

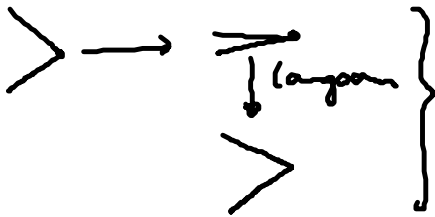
## 5.1 Grundprinzipien

• Fortbewegung bei kleinen  $Re$ :

1. Nichtreziproke Schwimmbewegung
2. periodische Deformation des Schwimmers  
 $\longleftrightarrow$  periodisch variierende hydrodynamische Reibung (S.1)
3. keine externe Kräfte und Drehmomente  
 $\longleftrightarrow$  autonome Schwimmer

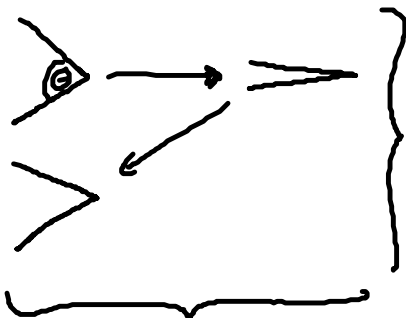
• nichtreziproke Bewegung  $\longleftrightarrow$  Purcell'sches Muskeltheorem:

$Re > 1$ :



Navier-Stokes-Gln.  
keine Zeitumkehrinvarianz  
 Energie dissipation

$Re \ll 1$ :



Stokes-Gln.:

$$0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + \rho b$$

kinematische Reversibilität

$$-v(x, -t) \dots \text{Lsg. falls } \nabla p \rightarrow -\nabla p$$

$$b \rightarrow -b$$

reziproke Bewegung  
 gleich bei Zeitumkehr  
 $t \rightarrow -t$

aber:  $b = -b$



$$-v(x, -t)$$

effektive Schwimgeschw.  $u_0 \rightarrow -u_0$

aber: reziproke Bewegung  $u_0 = -u_0 = 0!$

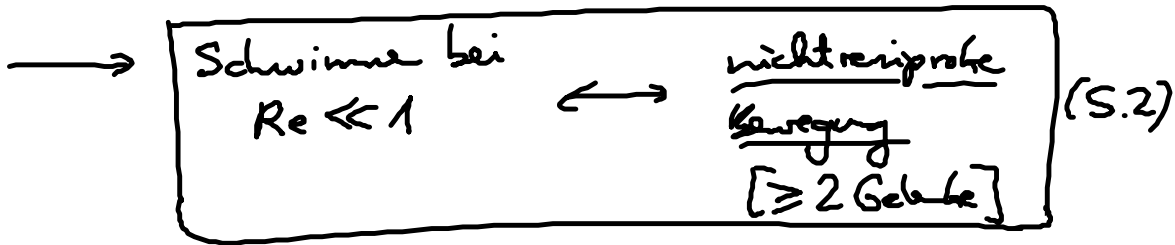
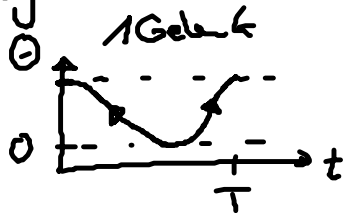


Diagramme:



immer reziprok



reziprok  
nichtreziprok

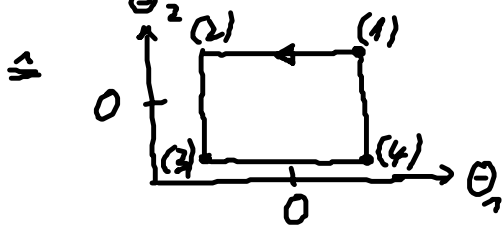
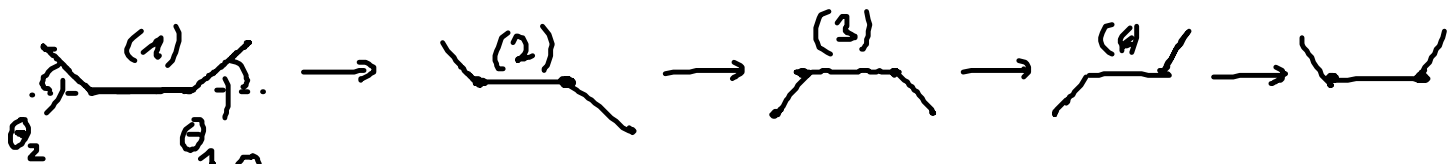
NB: Stokes-Gln.: keine Zeitableitung  
→ verallgemeinerte kinematische Reversibilität

$-v(x, -c(t))$  Lsg. falls:  $\nabla p \rightarrow -\nabla p$   
 $\underline{b} \rightarrow -\underline{b}$



• einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers:

Parcell-Schwimmer



... im Experiment

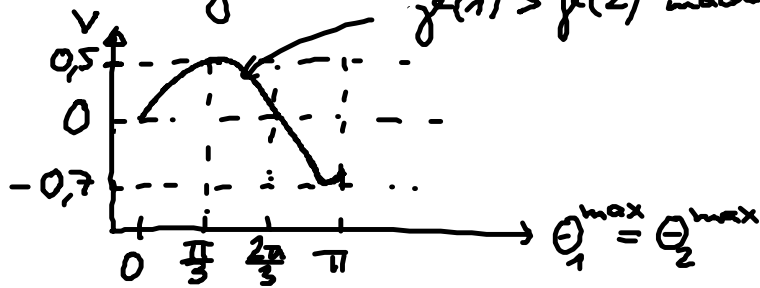
periodisch variierende Reibung?

(1) lager, dünner Stab:

$\gamma_{\perp} \approx 2\gamma_{\parallel}$  (4.43)

(2) z.B.:  $\gamma(\sqrt{(1)}) \neq \gamma(\sqrt{(2)})$

(3) Schwinggeschw.  $y_1(t) > y_2(t)$  macht Sinn



[Becker et al. J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

## 5.2 Realisierungen in der Natur

1. Spermien:
- Kopf + schlagendes Filament (= Flagellum)
  - Bauprinzip des Flagellums
  - Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

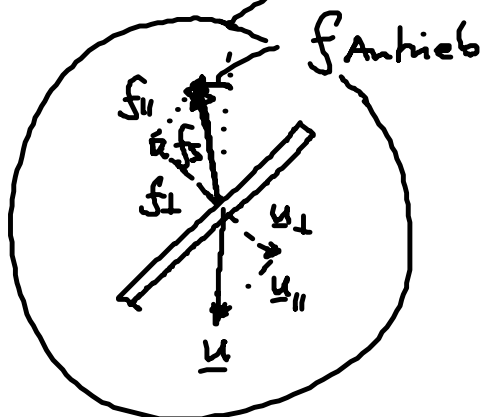
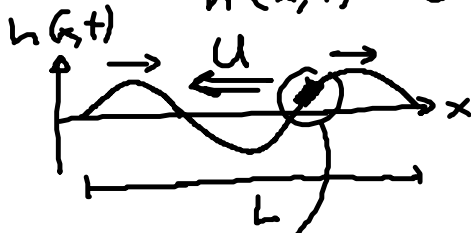
"resistive force theory"  
 lokaler Reibungskoeffizient pro  
 Längeneinheit  $\parallel, \perp$  Segment:

$$\zeta_{\parallel}, \zeta_{\perp}$$

- Schwingungsgeschwindigkeit  $U$ ?

Vereinfachg: Filament (Länge  $L$ ) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \quad (5.3)$$



$$\left. \begin{aligned} f_{\parallel} &= -\int_{\parallel} \zeta_{\parallel} u_{\parallel} \\ f_{\perp} &= -\int_{\perp} \zeta_{\perp} u_{\perp} \end{aligned} \right\} \text{Reibungskräfte} \\ \text{pro Längeneinheit} \\ \parallel, \perp \text{ Segment}$$

$$(\zeta_{\parallel} < \zeta_{\perp})$$

mittlere Schwingschwindigkeit  $T = \frac{2a}{\omega}$

$$\int_{-L}^L \langle U \rangle = (\gamma_L - \gamma_H) \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_0^L \frac{dh}{dt} \frac{dh}{dx} dx \quad (5.4)$$

Reibungskraft für Bewegung // x-Achse  
 Antriebskraft  $\sim \gamma$   
 Neigung des Segments

(5.3)  $\rightarrow$   $\langle U \rangle = - \frac{\gamma_L - \gamma_H}{2\gamma_H} \omega \ell^2 \quad (5.5)$

NB. Schwimmen nur mit anisotroper Reibung!

Beweis: s. Übungen

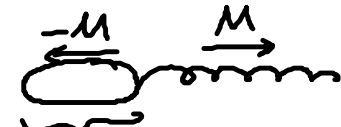
## 2. E. (scheridialia)-Coli-Bakterien/Salmonellen:

- Bündel rotierender helikaler Flagellen  $\rightarrow$  Schubkraft [s. Kap. 4.6c]
- Helix = chirales Objekt  $\leftrightarrow$  Rotation = nichtreziproke Bewegung?
- Nanorotationsmotor
- Selligerbewegung zur Nahrungssuche: Chemotaxis
- Polymorphismus des helikalen Flagellums
- Modellierung: (vgl. Kap. 4.6c)

Mobilitätsmatrix Helix:  $\begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ M \end{pmatrix}$

mit  $\begin{pmatrix} A & D \\ D & B \end{pmatrix} \stackrel{(4.66)}{=} \begin{pmatrix} \gamma & c \\ c & \beta \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\gamma\beta - c^2} \begin{pmatrix} \beta & -c \\ -c & \gamma \end{pmatrix} \quad (5.7)$

Rotationsmotor:  $M \neq 0, F = 0 \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D \\ B \end{pmatrix} M$

• Effizienz:   
 $A_0$   
 Mobilität  
 Zellkörpers

$$\varepsilon = \frac{\text{dissipierte Energie Zellkörper}}{\text{gesamt}} \approx \frac{A_0^{-1} u^2}{B M^2} \approx 1\%$$

... Fortbewegung bei kleinen Re ist sehr ineffizient

3. Paramecietierchen: (engl. paramecium)

4. Opalina

Felder von synchron schlagenden Zilien

→ metachronale Wellen

Ursprung: hydrodynam. Ww. (s. Kap. 6)

in der Simulation

5. Amoeben: Fortbewegung durch Ausstülpungen (Gesaltädg)

6. African. Trypanosom:

Spindel-Körper mit dorsal angehefteten Flägeln

7. Mikrofluidik