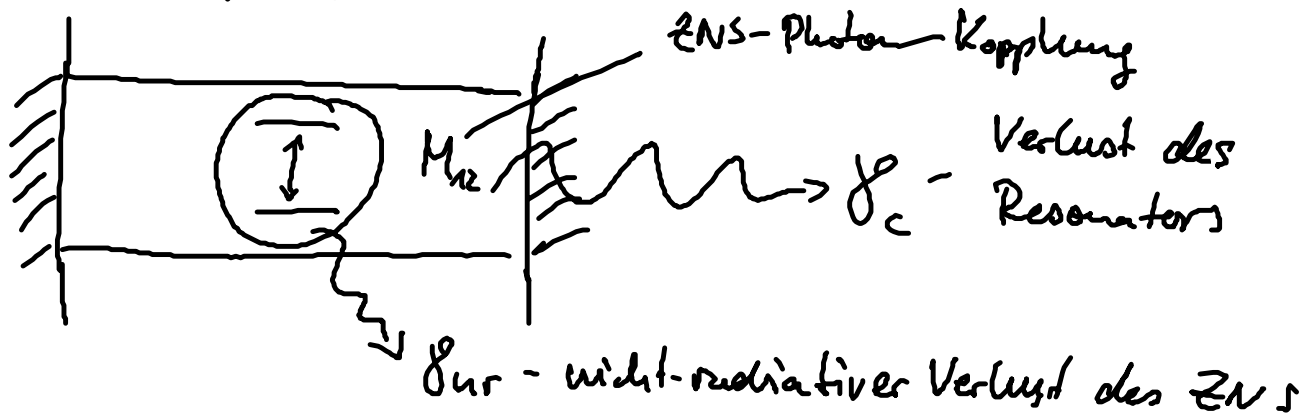


6.5 ZNS in Cavity - schwache vs starke Kopplung

- Model: Resonator mit einer Mode ω_c in Volumen V_c gekoppelt an ZNS



- Cavity-Verluste über Gütefaktor:

$$Q = \frac{\text{Frequenz}}{\text{Verlustrate}} = \frac{\omega_c}{\gamma_c}$$

γ_c , γ_{nr} , M_{12} bestimmen Stärke der ZNS-Cavity Kopplung:

(a) Weak-coupling! $\frac{\gamma_c + \gamma_{nr}}{2} > M_{12}$

Photonen sind schneller irreversibel verloren (über γ_c und γ_{nr}) als die charakt. WW Zeit des Systems.

Keine Rück WW, daher Störungstheorie (Feynman's-Goldene Regel) ist ok.

(6) Strong-coupling: $\frac{\hbar^2 \gamma_{\text{str}}}{2} < M_k$

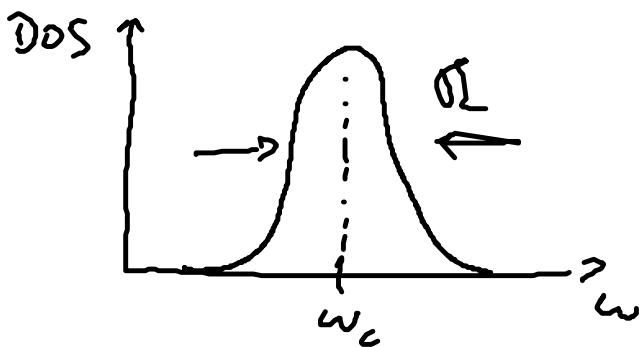
ZNS = photon WW ist schneller als Verlust.

Emission von Photon ist reversibel und es kann wieder aufgenommen werden,

(cavity QED = cQED)

6.6. Schwache Kopplung und Purcell-Effekt

• Zustandsdichte: DOS nur eine Mode



$$\int_0^{\infty} d\omega D_c(\omega) = 1$$

→ Lorentzfit:

$$D_c(\omega) = \frac{\gamma_c}{\pi \gamma_c^2} \frac{\gamma_c^2}{4(\omega_0 - \omega_c)^2 + \gamma_c^2}$$

Zustandsdichte bei ω_0

→ „tunen“ cavity und ZNS in Resonanz: $\omega_0 = \omega_c$

$$D_c(\omega_0 = \omega_c) = \frac{2}{\pi \gamma_c} = \frac{2Q}{\pi \omega_0}$$

mit $D_c(\omega)$ jetzt nochmal T_{sp} auswerten:

$$\begin{aligned} T_{\text{cav}} &= \frac{2\pi}{\hbar^2} \frac{1}{3} |d_{12}|^2 \frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 V_c} \cdot \frac{2}{\pi \gamma_c} \frac{\gamma_c^2}{4(\omega_0 - \omega_c)^2 + \gamma_c^2} \\ &= \frac{2 |d_{12}|^2}{3 \hbar \epsilon_0 V_c} Q \cdot \frac{\gamma_c^2}{4(\omega_0 - \omega_c)^2 + \gamma_c^2} \end{aligned}$$

- Purcell - Faktor: Vergleich mit „freier“ Zerfallsrate

$$\bar{F}_p = \frac{\bar{\Gamma}_{\text{cav}}}{\bar{\Gamma}_{\text{vac}}} = \left(\frac{\bar{\epsilon}_{\text{vac}}}{\bar{\Gamma}_{\text{cav}}} \right)$$

$$= \frac{3Q \left(\frac{\lambda_0}{u} \right)^3}{4\pi^2 V_c} \frac{\gamma_c^2}{4(\omega_0 - \omega_c)^2 + \gamma_c^2} \quad \frac{\bar{\epsilon}_{\text{vac}}}{\omega_0} = \frac{\left(\frac{\lambda_0}{u} \right)}{2u}$$

→ Resonanz:

$$\bar{F}_p = \frac{3}{4\pi^2 u^3} \frac{Q \lambda_0^3}{V_c}$$

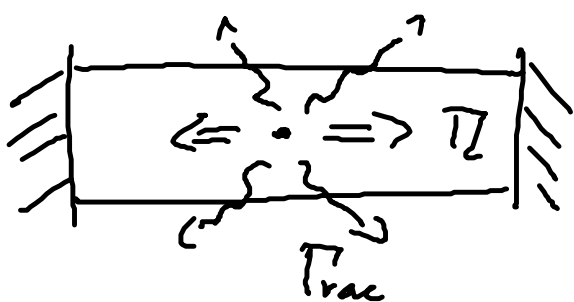
Für $\bar{F}_p > 1$ kann spont. Emissionsrate verstärkt werden, „Purcell-Effekt“:

- Gütefaktor Q erhöhen ($Q > 10^6$)
- Modenvolumen V_c verkleinern ($V_c \sim \mu\text{m}^3$)
- ω_c und ω_0 möglichst nah beieinander
- statt $\frac{1}{3}$ eigentl. Skalarprod. aus Cavity-Moden fkt. $\underline{e}_c(\underline{r})$ und Dipolmoment \underline{d}_{12}
 $\rightarrow \underline{d}_{12}$ in Richtung Feldmode orientiert

- Kopplungsfaktor der spont. Emission:

$$\beta = \frac{\text{Anzahl Phot. emittiert } \omega_c}{\text{Anzahl aller emittierten Phot.}}$$

Ideale Cavity $\beta = 1$, aber typischerweise Verluste in nicht-resonante Moden

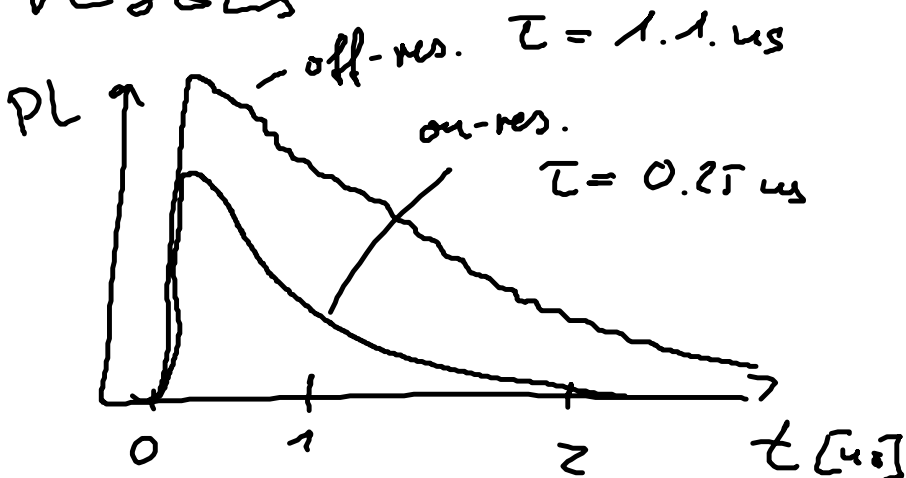
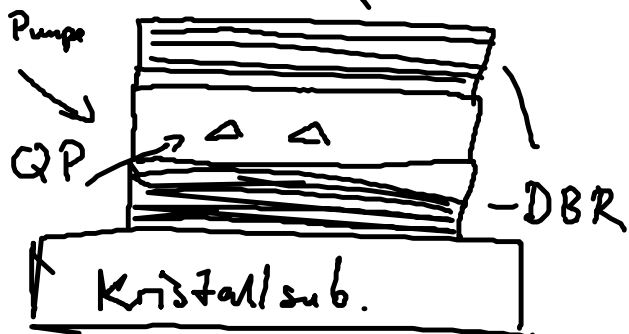


- Richtung d. spont. Emission ist zufällig
- Cavity unterstützt $D_c(\omega)$ nur in Richtung der Achse, sonst $D_{vac}(\omega)$

$$\beta = \frac{\Gamma_c}{\Gamma_{vac} + \Gamma_c} \quad \tau = \frac{\tau_0}{1 + \mathcal{F}_D}$$

Detektor

Exp. 1 } 1998 VZSLS



• Fazit:

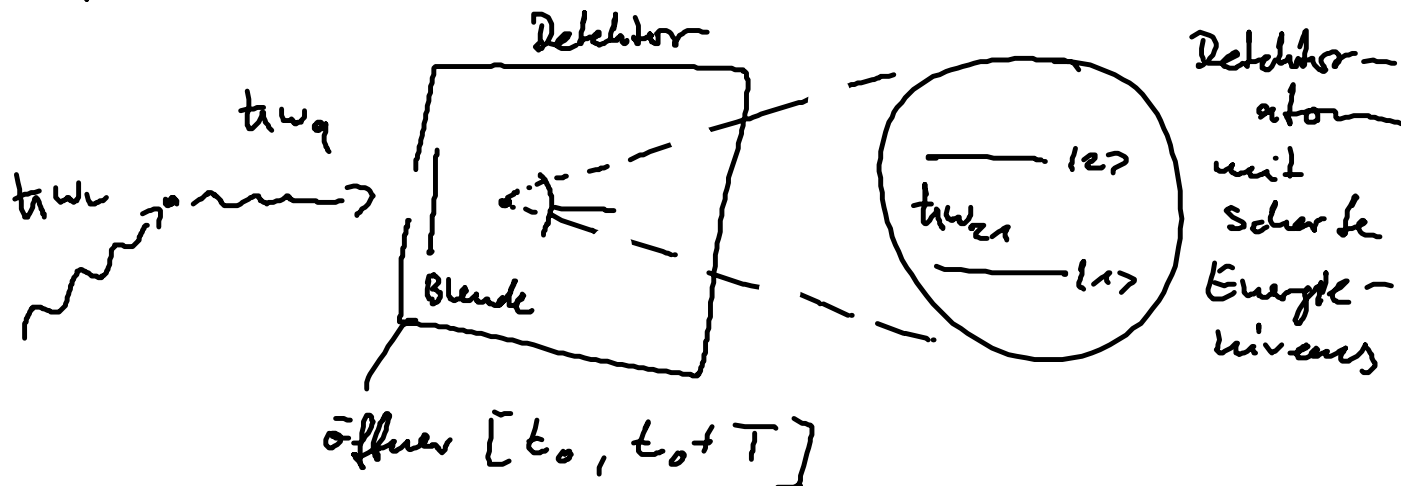
Hohe Verstärkung von Zerfallsrate kommt von großen DOS $D_c(\omega)$ bei $\omega_s = \omega_c$. Im Umkehrschluß kann spont. Emission unterdrückt werden, wenn stark nicht-resonant $\omega_s \neq \omega_c$.

→ keine Mode in die emittiert werden kann

→ große Lebenszeit

G. 7 Korrelationsfkt. und Fluoreszenzspektrum

- Meßprozeß eines Photodetektors:



- Detektoratom im Wasser. $P(\omega_{21}, T)$ angeregt
 - „nachschauen“ ob Det. atom angeregt ist
dannell im GZ präparieren
 - tunen ω_{21} wdh. Messung
- Idee: Wahr. ein Photon aufzunehmen im $t, t+dt$ am Detektorort Ω_d

$$W_1(\Omega_d, t) dt = |\langle f | E^+(\Omega_d, t) | i \rangle|^2 dt$$

$|i\rangle, |f\rangle$ Anfangs- u. Endzustand des Feldes

$$E^+(\Omega_d, t) = \sum_{\underline{k}} \underline{\epsilon}_{\underline{k}} \cdot \underline{E}^+(\Omega_d, t)$$

$$= \sum_f |\langle f | E^+ | i \rangle|^2 dt$$

$$= \sum_f \langle i | E^- | f \rangle \langle f | E^+ | i \rangle dt$$

$$\sum_f |f\rangle \langle f| = \mathbb{1}$$

$$= \langle i | E^- E^+ | i \rangle$$

↳ stat. Gemisch

$$w_1(r_1, t) dt = \sum_i P_i \langle i | E^- E^+ | i \rangle = \text{tr}(\rho E^- E^+)$$

$$= \langle E^-(r_1, t) E^+(r_1, t) \rangle$$

- Autokorrelationsfkt. (Intensität $I_1 = I_2 = I$)

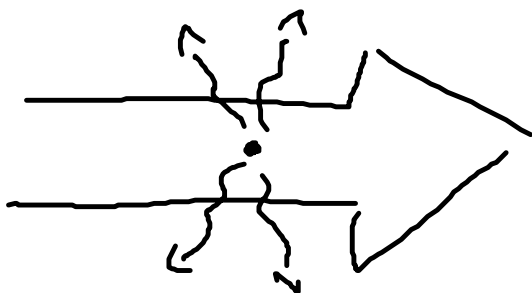
$$G^{(1)}(r_1, r_2, t_1, t_2) = \langle E^-(r_1, t_1) E^+(r_2, t_2) \rangle$$

- Grad der Kohärenz („first-order degree of coherence“)

$$g^{(1)}(r_1, r_2, t_1, t_2) = \frac{\langle E_1^- E_2^+ \rangle}{\sqrt{\langle E_1^- E_1^+ \rangle \langle E_2^- E_2^+ \rangle}}$$

- Resonanzfluoreszenzspektrum

ZNS cw gepumpt davon Emission ist RF



continuous
wave
pump

(D)

Verknüpfung von $G^{(1)}$ mit Spektrum via
Wiener-Khintchine-Theorem

$$S(\omega, \omega, T) = \frac{1}{2\pi T} \int_0^T \int_0^T dt_1 dt_2 \langle E^-(\omega, t_1) E^+(\omega, t_2) \rangle e^{i\omega(t_2 - t_1)}$$

• stationäre Limit:

$$S(t, \omega) = \frac{I_0}{2\pi |d_{12}|^2} \frac{u_n(t)}{t} \quad \text{mit} \quad I_0 = \left[\frac{\omega^2 d_{12}^2}{4\pi \epsilon_0 c^2} \right]^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^2}$$

$$\partial_t S(t, \omega) = 0 \Rightarrow \frac{u_n(t)}{t} = \partial_t u_n(t)$$

$$S(\omega) = \lim_{t \rightarrow \infty} S(\omega, t) = \frac{I_0}{2\pi} \frac{\partial_t u_n(t)}{|d_{12}|^2} \Big|_{t \rightarrow \infty}$$

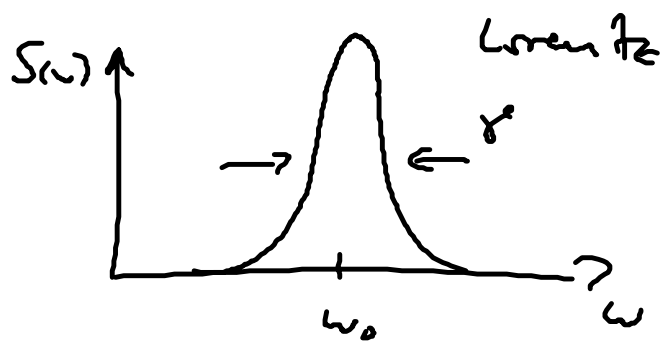
• Skizze v. analytischer Lsg. Liniensenzgl. für spont. E.:

$$\partial_t u_q = \partial_t \langle c_1^\dagger c_1 \rangle \propto \langle a_1^\dagger a_2 c_q^\dagger \rangle$$

$$\text{stat. Lsg: } \partial_t \langle a_1^\dagger a_2 c_q^\dagger \rangle = 0$$

$$\langle a_1^\dagger a_2 c_q^\dagger \rangle \approx \frac{\chi_{sp} S_{22}(\omega_S)}{\omega_0 - \omega - i\gamma}$$

$$S(\omega) \propto \partial_t \langle c^\dagger c \rangle \sim \frac{1}{\omega - \omega_0}$$



6.8 Starke Kopplung und Vakuum-Rabi-Splitting

Reversibilität ZNS emittiert Phot. und kann es auch wieder absorbieren

• Model: $\left(\begin{array}{c} \text{Z} \\ \text{M} \end{array} \right) \rightarrow \gamma_c$ eine Mode
 $\searrow \gamma_{ur}$

• Spektrum:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \frac{\gamma_c \Gamma + M^2}{\Gamma (\gamma_c \gamma_{ur} + M^2)} \left| \lambda_+ - \lambda_- \right|^2 \right]^{-1} \\ \times \left| \frac{\lambda_+ + \gamma_c}{\lambda_+ - i(\omega - \omega_0)} - \frac{\lambda_- + \gamma_c}{\lambda_- - i(\omega - \omega_0)} \right|^2$$

mit $\Gamma = \frac{1}{2} (\gamma_c + \gamma_{ur})$

$$\lambda_{\pm} = -\Gamma \pm \left[(\gamma_c - \gamma_{ur})^2 - M^2 \right]^{1/2}$$

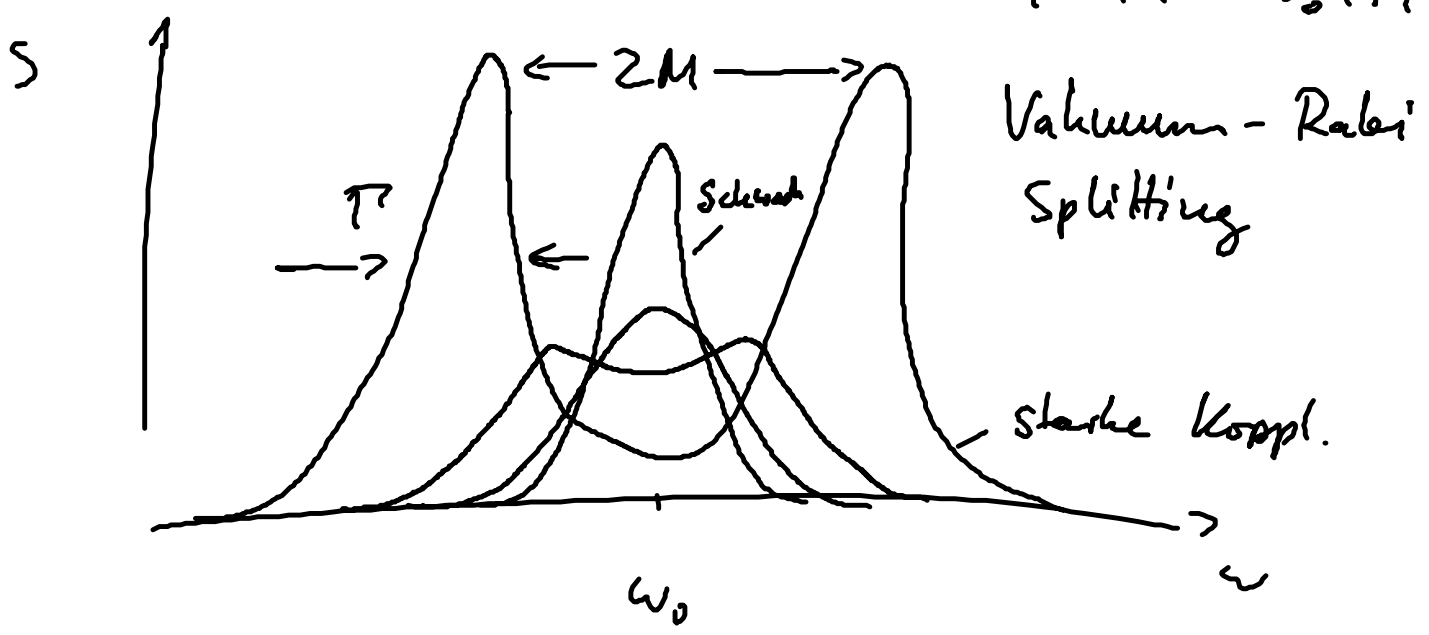
(a) Schwache Koppl. $\Gamma \gg M$

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_{ur} + 2 \frac{M^2}{\gamma_c}}{\frac{1}{4} \left(\gamma_{ur} + 2 \frac{M^2}{\gamma_c} \right)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

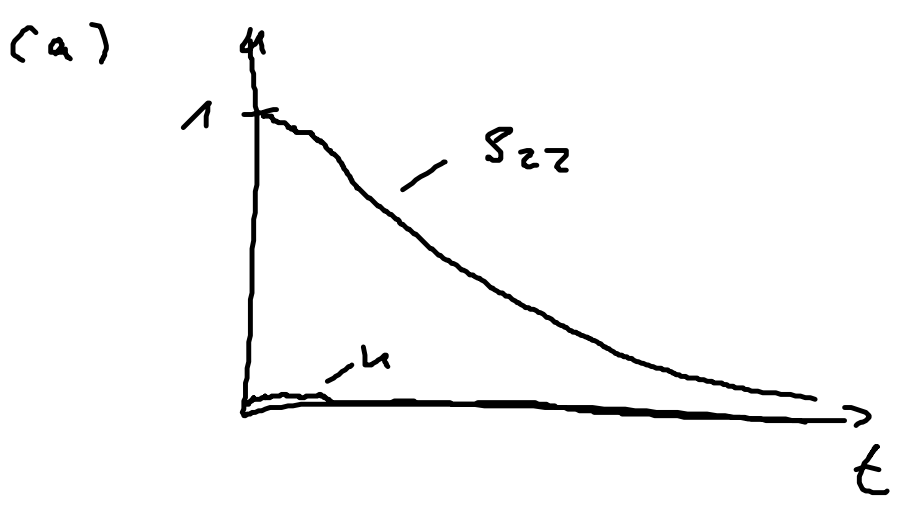
→ Lorentz

(b) starke Kopplung $M \gg \Gamma$

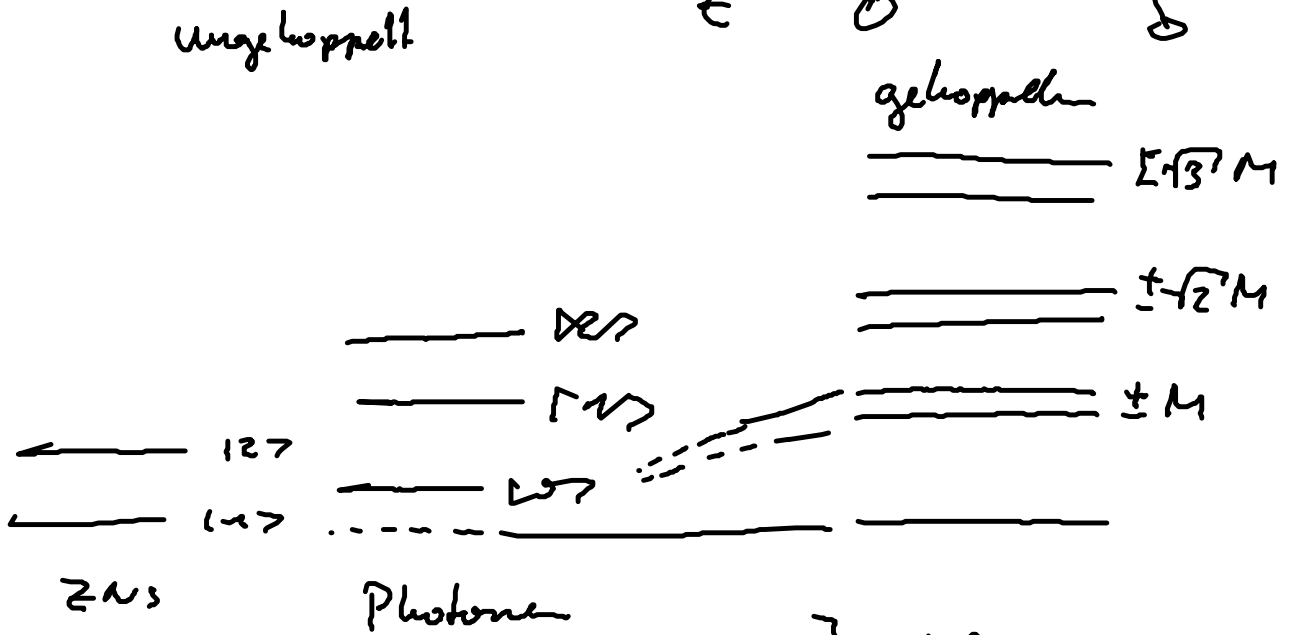
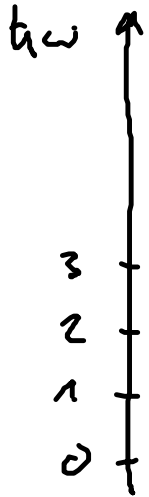
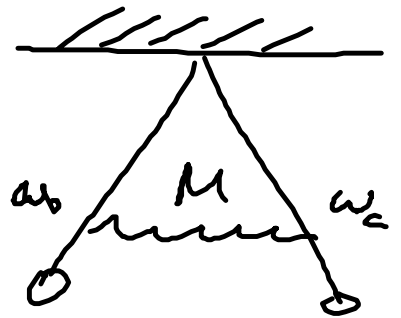
$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\omega - \omega_0 - M)^2} + \frac{\Gamma}{\Gamma^2 + (\omega - \omega_0 + M)^2}$$



• Rabi-Oszillation, Schwinger der Dichte



(6)



Jaynes -
Cummings - Leiter