

7. Anwendung II: Bioinspiriertes Flagellum

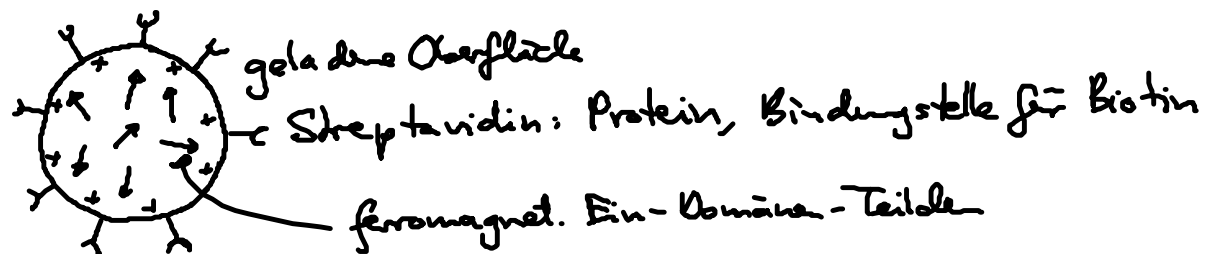
- Biomimetik: Natur als Ideengeber für Lösungsstrategien von Problemstellungen in Forschung und Technologie
- hier: Ahnung Flagellum, Zilien von Mikroorganismen nach
→ Fortbewegung von Mikromaschinen
Flüssigkeitstransport (Mikrofluidik)

7.1 Experimentelles System

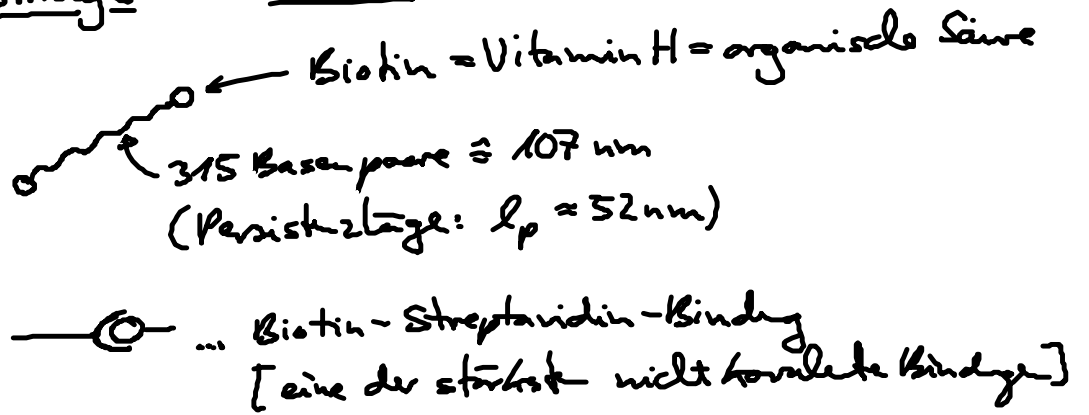
- superparamagnet. Filament: [Dreyfus et al., Nature 437, 862 (2005)]
hohe magnetische Momente im Magnetfeld

(i) Bestandteile:

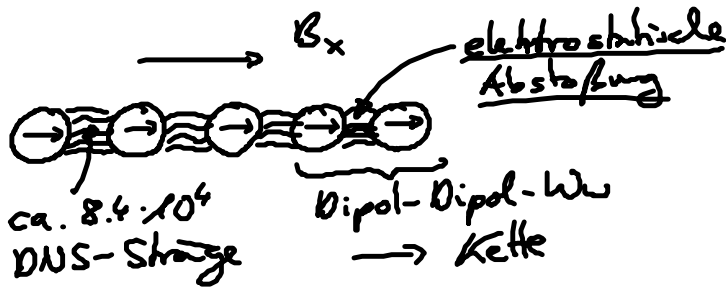
(1) superparamagnet. Teilchen: $a \approx 0,5 \mu\text{m}$



(2) DNS-Stränge mit Biotin-Ende:

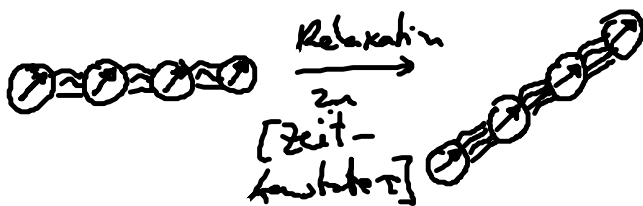
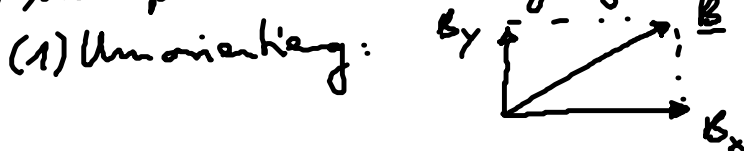


(ii) Konstruktion:



\rightarrow superparamagnetisches, elastisches Filament.
 Länge $L \approx 10 - 40 \mu\text{m}$
 Biegekonstante: $\alpha = (3.3 \pm 1.6) \cdot 10^{-27} \frac{\text{J}}{\text{m}}$

(iii) Manipulation durch Magnetfeld,



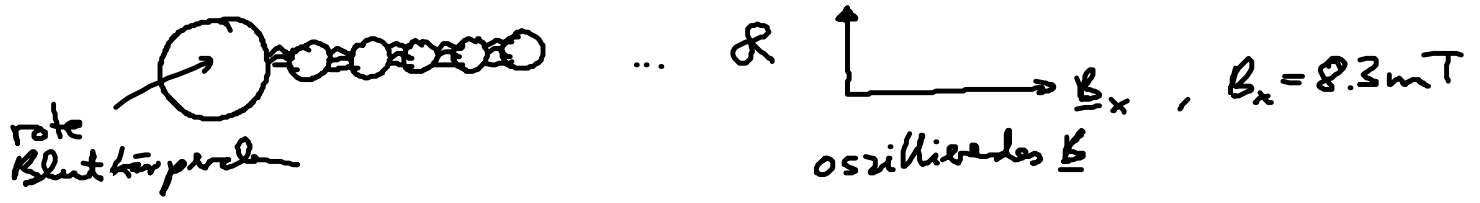
(2) oszillierendes \underline{B} : $\omega \sim \frac{1}{\tau}$ für optimale Antwort!

Reibungskräfte \longleftrightarrow Biegekräfte



\rightarrow einarmiger Schwimmer:

$$B_y = B_y \sin(\omega t) \underline{e}_y, \quad B_y \approx 13.7 \text{ mT}$$



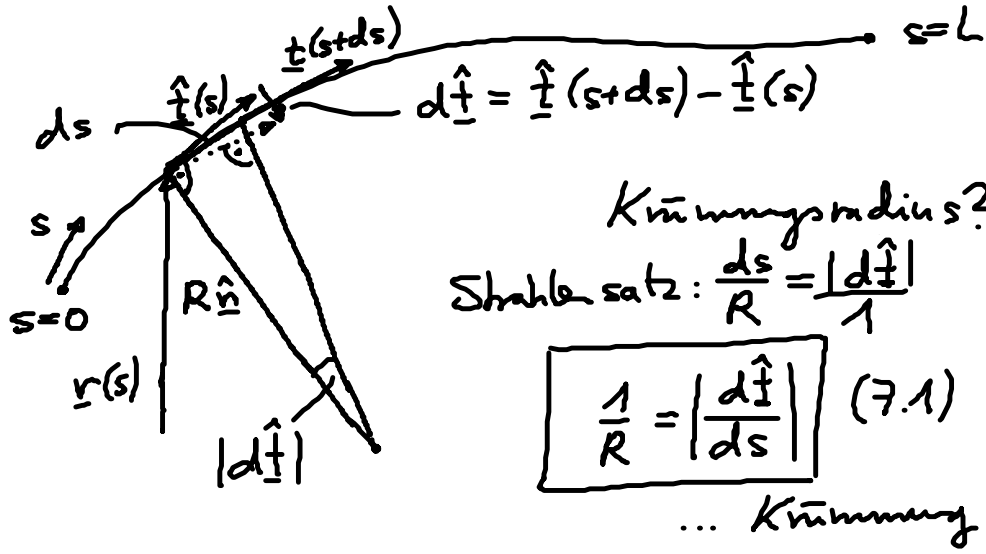
- (i) Film: [s. Folie] $v \approx 6 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}$
Schwimmrichtung: Last hinten!
- (ii) Sellastr.: nicht-eriprote Bewegung
- (iii) Biegewelle* versus Paddelbewegung
- (iv) Schwinggeschw. versus ω ¹¹⁴
(verschied. B_x, B_y, α, L)
→ Maximum!
→ Modellierung zum besseren Verständnis!

7.2 Elastohydrodynamik dünner Stäbe

- Grundlagen: Elastizitätstheorie + hydrodynamische Reibung dünner Stäbe
- Anwendung:
 - superparamagnetisches Filament
 - semiflexible (Bio-) Polymere:
 - Aktin (Zelgerüst)
 - Mikrotubuli (Transportwege in Zelle)
 - DNS (Erbsubstanz)
 - ⋮

a) Kinematik

- Differentialgeometrie einer Raumkurve $\underline{r}(s)$:
 ↗ Bogenlänge s
 ↘ Ortsvektor



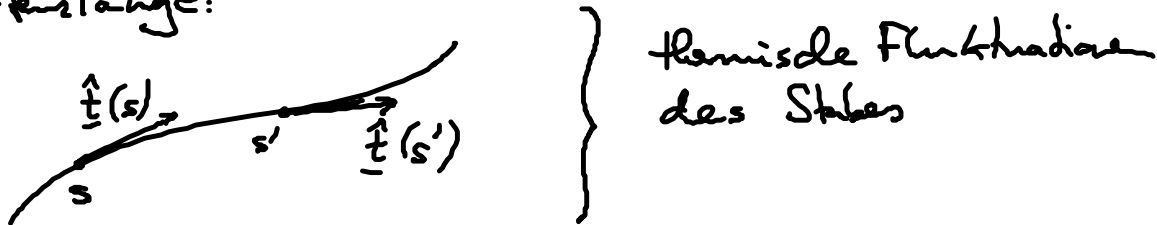
b) Elastizitätstheorie:

• Biegeenergie: harmonische Näherung

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{1}{2} k_B T l_p \int_0^L \frac{1}{R^2} ds \\
 &= \frac{1}{2} k_B T l_p \int_0^L \left(\frac{d\hat{t}}{ds} \right)^2 ds \quad \text{mit } \hat{t} = \frac{dr(s)}{ds}, |\hat{t}| = 1
 \end{aligned}$$

$k_B T l_p$... Biegekonstante = $k_B T \times$ Persistenzlänge

• Persistenzlänge:



→ Tangente Korrelationen im thermodynam. GG:

$$\langle \hat{t}(s) \cdot \hat{t}(s') \rangle = e^{-|s-s'|/l_p} \quad (7.3)$$

Beweis: s. Übung, im kanon. Ensemble

Deutung: (i) $|s-s'| \ll l_p \rightarrow \langle \hat{t}(s) \cdot \hat{t}(s') \rangle \approx 1$
 Filament ist gerade

(ii) $|s-s'| \gg l_p \rightarrow \langle \dots \rangle \approx 0$
 Filament beliebig gebogen!

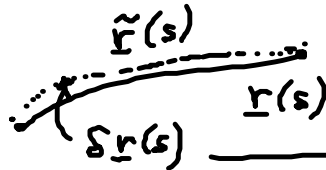


→ Auf Persistenzlänge l_p behält Filament seine Richtung bei

- (iii) also: $L \dots$ Gesamtlänge
 $L \gg l_p \dots$ flexibles Filament
 $L \approx l_p \dots$ semiflexibles "
 $L \ll l_p \dots$ starrs "

• Führe ein: Biegekräft

über Variation der Biegeenergie δF für Variation der Filamentkonfiguration: $\delta \underline{r}(s) = \tilde{\underline{r}}(s) - \underline{r}(s)$ mit $\frac{|\delta \underline{r}|}{|\underline{r}|} \ll 1$



$$\delta F = \int_0^L \frac{\delta F}{\delta \underline{r}(s)} \cdot \delta \underline{r}(s) ds + \text{Oberflächenenergie} \quad (7.4)$$

$-\frac{\delta F}{\delta \underline{r}(s)}$... Biegekräft = - Funktionalableitung von F pro Längeneinheit