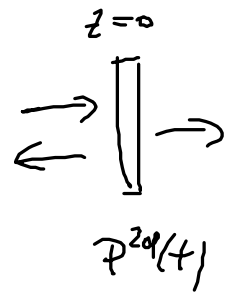


Einwirkung: Signale an dünner Schicht:



$$E(z=0, t) = \underbrace{\bar{E}_0(z=0, t)}_{\text{eingestrahltes Feld}} - \underbrace{\frac{1}{2\epsilon_0 c} \dot{P}^{zd}(t)}_{\text{Dipoldichte am Ort d. Schicht}}$$

- eingestrahltes Feld wird durch Dipoldichte renormiert
- Abschattungseffekt führt zur Dipoldämpfung, explizit:

e/ Dämpfung d. Dipoloszillation

$$P^{zd} = \kappa_0 P^\pm, \text{ wobei:}$$

$$P^\pm = d_{12} p_{12} \pm d_{21} p_{21} \quad (\text{Bsp. 2 Niveausystem})$$

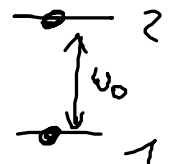
explizit Gleichung f. P^{zd} ableiten:

$$\text{II } \dot{p}_{12} = i\omega_{12} p_{12} + i\Omega_{21} \Delta$$

$$d_{ii} = 0, \quad d_{ij} \neq 0 (i \neq j)$$

$$\text{II } \dot{p}_{21} = -i\omega_{12} p_{21} - i\Omega_{12} \Delta$$

$$p_{11} - p_{22} \equiv \Delta \begin{matrix} > 0 & : & \text{"System unten"} \\ < 0 & & \text{"System oben"} \end{matrix}$$



$$\dot{P}^+ = i \omega_{12} P^- \quad , \quad \Omega_{12} = \frac{E(t) d_{12}}{\hbar} \quad , \quad \omega_{12} = -\omega_0 \quad \omega_0 > 0$$

$$\dot{P}^- = i \omega_{12} P^+ + i \frac{2|d_{12}|^2}{\hbar} E(t) \Delta$$

Quantenmechanik

$$\ddot{P}^+ = -\omega_0^2 P^+ + \frac{2\omega_0 |d_{12}|^2}{\hbar} E(t) \Delta$$

freie Oszillation

Triebkraft

Oszilliert!

$$E \rightarrow \bar{E}_0 - \frac{q_0}{2\epsilon_0 c} \dot{P}^+$$

↓

$$\underbrace{\ddot{P}^+ + \gamma \dot{P}^+ + \omega_0^2 P^+}_{\text{Oszillat. gleich.}} = \underbrace{\frac{2\omega_0 |d_{12}|^2}{\hbar} \bar{E}_0 \Delta}_{\text{Triebkraft mit extern Feld}}$$

Abstrahlung d. Dipol durch ist in γ

$$\gamma = \frac{q_0^2 \omega_0 |d_{12}|^2}{\epsilon_0 \hbar c^3} \Delta$$

Stoßdämpf d. atomar ZNS
durch Dipol abstrahlung.

es gibt natürlich viele Dämpfprozesse.

stimulierte Emission: $\Delta < 0$

→ Beschreibung d. Oszillators

IV Lineare Optik, lineare Signale

$$\text{lineare Optik} \equiv \vec{P} = \epsilon_0 \overset{\uparrow}{\chi} \vec{E} = \epsilon_0 \sum_{ij} \overset{\uparrow}{\chi_{ji}} \vec{E}_i \vec{e}_j$$

\uparrow Suszeptibilitätstensor χ

E nur in erster Potenz!

$$\vec{J} = \hat{\sigma} \vec{E}$$

\uparrow Leitfähigkeitstensor

allgemeinste Ansicht nur im ω -Raum

~~$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi(t) \vec{E}(t)$$~~

$$\vec{P}(\omega) = \epsilon_0 \hat{\chi}(\omega) \vec{E}(\omega)$$

1. Brechzahlbeschreibung

Wellengleichung im Frequenzraum

$$\Delta \vec{E}(\omega) - \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\omega) + \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\omega) = \mu_0^{-\omega^2} \vec{P}(\omega)$$

— " —

$$= \mu_0 \omega^2 \epsilon_0 \hat{\chi}(\omega) \vec{E}(\omega)$$


$$\Delta \vec{E}(\omega) - \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\omega) + \hat{n}^2 \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}(\omega) = 0$$

\hat{n}^2 Def. d. Brechzahl tensors


$$\hat{n}^2 = 1 + \hat{\chi}(\omega)$$

isotrop: $n = \sqrt{1 + \chi(\omega)}$

2. Lineare Antwort v. Dielektrika (Dipoldichten)

$$\vec{P} = \epsilon_0 \sum_{em} \vec{d}_{em} \rho_{em}$$

\uparrow Atomdichte \uparrow Dipoldichte \uparrow Dichtewert



$$\dot{\rho}_{em} = i\omega_{em} \rho_{em} - i \sum_{\mu} \left(\Omega_{e\mu}^* \rho_{\mu e} - \Omega_{\mu e} \rho_{em} \right) - \rho_{em} \rho_{em}$$

\leftarrow Treiber in erst. Ordnung.

alle f. sind Funktionen v. \vec{r}, t

$$\rho_{em}(\vec{r}, t), \quad \Omega_{em}^* = \frac{\vec{d}_{em} \cdot \vec{E}(t)}{t}$$

Resonanz

linear optik, wenn rechts: nur $\rho_{em} = \sum_{em} \rho_{em}$
 $= \rho_{em} \delta_{em}$

AB: $\rho_{em} = 0$ — 0
 $\rho_{em} = 1, 0$ — ● 1

$\dot{\rho}_{em} = \underline{\underline{\Omega \rho_{em}}}$ \ll Ordly E^2
 (wichtigsten)

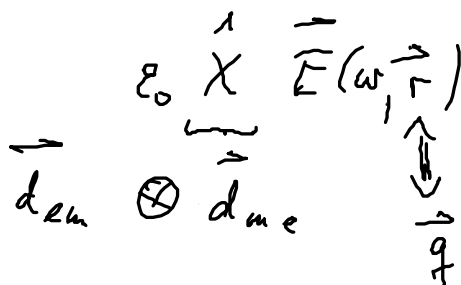
↳ Krouds aus fiber, ω -Raum: , alles (ω)

$-i\omega \rho_{em} = i\omega_{em} \rho_{em} - i(\Omega_{em}^* \rho_{em} - \Omega_{em} \rho_{em}) - \dot{\rho}_{em}$

↳ $\rho_{em}(\omega) = \frac{\vec{E}(\omega) \cdot \vec{d}_{em}}{h} \frac{-i(\rho_m - \rho_e)}{-i(\omega_{em} + \omega) + \dot{\rho}_{em}}$ $\rho_{em} \equiv \rho_{em}$

$\vec{P}(\omega) = \epsilon_0 \sum_{em} \vec{d}_{em} \frac{\vec{E}(\omega) \cdot \vec{d}_{em}}{h} \frac{-i(\rho_m - \rho_e)}{-i(\omega_{em} + \omega) + \dot{\rho}_{em}}$ ↓ konstant

Tensorcharakter



in allgem $\chi_{ij}(\omega, \eta) \uparrow$
 \uparrow Festkörper optik

ein fester Ausalt. $\vec{d}_{em} \parallel \vec{E}$ isotropes Medium

$$\chi(\omega) = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \sum_{l,m} \frac{|\vec{d}_{em}|^2 (\rho_m - \rho_l)}{\omega + (\omega_c - \omega_m) + i\eta_{em}}$$

Scalare Suszeptibilität f. räumlich isotropes Medium
 "lineare Response"

1. Bsp χ in 2 Niveausystem

$l, m = 1, 2$, $d_{em} \neq 0$ nur f. $l \neq m$

$$\chi(\omega) = \mu_0 \frac{|d_{12}|^2}{\epsilon_0} (\rho_1 - \rho_2) \frac{2\omega_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\eta_{12} + \eta_{12}^2}$$

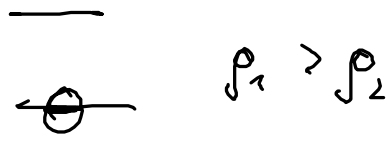
$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Jensen'sche}} \hat{=}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Bessel'sche Diff.}}$

Quantenmechanik \rightarrow Vorsicht

optisch verstärktes $\ominus \rightarrow \oplus$
 (Halbleiter)

$$\rho_2 > \rho_1$$

Ged. z. u. d.



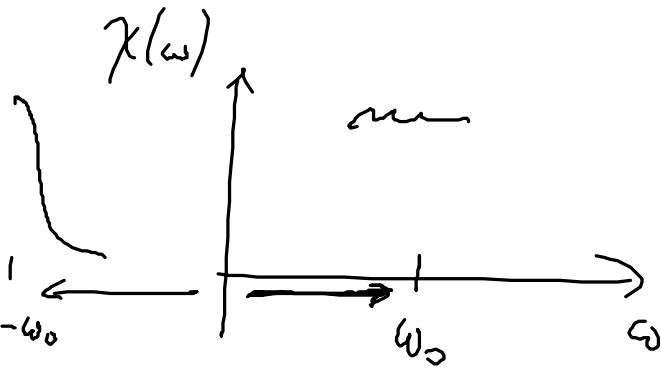
2. Beispiel Rotating Wave Approximation
 Drehwellen Näherung

$$\omega_0 = -\omega_{12} > 0$$

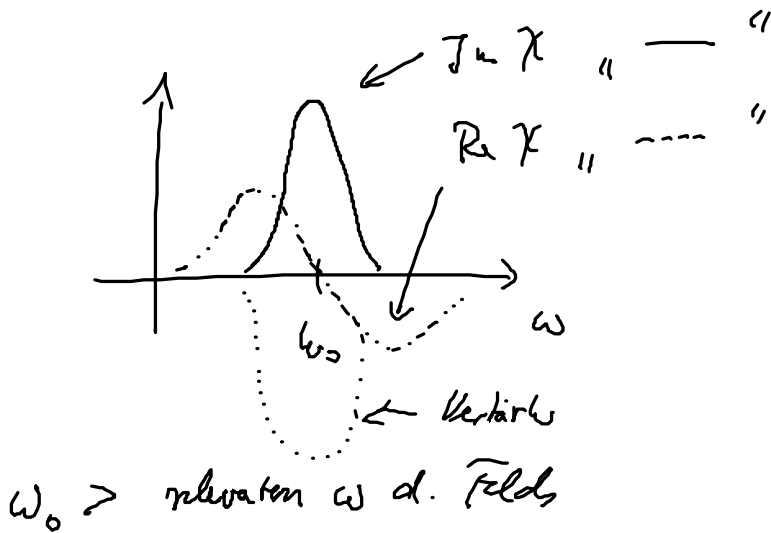
$$\chi(\omega) = \frac{\omega_0 |d_{12}|^2}{\epsilon_0} (\rho_1 - \rho_2) \left(\frac{-i\gamma_{12} + (\omega + \omega_0)}{(\omega + \omega_0)^2 + \gamma_{12}^2} - \frac{-i\gamma_{12} + (\omega - \omega_0)}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma_{12}^2} \right)$$

↑
Kern Resonanz
 $\approx 2\omega_0$

↑
Resonanz
 $\omega \approx \omega_0$



f. resonant Form:



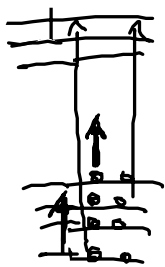
3. Beispiel: konstante Brechzahl f. viele Übergänge

$$\chi(\omega) = \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \sum_{l,m} \frac{|\vec{d}_{em}|^2 (\rho_m - \rho_e)}{\omega + \omega_{em} + i\gamma} \approx \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \sum_{l,m} \frac{|\vec{d}_{em}|^2 (\rho_m - \rho_e)}{\omega_{em} + i\gamma}$$

wann liegt χ mit v. ω ab

und γ ist us eine Zahl?

+ Taylorkorrektur



ω_{em}

$\omega \ll \omega_{em}$

$\gamma \ll \omega_{em}$

↑
Lichtfrequenz
→

↑
atomare
Frequenz

3. Linearantwort v. Plasma / Metall (Strome)

$$\vec{j} = \vec{v}(\vec{r}, t) u(\vec{r}, t)$$

$$\dot{\vec{v}} = \underbrace{-\gamma \vec{v}}_{\text{Damping}} - \underbrace{\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}}_{\text{mittleres}} + \underbrace{q}_{u_{\text{eff}}} \vec{E}(\vec{r}, t), \quad \dot{n} = -\nabla \cdot (n \vec{v})$$

linear Antwort: Aufgbedij $\vec{v} = 0$, $\bar{u} =$ konstanter Wert d. Ω -Dichte z

$$\vec{j}(\omega) = \vec{v}(\omega) \bar{u} \quad \text{Beginn}$$

↑ konst

$$\vec{j}(\omega) = \underbrace{\frac{q \bar{u}}{m_{\text{eff}} (-i\omega + \gamma)}}_{\gamma(\omega)} \vec{E}(\omega) \equiv \underline{\underline{\sigma(\omega)}} \vec{E}(\omega)$$

Druckmodell

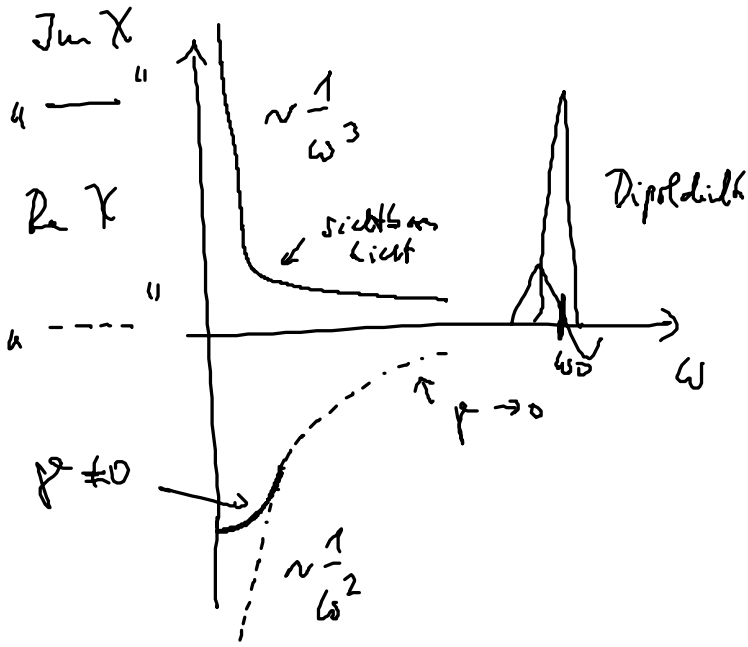
formel wird nun per $\chi(\omega)$ aufschreiben

f. bewegte Elektronen

$$\vec{j} = \dot{\vec{P}} \rightarrow \underline{\underline{\sigma(\omega)}} \vec{E}(\omega) = \underline{\underline{-i\omega \epsilon_0 \chi(\omega) \vec{E}(\omega)}}$$

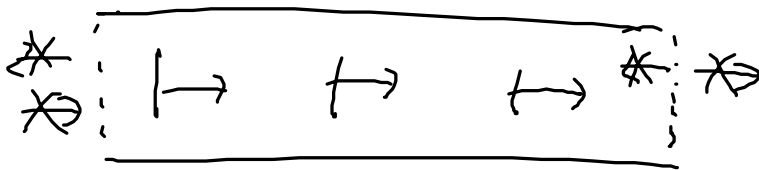
$$\chi(\omega) = \frac{q \bar{u}}{\epsilon_0 m_{\text{eff}} (-i\omega(-i\omega + \gamma))} = \frac{\omega_{pe}^2 (-\omega^2 + i\gamma\omega)}{\omega^4 + (\gamma\omega)^2}$$

$$\omega_{pl}^2 = \left(\frac{4\pi q}{\epsilon_0 \omega_{eff}} \right) \quad \text{" Plasma freq } \omega_{pl}^2$$



4. Linear Experimente

4.1. Eben Wellen im ausgedehnten Medium



Keine freien Flächen

4.1.1. Paraxiale Wellengleichung

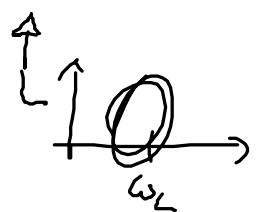
$\Delta_{\perp} \rightarrow 0$ keine Beugung (Zeit $t \rightarrow \omega$)

$$\partial_z \tilde{E} = -\frac{\mu_0 \omega_L^2}{2ik_L} \tilde{P} = i \frac{\mu_0 \epsilon_0 \omega_L^2}{2k_L} \chi(\omega) \tilde{E}$$

\uparrow
 $z = z$

Ansatz $\tilde{E} \sim \tilde{E} e^{-i\omega_L t}$
 \uparrow FT bzgl. verschob. Frequenz!

bringt χ um ω_L zu verschieben

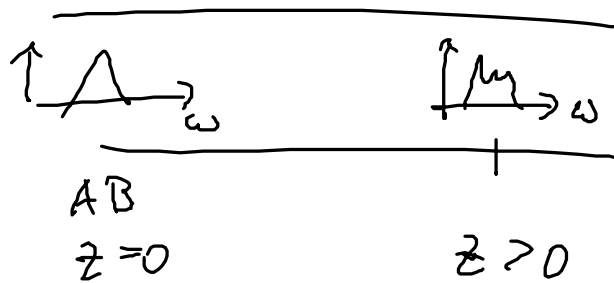


$$\partial_z \tilde{E} = i \frac{k_L}{2} \chi \tilde{E} \quad \text{an} \quad \mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad \omega_L^2 = c^2 k_L^2$$

$$\tilde{E}(z=z, \omega) = \underbrace{\tilde{E}(z=0, \omega)}_{\text{Anfangsbedingung}} e^{i \frac{k_L}{2} \chi(\omega) z}$$

Bemerkung:

a) Ausbreitungs-Effekte

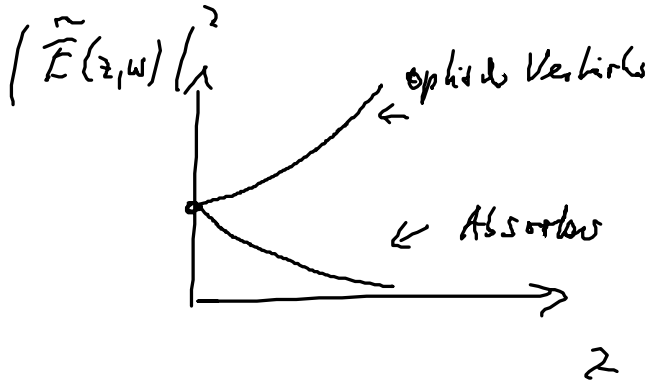


b) Transmission

Absorptionskoeff. K

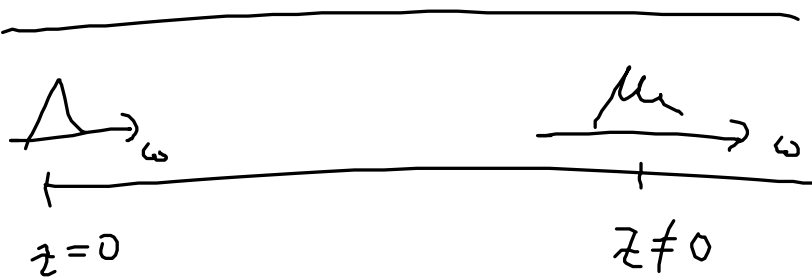
$$T = \left| \frac{\tilde{E}(z, \omega)}{\tilde{E}(z=0, \omega)} \right|^2 = e^{-k_z \text{Im} \chi(\omega) z}$$

Lambert-Beer'sches Gesetz



4.12. ∞ ausgedehntes Medium ohne Ladungsdichte

Aufgabe 1. Übung



$$\square \vec{E} = \mu_0 \vec{P}$$

Auswahl: $E_0(\omega) = e^{i(k(\omega)z - i\omega t)}$
 ↑
 zugehörig

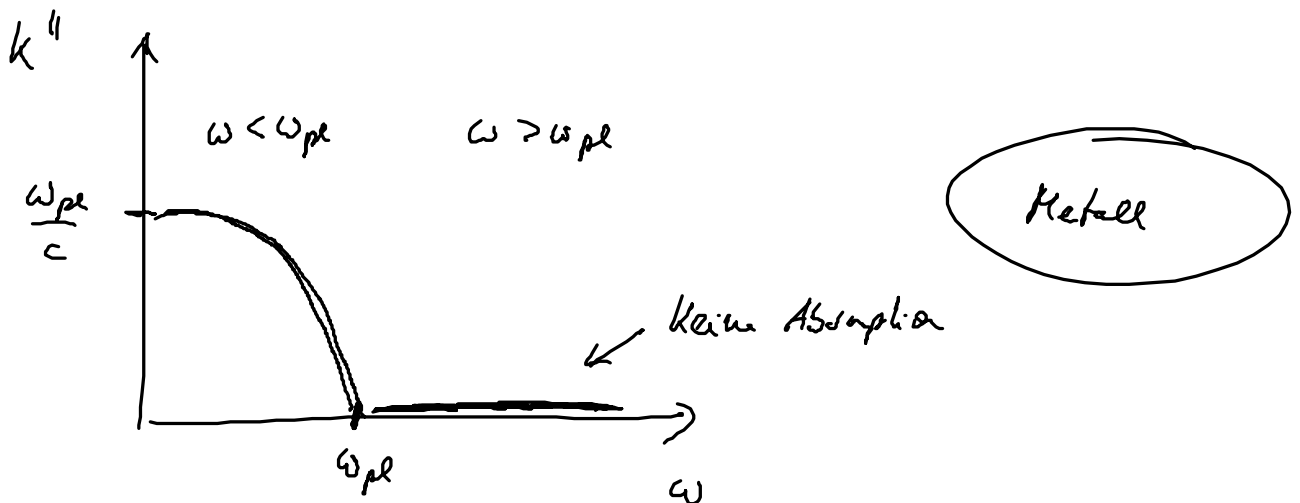
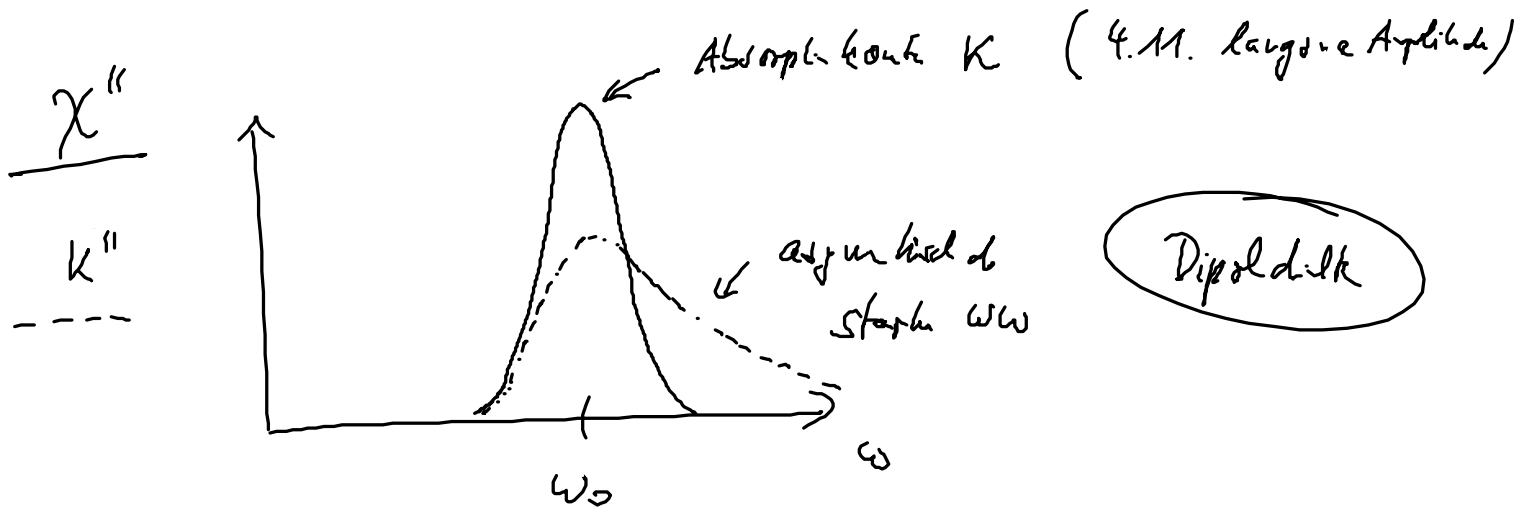
Auswahl: $k = k' + i k''$ $\chi = \chi' + i \chi''$

$$k' = \frac{\omega}{c} \left(1 + \frac{\chi'}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(1 + \chi')^2 + \chi''^2} \right)^{1/2} = \frac{\omega}{c} n(\omega)$$

$$k'' = \frac{\omega}{c} \frac{\chi''}{2 n(\omega)}$$

Ableitung d. Wellenfunkt mit

$\vec{E} \rightarrow e^{-k'' z}$, d.h. Absorptionskoeff: $\neq \text{Im } \chi = \chi''$



$$k = \frac{\omega}{c} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right)^{1/2}$$

$$= k' + i k''$$

Interpretation: unterhalb ω_{pe} werden
 Plasmaschwingen d. Elektronen
 angeregt und diese
 verbrauchen die Energie d. Felds

4.2. Ebene Wellen an Grenzfläche

Fresnel formeln in GA