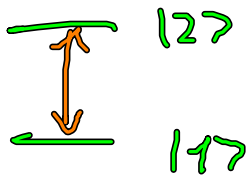
kein Nullpunkt



$$d_{ij} \neq 0$$

$\vec{d}_{ij} \neq 0$ statisches Dipolmoment

3.2.1. Beispiel Zweilichtsystem



$$\begin{aligned} \dot{p}_{12} &= i\omega_{12} p_{12} - i(\Omega_{12}^* p_{22} - \Omega_{21} p_{11}) \\ &\quad - i(\Omega_{11}^* p_{12} - \Omega_{22} p_{12}) \\ &\quad \text{(permanente Dipole)} \end{aligned}$$

$$- p_{12} p_{12}$$

$$\dot{p}_{11} = -i (\Omega_{12}^* p_{21} - \Omega_{12} p_{12})$$

permanent Dipol moment nicht bei

$$- \Gamma_{12} (p_{11} - p_{11}^i)$$

p_{22} analog

gekoppeltes System f. die Übergänge
und Besetzung, zu lösen f. (E)

→ liefert in Maxwellgleichg.

Bemerk.

- $\Omega_{ii} \neq 0$ für gemischte Parität, sonst Null
- $\Omega_{ij} \neq 0$ Standard dipolmatrix $\langle \varphi_i | \hat{p} | \varphi_j \rangle$
- beschreibt Absorption / Dispersion / optische Frequenz (Verdichtung)
- nichtlineare Eigenwerteffekte:

z.B. Zwick Harmonisch: $\dot{p}_{12} \Big|_{\text{auf Dipol}} \approx \Omega_{11} p_{12}$

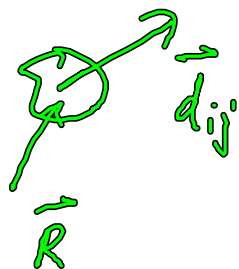
\uparrow \downarrow
 $E e^{-i\omega_2 t}$ $E e^{-i\omega_2 t}$

3.2.2. Übergang zu räumlich verteilte

$e^{-2i\omega_2 t}$

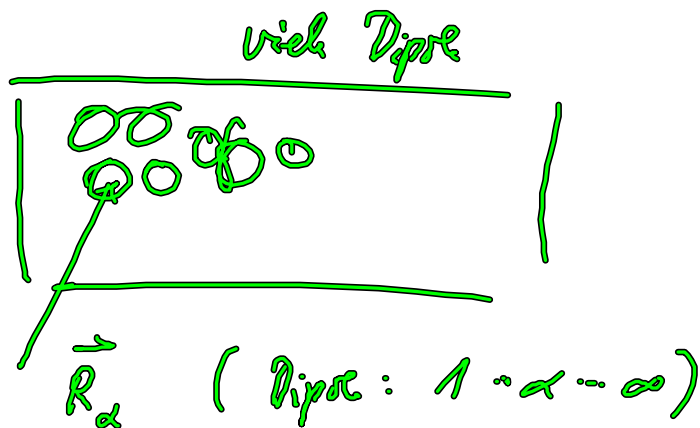
Ziel: Beschreib. an gedehnter Probe

bild



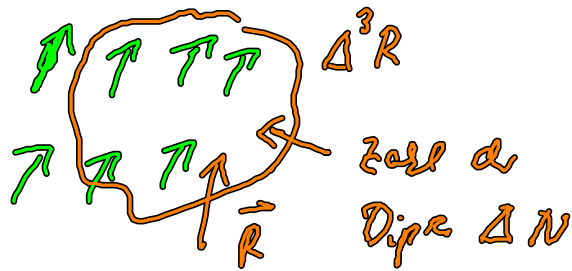
$$P = \sum_{ij} \hat{d}_{ij} p_{ij} \delta(\vec{r} - \vec{R})$$

feld



$$\vec{P} = \sum_{\alpha} \sum_{ij} \vec{d}_{ij}^{\alpha} p_{ij}^{\alpha} \delta(\vec{r} - \vec{R}_\alpha) = f(\vec{r}, t)$$

$$\left(\sum_{\alpha} \rightarrow \sum_{\{R_{\alpha}\}} \rightarrow \sum_{R} \Delta N \right.$$



gleich Dipole in $\Delta^3 R$
Volumen

$$= \sum_{\{R\}} \sum_{ij} \vec{d}_{ij}^R \Delta N \rho_{ij}^R \delta(\vec{r} - \vec{R})$$

$$= \sum_{\{R\}} \Delta^3 R \frac{\Delta N}{\Delta^3 R} \sum_{ij} \vec{d}_{ij}^R \rho_{ij}^R \delta(\vec{r} - \vec{R})$$

$$= \int d^3 R \underbrace{u_0(R)}_{\text{Dichte der Dipole}} \sum_{ij} \vec{d}_{ij}(R) \rho_{ij}(R) \delta(\vec{r} - \vec{R})$$

$$\Downarrow \vec{P}(\vec{r}, t) = \sum_{ij} \vec{d}_{ij}(\vec{r}) \rho_{ij}(\vec{r}) u_0(\vec{r})$$

wird von $\vec{E}(\vec{r}, t)$ geleitet

Ort \vec{r} der ist Katz $\vec{E}(\vec{r}, t)$
auftrifft.

3.3. Ladyschön: Bewegungsgleich.

Quadratzell f. freibewegl. Ladyn sind Wellenzahl \vec{q}, \vec{k} .

$$\partial_t p_{\vec{k}\mu} = i\omega_{\vec{k}\mu} p_{\vec{k}\mu} - i \sum_{\vec{l}} \left(\Omega_{\vec{l}\mu}^* p_{\vec{l}\mu} - \Omega_{\vec{l}\mu} p_{\vec{l}\mu} \right) \quad (1) \quad (2)$$

Grund f. Ladyschön $q \approx \rho_{\vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}} \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2} (t)$

$$\vec{r} = \vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}, \quad \vec{u} = \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2}$$

$$U_{\vec{r}} \rightarrow U_{\vec{q}} = \frac{\vec{r}^2 - \vec{Q}^2}{2u}$$

$$\partial_t \rho_{\vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}} \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2} \Big| = i \left(\frac{(\vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2})^2 - \vec{Q}^2}{2u} - \frac{(\vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2})^2 - \vec{Q}^2}{2u} \right) \rho_{\vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}} \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2} \quad (7)$$

$$\partial_t \rho_{\vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}} \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2} \Big| = i \frac{\vec{q} \cdot \vec{Q}}{2u} \rho_{\vec{q} + \frac{\vec{Q}}{2}} \vec{q} - \frac{\vec{Q}}{2} \quad (8)$$

$$\langle \rho_{q+\frac{q}{2}} \rho_{q-\frac{q}{2}} \rangle = -i \sum_k \left(\Omega_{q+\frac{q}{2}, k} \rho_{k, q-\frac{q}{2}} - \Omega_{q-\frac{q}{2}, k} \rho_{k, q+\frac{q}{2}} \right)$$

$$t_k \Omega_{k_1, k_2} = \int d^3R \underbrace{\psi_{k_1}^*(R)}_{\text{Dipol}} \underbrace{q \vec{R}}_{\text{Ladung } q} \psi_{k_2}(R) \cdot \underbrace{\vec{E}(R)}_{\text{Strom d. Maxwellfeldes}}; \psi_k = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{R}}$$

$$\approx \frac{q}{V} \int d^3R e^{-i\vec{k}_1 \cdot \vec{R}} \vec{R} e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}} \cdot \vec{E}(\vec{R})$$

$$-i \vec{\nabla}_{k_2} e^{i\vec{k}_2 \cdot \vec{R}}$$

partielle Int. bzgl. $\sum_{k_2} (k)$
(siehe oben)

$$= i \frac{q}{V} \int d^3R e^{-i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{R}} \vec{E}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_{k_2}$$

wirkt in DH-Gleichung

$$t_k \Omega_{k_1, k_2} = i q \delta_{k_1, k_2} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_{k_2}$$

hängt in flüchtigen ab ②

$$\partial_t \int_{z+\frac{\Delta z}{2}}^{z-\frac{\Delta z}{2}} \rho \, dz \quad \textcircled{2} = \frac{1}{\Delta z} \sum_k \left(-\delta_{z+\frac{\Delta z}{2}, k} \vec{E} \cdot \vec{\nu}_k \rho_{z-\frac{\Delta z}{2}} \right. \\ \left. - \delta_{z-\frac{\Delta z}{2}, k} \vec{E} \cdot \vec{\nu}_k \rho_{z+\frac{\Delta z}{2}} \right)$$

$$\left(\rho_{z+\frac{\Delta z}{2}} \cdot \rho_{z-\frac{\Delta z}{2}} = \rho_{z, \Delta z} \right)$$

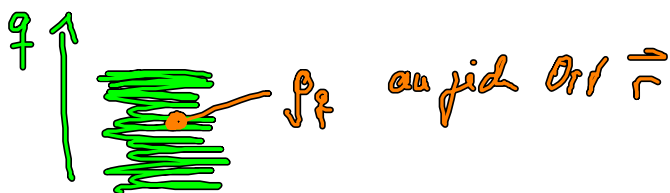
$$= - \frac{q}{\Delta z} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{\nu}_z \rho_{z, \Delta z}$$

Beweisgleichung f. Ladungsdichte:

$$\partial_t \rho_q(\vec{r}) = - \frac{c}{2\pi} \vec{\nu}_r \cdot \vec{\nabla}_r \rho_q(\vec{r}) - \frac{q}{\Delta z} \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{\nu}_z \rho_q(\vec{r})$$

①
②

Vignervortig: „Beschg. des Wellenzahlzustandes q an Ort \vec{r} “

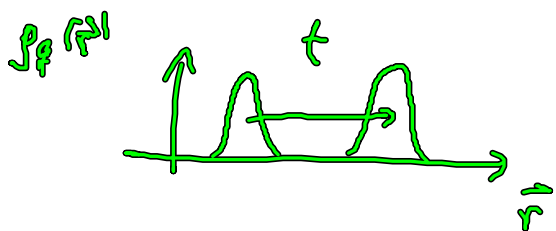


Änder. d. Zustands wird gebracht durch:

a) jed. Zustand hat festw. Energie $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v}_g$

Lösung des Teils b:

$$p_g = p_g \left(\vec{r} - \vec{v}_g \cdot t \right)$$

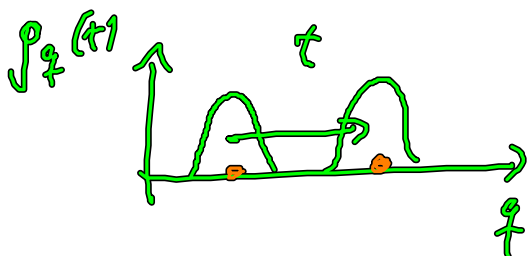


Ausbreitung v. Elektronenpaketen

b) Berechnung d. Elektron d. \vec{E} -Feld:

$$p_g = p_g \left(\vec{r} - \int_0^t dt' \vec{E}(t') \frac{q}{h} \right)$$

bewegt ein Elektronpaket im q -Raum
 durch die Berechnung d. \vec{E} -Feld



3.3.2. Übergang zu räumlich ausgedehntem System

$$\frac{1}{V} \sum_f \rightarrow \frac{1}{V} \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3q = \underbrace{\frac{1}{(2\pi)^3}}_{1/m^3} \int d^3q$$

\uparrow
 $\Delta q \rightarrow 0$ Kontinuumlimit

3.3.3. Beispiel: Elektronenflüssigkeit

$$\text{an } \rho_f(\vec{r}) = - \frac{q}{u} \vec{r} \cdot \vec{\nabla} \rho_f(\vec{r}) - \frac{q}{\epsilon} \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_f \rho_f(\vec{r})$$

$$n(\vec{r}, t) = \frac{q}{V} \sum_f \rho_f(\vec{r}, t)$$

Elektronendichte

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{q}{V} \sum_f \frac{q \vec{r}}{u} \rho_f(\vec{r}, t)$$

Stromdefinition

Kontinuitätsgleichung:

$$\dot{\rho} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + 0$$

wegen partielle Integrierte

$$\sum_q \vec{\nabla}_q \rightarrow \underbrace{\rho_q \rightarrow \pm \infty}_0$$

(in ρ_q)

↑
sieht ob $\dot{\rho}_q$ an erst Term

Ausatz: $\vec{j} = u(\vec{r}, t) \vec{v}(\vec{r}, t)$

mit feldmäßig $\vec{v}(\vec{r}, t)$

$\vec{v}(\vec{r}, t)$ ist zu bestimmen

$$\partial_t u + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \cdot u) = 0$$

man startet von \vec{j}

$$\vec{j} = \frac{q}{v} \sum_q \frac{\vec{v}_q}{u} \rho_q(\vec{r}, t), \quad \text{wobei } \vec{v}_q = \vec{v}(\vec{r}, t)$$

$$\partial_t \vec{j} = \frac{q}{v} \sum_q \left\{ \frac{\vec{v}_q}{u} \left(-\frac{\vec{v}_q \cdot \vec{\nabla}_r}{u} \rho_q(\vec{r}, t) \right) - \frac{q}{u} \vec{E} \cdot \vec{\nabla}_q \rho_q(\vec{r}, t) \right\}$$

↑
 $\dot{\rho}_q(\vec{r}, t)$ partiell Integrierte

$$= -\frac{q}{V} \sum_{\vec{r}_i} \left(\frac{q}{u} \vec{v}_i \cdot \vec{\nabla}_r + \frac{q}{u} \rho_i(\vec{r}_i, t) \right) + \frac{q}{u} u(\vec{r}_i, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}_i, t)$$

(Kontaktdicke)

$$\partial_t (v_i u) = - \partial_j (v_j u) + \dots$$

$$u \dot{v}_i + v_i \dot{u} = -(\partial_j v_i) v_j u - v_i \partial_j (v_j u) + \dots$$

↓ Kontinuitätsgl.

$$u \dot{v}_i - v_i \partial_j (v_j u) = -v_j (\partial_j v_i) u - v_i \partial_j (v_j u) + \dots$$

$$\partial_t v_i = v_j \partial_j v_i + \frac{q}{m} \vec{E}(\vec{r}_i, t)$$

$$\partial_t \vec{v}(\vec{r}_i, t) = -\vec{v}(\vec{r}_i, t) \cdot \vec{\nabla}_r \vec{v}(\vec{r}_i, t) + \frac{q}{m} \vec{E}(\vec{r}_i, t)$$

fermionische Flüssigkeit + Gleichg. f. Elektronenflüssigkeit

- $\vec{v}(\vec{r}_i, t)$
Dämpfung

Ändg. der fermionischen Flüssigkeit: • Kontakt mit \vec{E}

• kinetisch Term, $\frac{m \cdot v^2}{2}$

enthält : - Drehformel
- ponderatorische Kraft