5. Anwendung I: Fortbewegung von Mikroorganismen

• Motivation: (i) physikal. Mechanismen verstehen } hochaktuell
(ii) Lernen von der Natur!

• Einordnung: $Re = \frac{\rho v a}{\eta}$

$Re > 1$: „driften" mit Hilfe von Trägheit

$Re \ll 1$: keine Trägheit

Bsp: Escherichia-Coli-Bakterium

$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$, $v = 30 \frac{\mu m}{s}$, $a = 3 \mu m$, $\eta = 10^{-3} \frac{kg}{m\,s}$

$\longrightarrow \boxed{Re = 10^{-4}}$

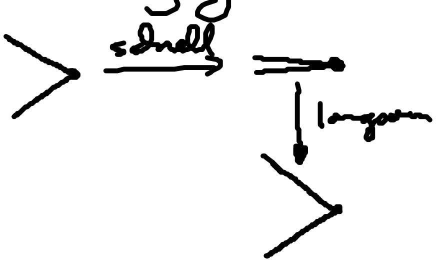
5.1 Grundprinzipien

• Fortbewegen bei kleinen Re:

1. Nichtreziproke Schwimmbewegung
2. periodische Deformation des Schwimmers
   $\longleftrightarrow$ periodisch variierende hydrodynamische Reibung
3. keine externe Kräfte und Drehmomente
   $\Longleftrightarrow$ autonomer Schwimmer

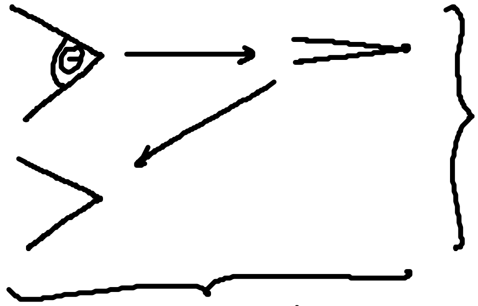
• nicht reziproke Bewegung $\longleftrightarrow$ Purcells Muscheltheorem:

$Re > 1$:



Navier-Stokes-Gln.
keine Zeitumkehrinvarianz
Energiedissipation

$Re \ll 1.$



reziproke Bewegung gleich bei Zeitumkehr
$t \to -t$

Stokes-Gln:
$$0 = -\nabla p + \eta \underline{\nabla}^2 v + g\underline{b}$$
kinematische Reversibilität
$-\underline{v}(\underline{x}, -t)$ ... Lsg. falls $\underline{\nabla} p \to -\underline{\nabla} p$
$\underline{b} \to -\underline{b}$

aber: $\underline{b} \to -\underline{b}$

$\downarrow$

$-\underline{v}(\underline{x}, -t)$

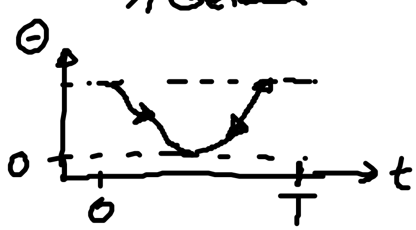
$\downarrow$

effektive Schwimmgeschw. $\underline{u}_0 \to -\underline{u}_0$

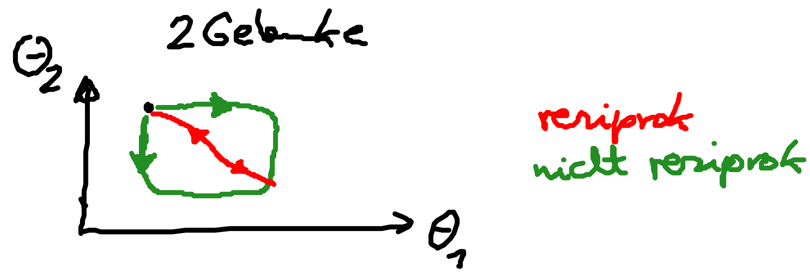
aber: reziproke Bewegung: $\longrightarrow$ $\underline{u}_0 = -\underline{u}_0 = 0$!

$\longrightarrow$ Schwimmen bei $Re \ll 1$ $\longleftrightarrow$ nicht reziproke Bewegung [≥ 2 Gelenke]

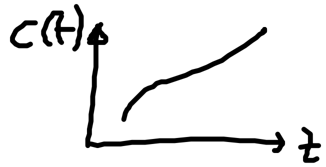
Diagramme:



immer reziprok



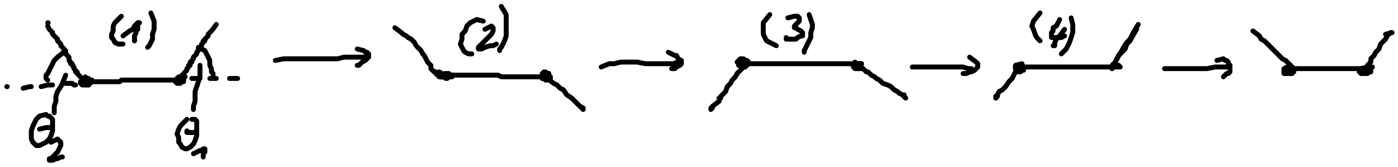
NB: Stokes-Gln: keine Zeitableitung
$\longrightarrow$ verallgemeinerte kinematische Reversibilität
$-\underline{v}(\underline{x}, -c(t))$ Lsg. falls: $\nabla p \longrightarrow -\underline{\nabla} p$



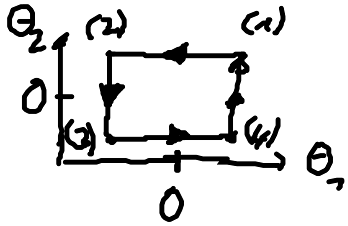
$\underline{b} \to -\underline{b}$

- einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers:

Purcell-Schwimmer:



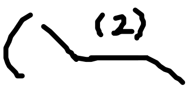
$\hat{=}$



im Experiment: s. Folie

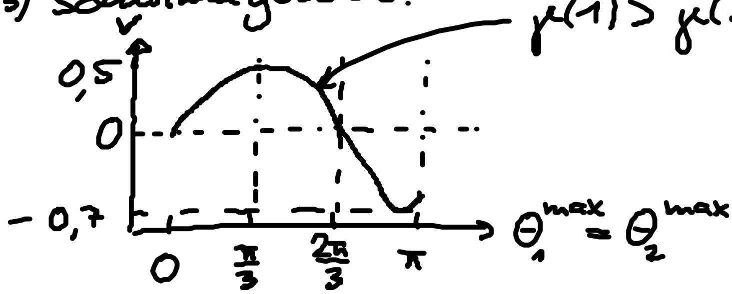
periodisch variierende Reibung?

(1) langer, dünner Stab: $\gamma_\perp \simeq 2\gamma_\parallel$ (4.43)

(2) z.B. γ() $\neq$ γ()

(3) Schwimmgeschw.

$\gamma(1) > \gamma(2)$, macht Sinn



[Becker et al. J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

5.2 Realisierung in der Natur

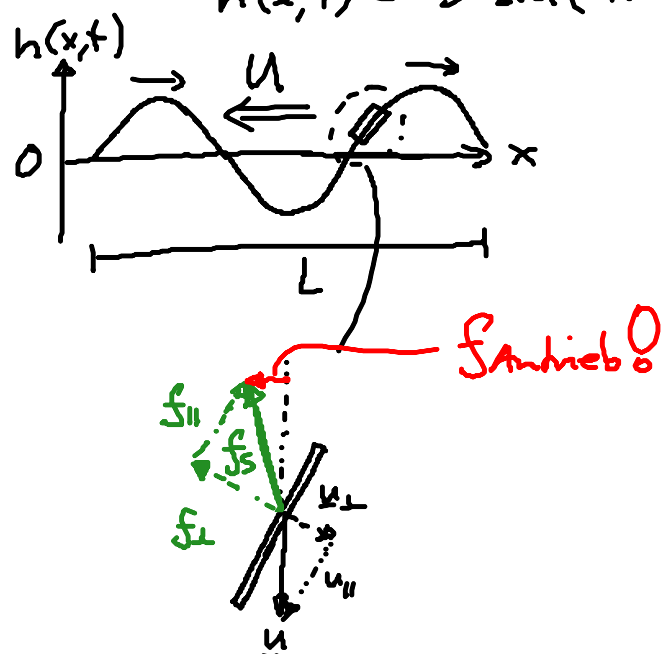
1. Spermien:
- Kopf + schlagendes Filament (= Flagellum)
- Bauprinzip des Flagellums
- Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

„resistive force theory": lokaler Reibungskoeffizient pro Längeneinheit $\parallel, \perp$ Segment: $\zeta_\parallel, \zeta_\perp$

- Schwimmgeschwindigkeit U?

Vereinfachung: Filament (Länge L) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \qquad (5.3)$$



$$\left.\begin{aligned} f_\parallel &= -\zeta_\parallel u_\parallel \\ f_\perp &= -\zeta_\perp u_\perp \end{aligned}\right\} \text{Reibungskräfte pro Längeneinheit } \parallel, \perp \text{ Segment}$$

mittlere Schwimmgeschwindigkeit: ($h \ll L$!) $\quad T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\boxed{\underbrace{\zeta_\parallel L \langle U \rangle}_{\text{Reibungskraft für Bewegung} \parallel x\text{-Achse}} = \underbrace{(\zeta_\perp - \zeta_\parallel) \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^L \frac{dh}{dt} \frac{dh}{dx}\, dx}_{\text{Antriebskraft}}} \qquad (5.4)$$

mit (5.3) $\Rightarrow$

$$\boxed{\langle u \rangle = -\frac{\zeta_\perp - \zeta_\parallel}{2\zeta_\parallel}\,\omega k b^2} \quad (5.5)$$

N.B.: Schwimmen nur mit anisotroper Reibung!

Beweis: s. Übungen

2. E(scherichia)-Coli-Bakterien / Salmonellen

- Bündel rotierender helikaler Flagellen $\longrightarrow$ Schubkraft [s. Kap. 4.6 c)]
- Helix = chirales Objekt $\longleftrightarrow$ Rotation = nichtreziproke Bewegung
- Nanorotationsmotor
- Schlingerbewegung zur Nahrungssuche: Chemotaxis
- Polymorphismus des helikalen Flagellums