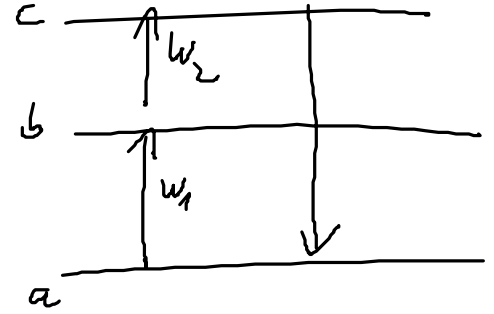
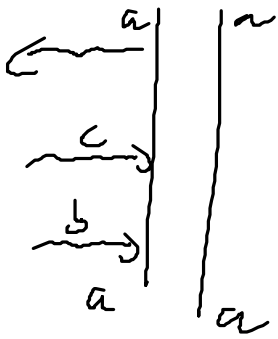


Second harmonic generation



$$P^{(2)}(t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\omega_1 \int d\omega_2 \mu_{ac} \mu_{cb}^* E(\omega_2) \mu_{ba} E(\omega_1) \frac{1}{\omega_1 + \omega_2 - \omega_{ca} + i\eta} \frac{1}{\omega_1 - \omega_{ba} + i\eta} e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + c.c.$$

Weitere Möglich z.B. NLPT, Pump-Probe.

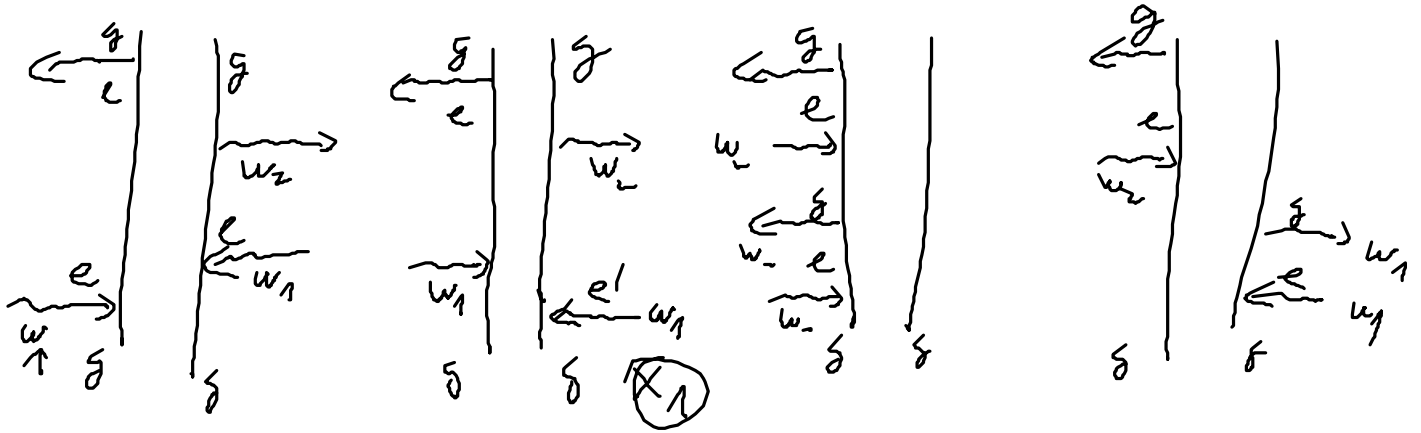
Bsp: Pump-Probe



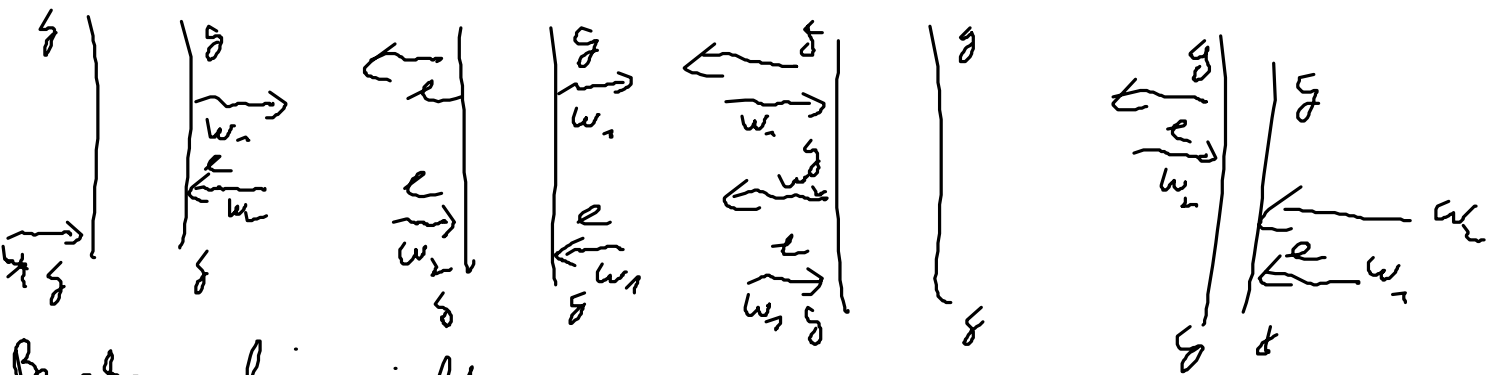
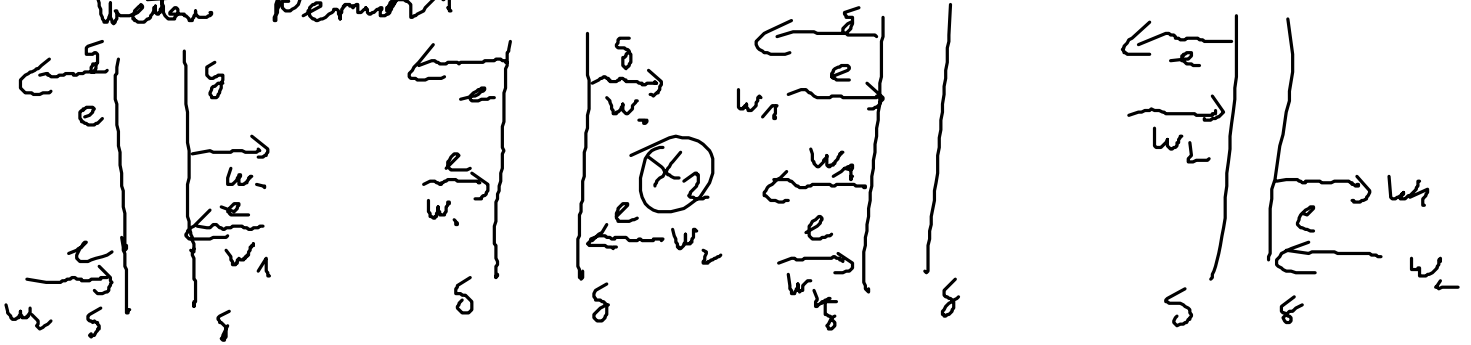
$$E(t) = E_1 e^{i\omega_1 t} + E_2 e^{i\omega_2 t}$$

\uparrow 2x \uparrow 1x

Diagramm



Weitere Periode



Benach bei nicht monodromatische Pulsen (Überlappung) muß über w_1, w_2, w_3 parnetiert werden

Wicht.: Pfeilrichtung gibt Energie Richtungen!

$$P^{(3)}(t) |_{X_1} = \frac{1}{(2\pi)^3} \begin{matrix} N_{ge} & E_1 \cdot N_{eg} & E_1 N_{ge} & E_2 N_{eg} \\ \uparrow & & & \uparrow \\ 1 & & & 1 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{\underbrace{w_2 + w_1}_{1} - w_1 - w_{eg} + i\eta} \quad \frac{1}{\underbrace{w_1 - w_1}_{0} - w_{ee} + i\eta} \quad \frac{1}{-w_1 - w_{ge} + i\eta}$$

$$P^{(3)}(t) |_{X_2} = \frac{1}{(2\pi)^3} \begin{matrix} N_{ge} & E_2 \cdot N_{eg} & E_1 \cdot N_{ge} & E_1 \cdot N_{eg} \end{matrix}$$

$$\frac{1}{\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4 + i\eta}$$

$$\frac{1}{\omega_1 - \omega_2 - \omega_{ee} + i\eta}$$

$$\frac{1}{-\omega_2 - \omega_3 + i\eta}$$

Wir haben viele Terme. Insbesondere die Zeitordnung macht uns das Leben schwer!

⇓ Alternativen

IV. Keldyshartige Loop Diagramme

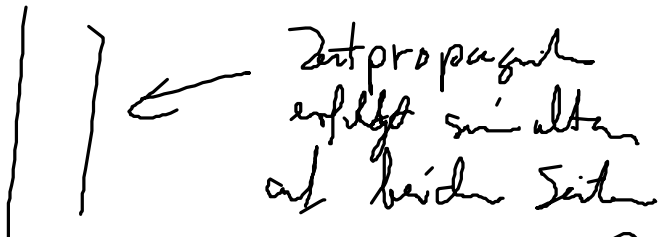
IV.1 Helligkeit der Loop Diagramme

Problem insbesondere bei überlappenden Punkten können viele Kombinationen von WW am Diagramm beschriftet werden.

Hier Lösung falls Relaxation nicht so wichtig

Idea

Liouville mit Doppelstruktur



Zeitpropagation erfolgt simultan auf beiden Seiten

Zeitstrahl

Andererseits: Zeitstrahl im Hilbertraum



Zeitstrahl mit Rückwärtspropagation

mit
Vorwärtspropa-
gator

Entwickelung
erfolgt mit dem
Satz 5.11.

Zurück zum erzeugenden Ausdruck

$$P^{(n)}(t) = \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \text{tr} \left(\rho(t_0) U_{0-}(t, t_0) T \left[\int_{t_0}^t dt U_{0-}^+(t, t_0) (H_L(t) - H_{NR}(t)) U_{0-}(t, t_0) \right] \right)$$

$$\underline{TR} \quad U_{0-}(t, t_0) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_{0-}(t-t_0)\right)$$

$H_{0-} = H_{0L} - H_{0NR}$

$$= \exp\left(-\frac{i}{\hbar} H_{0L}(t_0) (t-t_0)\right) \exp\left(\frac{i}{\hbar} H_{0NR}(t-t_0)\right)$$

$$= U_{0L}(t, t_0) U_{0NR}(t, t_0)$$

$$= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \text{tr} \left(\rho^{\dagger} U_{0-}(t, t_0) T \left[\int_{t_0}^t dt (U_{0L}^+(t, t_0) H_{0L}(t) U_{0L}(t, t_0) - U_{0NR}^+(t, t_0) H_{0NR}(t) U_{0NR}(t, t_0)) \right] \right)$$

$$= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \text{tr} \left(\rho^{\dagger} U_{0-}(t, t_0) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} T \left[\int_{t_0}^t dt (U_{0L}^+(t, t_0) H_{0L}(t) U_{0L}(t, t_0))^k \right. \right.$$

$$\left. \left[\int_{t_0}^t dt (-U_{0NR}^+(t, t_0) H_{0NR}(t) U_{0NR}(t, t_0))^{n-k} \right] \right)$$

Zerlegung links und rechts Seite
in abhangig

$$\Rightarrow \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \text{tr} \left(\rho^{\dagger}(t_0) U_{0-}(t, t_0) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left[T \left[\int_{t_0}^t dt (U_{0L}^+(t, t_0) H_{0L}(t) U_{0L}(t, t_0))^k \right] \right. \right.$$

$$\left. \left[T \left[\int_{t_0}^t dt (-U_{0NR}^+(t, t_0) H_{0NR}(t) U_{0NR}(t, t_0))^{n-k} \right] \right] \right)$$

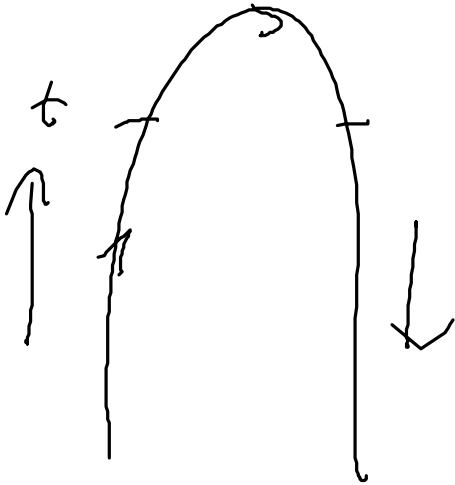
Superoperatoren in Hilbertraum operieren

$$= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \text{tr}(\hat{\rho}(t_0)) U_0(t_1, t_0) \sum_{i_1} \binom{n}{i_1} \left(T_{\leftarrow} \left(\int_{t_0}^t dt U_0^\dagger(t, t_0) H_1(t) U_0(t, t_0) \right)^{i_1} \rho_0 \right.$$

$$\left. \left(T_{\rightarrow} \left(\int_{t_0}^t dt (-U_0(t, t_0) H_1(t) U_0^\dagger(t, t_0)) \right)^{n-i_1} \right) U_0^\dagger(t, t_0) \right)^{n-i_1}$$

$$= \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^n \frac{1}{n!} \text{tr}(\hat{\rho}(t)) U_0(t_1, t_0) \sum_{i_1} \binom{n}{i_1} \left(T_{\leftarrow} \left(\int_{t_0}^t dt U_0^\dagger(t, t_0) H_1(t) U_0(t, t_0) \right)^{i_1} \rho_0 \right.$$

$$\left. \left(T_{\rightarrow} \left(\int_{t_0}^t dt (-U_0(t, t_0) H_1(t) U_0^\dagger(t, t_0)) \right)^{n-i_1} \right) U_0^\dagger(t, t_0) \right)^{n-i_1}$$



Im Prinzip kann T_{\leftarrow} und T_{\rightarrow} auch als Zeitordnung abhängig der Schleife zusammengefasst werden.

Beispiel zur Formel in 3. Ordnung

$$\begin{aligned} \rho^{(3)}(t) = & \left(\frac{-i}{\hbar}\right)^3 \text{tr}(\hat{\rho}(t)) \int_{t_0}^t dt_3 \int_{t_0}^{t_3} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 U_0(t, t_3) H_1(t_3) U_0(t_3, t_2) H_1(t_2) U_0(t_2, t_1) \\ & H_1(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho_0 U^\dagger(t, t_0) \\ & - \left(\frac{i}{\hbar}\right)^3 \text{tr}(\hat{\rho}(t)) \int_{t_0}^t dt_3 \int_{t_0}^{t_3} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 U_0(t, t_2) H_1(t_2) U_0(t_2, t_1) H_1(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho_0 \\ & \left. U_0(t_0, t_3) H_1(t_3) U_0(t_3, t) \right) \end{aligned}$$

\leftarrow Loopzeit
 \leftarrow Zeitpfad
 \rightarrow Zeitpfad

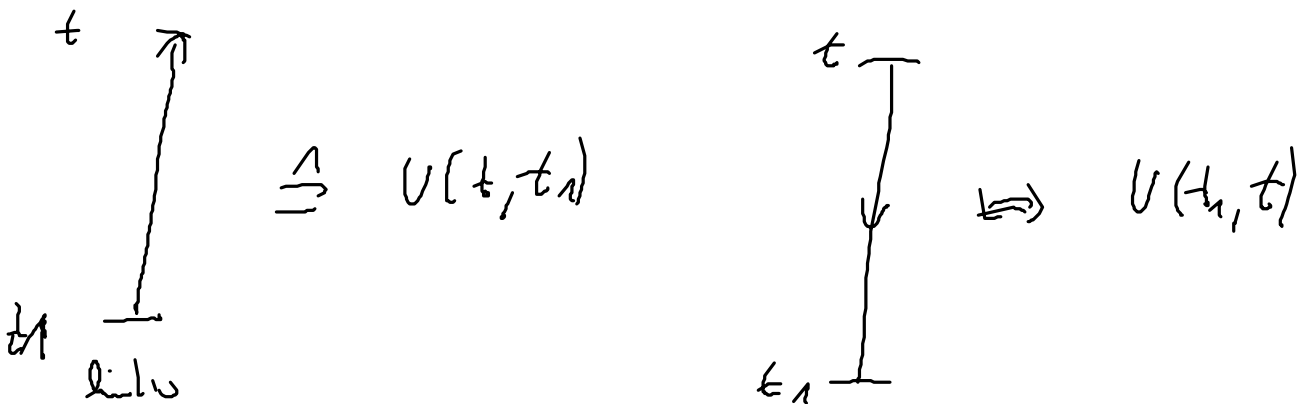
$$+ \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \text{tr}(\hat{\rho}(t)) \int_{t_0}^+ dt_3 \int_{t_0}^{t_3} dt_2 \int_{t_0}^+ dt_1 U_0(t_1, t_0) H_1(t_1) U_0(t_1, t_0) \rho_0 U_0(t_1, t_0) H_1(t_1) U_0(t_1, t_0) H_1(t_2) U_0(t_2, t_1) H_1(t_2) U_0(t_2, t_1) H_1(t_3) U_0(t_3, t_2) H_1(t_3) U_0(t_3, t_2)$$

← Loopzeit
← Loopzeit
← Zeit

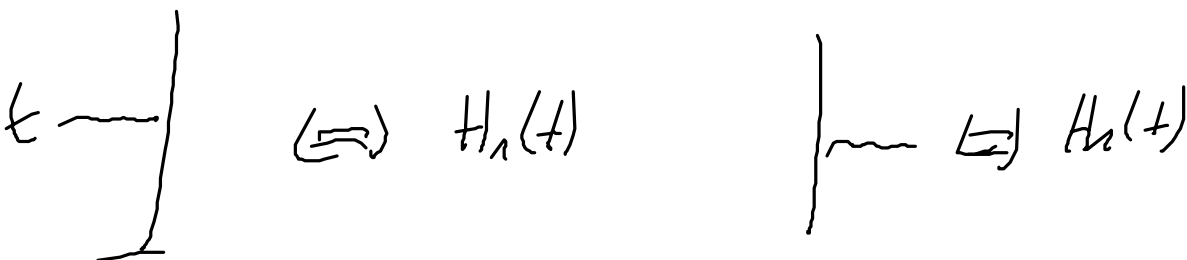
Loop
Zeit

$$- \left(-\frac{1}{\hbar}\right)^3 \text{tr}(\hat{\rho}(t)) \int_{t_0}^+ dt_3 \int_{t_0}^{t_2} dt_2 \int_{t_0}^{t_2} dt_1 U_0(t_1, t_0) \rho_0 U_0(t_0, t_1) H_1(t_1) U(t_0, t_2) H_1(t_2) U(t_2, t_1) H_1(t_3) U_0(t_3, t_1)$$

Sper ist zahlen. Wir können aber ad $\hat{\rho}(t)$ in die Mitte setzen!
mit Propagator links rechts.



Wk in Prinzipio wie vor



Regeln:

- ① Die Abwechsel ist zeitlich immer richtig
- ② Zeitordnung auf der linken Seite und rechten Seite ist voneinander unabhängig

- ③ Formel ist die Zerordnung auf der rechten Seite
Sinto Inos zur linken Seite
- ④ Für jede WW links oder rechts eine linksseitige