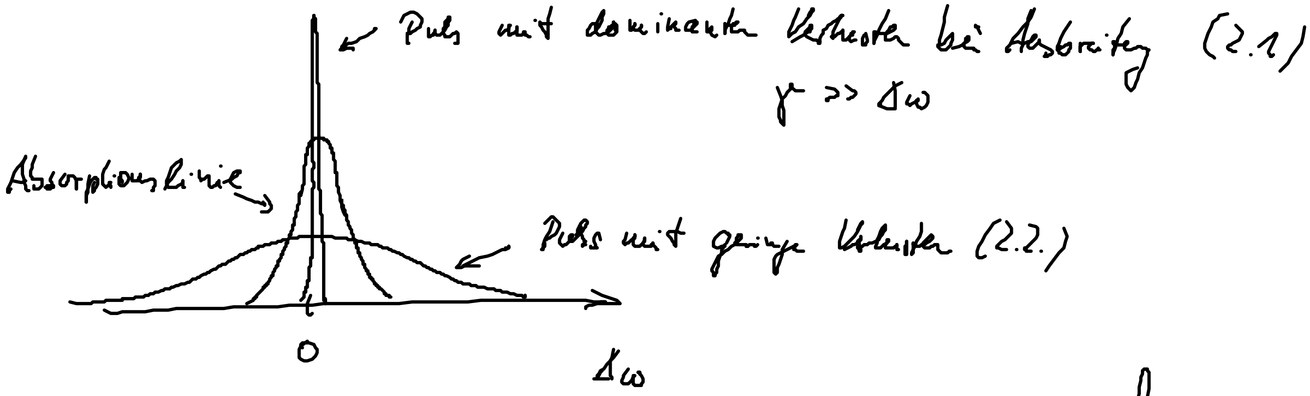
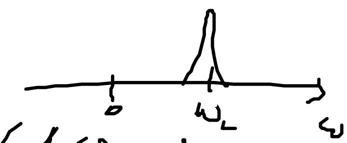




$$\Omega(\Delta\omega) = e^{-\frac{\sigma(\Delta\omega)}{2}\xi}\,\Omega(\xi=0,\Delta\omega) \qquad (\Delta\omega = \omega - \omega_L)$$

$$\xi = z$$

mit $$\sigma(\Delta\omega) = \frac{2\alpha}{\gamma - i\Delta\omega}$$

als Absorptionsquerschnitt

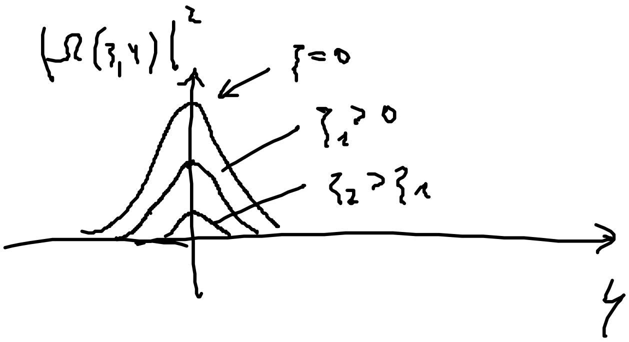
2.1. Frequenzunabhängiges Lambert-Beer Gesetz

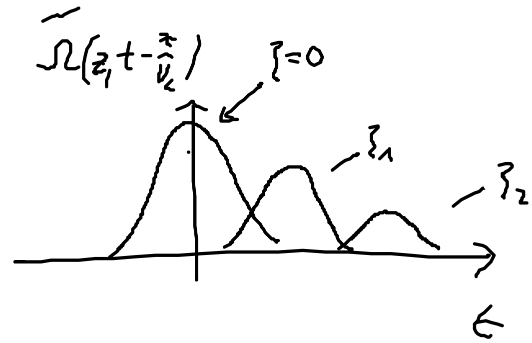
$\gamma \gg \Delta\omega$ (Lorentzlinie $\gg$ Pulsspektrum)

$$\sigma(\Delta\omega) = \underbrace{\frac{2 k_L n_0 |d_{12}|^2}{n_L^2 \hbar \gamma \varepsilon_0}}_{\text{frequenzunabhängig}} \equiv \sigma_0 \quad (\alpha \text{ eingesetzt}, \ \Delta\omega \to 0)$$

$$\tilde{\Omega}(\xi,\tau) = e^{-\frac{\sigma_0}{2}\xi}\,\tilde{\Omega}(\xi=0,\tau)$$

$$|\tilde{\Omega}(\zeta,y)|^2 = e^{-\sigma_0 \zeta}\, |\tilde{\Omega}(\zeta=0,y)|^2$$





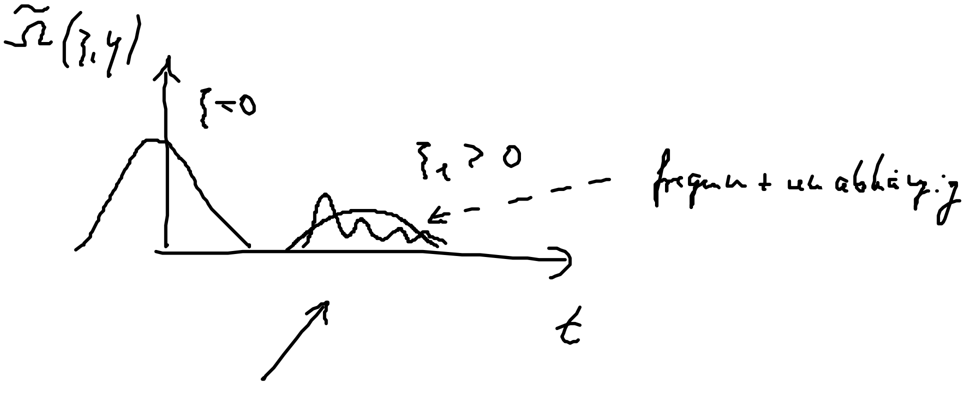
$$y = t - \frac{z}{v_L}$$ ← gegeben Gruppengeschwindigkeit

2.2. Stark frequenzabhängiges Lambert-Beer Gesetz

$\gamma \ll \Delta\omega$ spektrale Pulsbreite ist breiter als Absorptionslinie

$$\sigma(\omega) = \frac{i\,2\alpha}{\Delta\omega}$$

$$\tilde{\Omega}(\zeta,y) = \frac{1}{2\pi}\int d(\Delta\omega)\, e^{-i\frac{\alpha}{\Delta\omega}\zeta}\, \underbrace{e^{-i\Delta\omega y}}_{\text{Rücktrafo}}\, \tilde{\Omega}(\zeta=0,\Delta\omega)$$



im Vgl. zu Standard Lambert-Beer

findet man Oszillationen:

unterschiedliche Frequenzen werden

unterschiedlich v. Medium $\sigma(\Delta\omega)$

„behandelt", es kommt zu

Interferenzen am Beobachtungsort

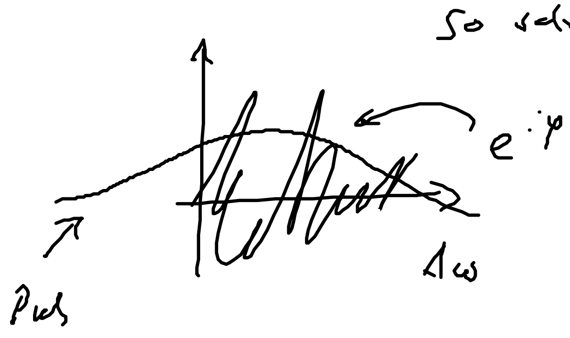
<u>Rechnung:</u> i.a. nicht geschlossen lösbar,

daher Näherung $\zeta \to \infty$

Integral enthält Phase: $e^{i\varphi}$

$$\varphi = -\frac{\alpha}{\Delta\omega}\zeta \underbrace{- \Delta\omega y}_{}$$

wenn φ groß wird,
so schnelle Schwingg.



- mittelt sich zu Null
- man versucht die am stärksten beitragende Phase mitzunehmen („stationäre Phase")

- Idee: wenn 1. Ableitung nach $\Delta\omega$ verschwindet, so sind das die stärksten Beiträge

$$\partial_{\Delta\omega} \varphi(\Delta\omega) \overset{!}{=} 0 \rightarrow \text{Punkte der stationären Phase}$$

$$\frac{\alpha}{\Delta\omega^2} \zeta - y \overset{!}{=} 0$$

$$\rightarrow \Delta\omega_0^{\pm} = \pm \left(\frac{\alpha \zeta}{y} \right)^{1/2}$$

Sind die Punkte die im Integral am stärksten beitragen, um diese Punkte wird die Phase bis quadratischer Ordnung entwickelt

$\rightarrow$ Gaußintegral $\rightarrow$ lösbar

$$i\varphi\Big|_{\Delta\omega \approx \Delta\omega_0^{\pm}} \approx -i\left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}} \zeta + \Delta\omega_0^{\pm} y \right) + \underset{=0}{\text{1. Ableitung}} + \underbrace{\frac{i}{2} \varphi''(\Delta\omega_0^{\pm})(\Delta\omega - \Delta\omega_0^{\pm})^2}_{\text{2. Ordnung}}$$

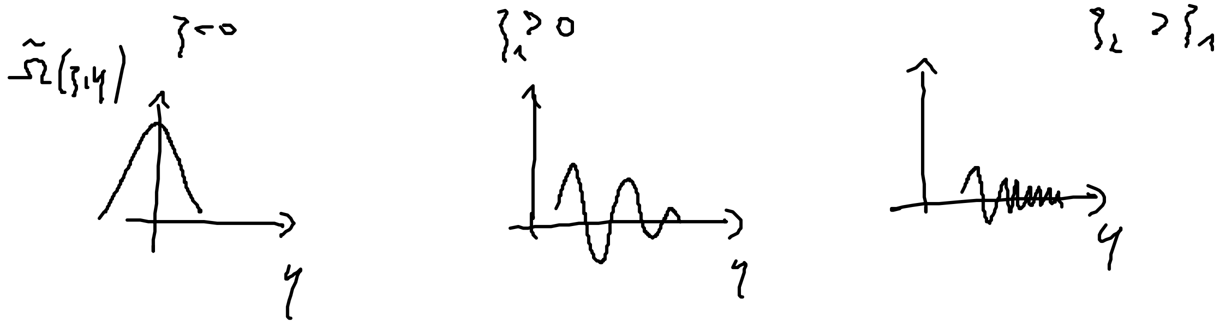
$$\tilde{\Omega}(\zeta, y) = \sum_{\pm} e^{-i\left(\frac{\alpha}{\Delta\omega_0^{\pm}}\zeta + \Delta\omega_0^{\pm} y\right)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d(\Delta\omega)\, \tilde{\Omega}(\zeta=0, \underset{\Delta\omega_0^{\pm}}{\Delta\omega})\, e^{i\frac{\varphi''}{2}\big|_{\Delta\omega_0^{\pm}} (\Delta\omega - \Delta\omega_0^{\pm})^2}$$

$$= \frac{A}{\pi} \; \frac{\tilde{\Omega}}{\pi}\left(\xi = 0, \left(\frac{\alpha \xi}{\eta}\right)^{1/2}\right) \cdot \frac{\xi^{1/4}}{\eta^{3/4}} \; \cos\left(2\sqrt{\alpha \xi \eta} + \varphi_0\right)$$

A, φ_0 – Konstanten

Bemerkungen:

a) $\exists$ Oszillation in η, ξ : $\cos\left(\sqrt{\alpha \underline{\xi \eta}}\right.$



„ringing" genannt

b) Ursache: Interferenz v. Frequenzen an einem Ort der Probe

IX Lichtausbreitung in Materie: Nichtlineare Optik

zur Erinnerung die Wellengleichung $\qquad$ nichtlinear v. $\hat{E}$

$$\left(\partial_\zeta + \underbrace{\frac{\Delta_\perp}{2ik_L}}_{} + \underbrace{\frac{i}{2} k_L'' \partial_y^2}_{}\right) \tilde{E}(\zeta,y) = \underbrace{i\frac{k_L}{2n_L^2\varepsilon_0} \tilde{P}(\zeta,y)}_{}$$

Bsp Selbst-fokussierg. **Bsp:** Soliton in Lichtfasern

verschied. Arten v. NL (gibt ausgewählte Bsp.)

1. 2π - Soliton

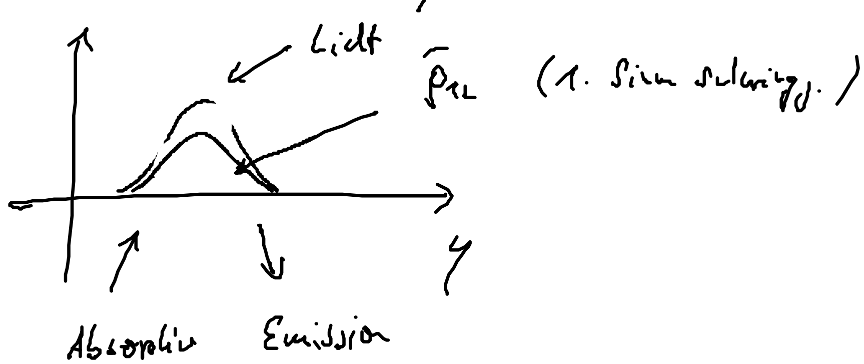
resonante WW mit Zweiniveausystem; schnell gegen γ, T; „Ultrakurzzeitlimit"

$$\tilde{P} = d_{12} n_0 \tilde{\rho}_{12}$$

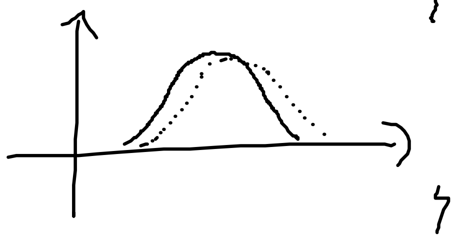
$$\tilde{\rho}_{12}(y) = \frac{i}{2} \sin\left(\int_{-\infty}^{y} dy' \, \tilde{\Omega}(y')\right) \quad \text{Rabioszillation}$$

$\left(\frac{\partial}{\partial t} \to \frac{\partial}{\partial y}\right.$ in Dgl. an der UL über NL$\left.\right)$

$\zeta = 0$



$\xi \neq 0$



Chance der forminvarianten Ausbreitung. (was vorne verschwindet kommt hinten dazu)

→ Puls muß langsamer werden. (kommt später)

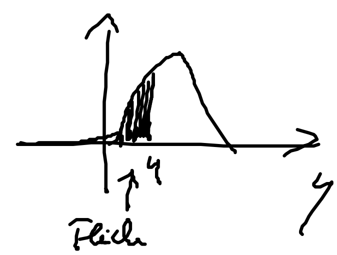
Dgl: $\Delta_\eta \to 0$, $k_L'' \to 0$

Beugg. und Dispers. weglassen

$$\partial_\xi \tilde{\Omega}(\eta) = -\beta \sin\left(\int_{-\infty}^{\eta} d\eta' \, \tilde{\Omega}(\eta') \right)$$

$$\beta = \frac{k_L \omega_0 |d_{12}|^2}{4 \omega_L^2 \varepsilon_0}$$

Pulsfläche: $$\Theta(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} d\eta' \, \tilde{\Omega}(\eta')$$

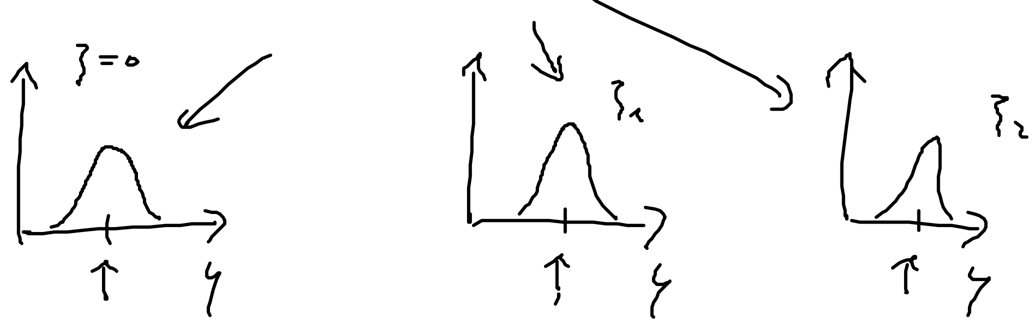


$$\partial_\xi \partial_\eta \Theta(\eta,\xi) = -\beta \sin(\Theta(\eta,\xi))$$

Gleichg. f. Pulsfläche Sine-Gordon-Gleichung

allg. Lsg. i.a. unzugänglich

suche ein forminvariante Lsg.

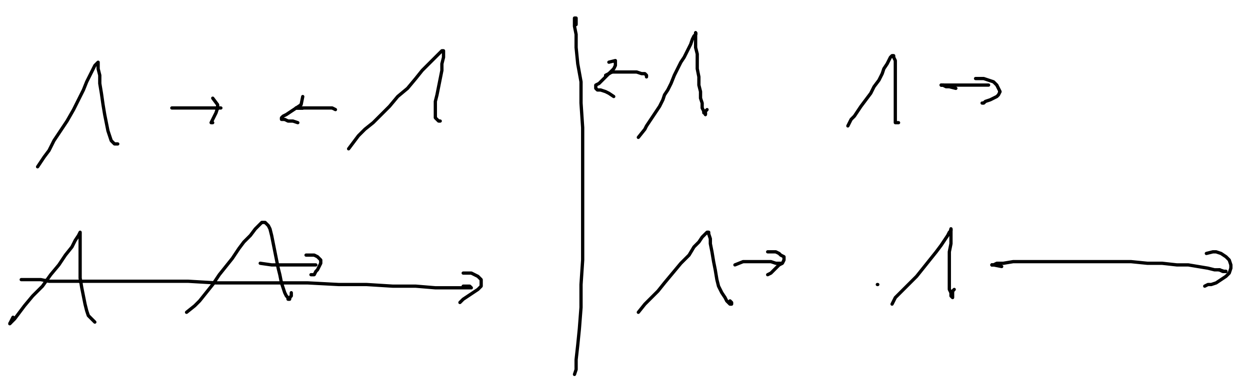


↳ „Verschiebung in Zeit" und Geschwindigkeit v

→ neue Koordinate $s = y - \frac{\zeta}{v}$

$\theta(\zeta, y) \rightarrow \theta(s)$

- solche forminvarianten Lösungen heißen „solitäre Wellen"
- wenn solitäre Wellen kollidieren



und sich danach ungestört ausbreiten,

so nennt man diese Objekte „Solitonen"

(Konservative Systeme)

Vorteil ist nur noch 1 Koordinate zu haben:

$$s = y - \frac{\xi}{v}$$

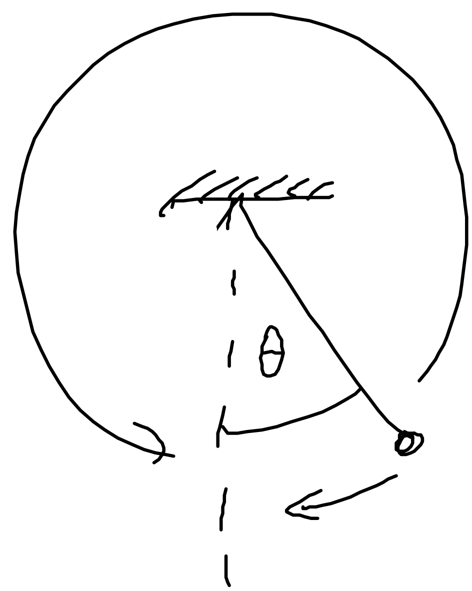
v ← unbekannt, zu bestimmen

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial s}{\partial y}\frac{\partial}{\partial s} = \frac{\partial}{\partial s}, \qquad \frac{\partial}{\partial \xi} = \frac{\partial s}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial s} = -\frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial s}$$

$$-\frac{1}{v}\partial_s^2\theta = -\beta \sin\theta$$

$$\partial_s^2\theta = \underbrace{v\beta}\sin\theta$$

$$\boxed{\partial_s^2\theta = \frac{1}{\tau^2}\sin\theta}$$



ähnlich zur Schwingungsgleichg. f. <u>beliebige</u> Auslenkungen, ein VZ fehlt.

- <u>Anfangsbedingungen</u>: $y \to \pm\infty$, $s \to \pm\infty$

$$\tilde{\Omega} \to 0, \quad \partial_s \tilde{\Omega} \to 0$$

Lsg. sind elliptische Funktionen

1 bekannte Lsg die Dgl. + AB erfüllt:

$$\theta(s) = 4 \arctan\left\{ e^{\frac{(s-s_0)}{\tau}} \right\}$$

τ = frei wählbar, weil v wählbar

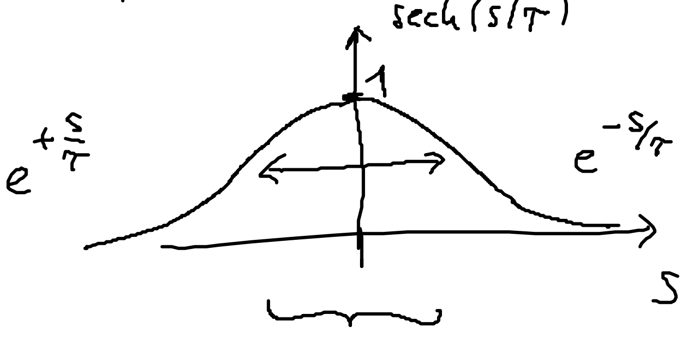
≙ Lösungsschar

(Beweis d. Einsetzen)

$$\tilde{\Omega}(s) = \frac{\partial}{\partial s}\,\theta(s) = \frac{2}{\tau}\,\underline{\underline{\frac{2}{e^{-\frac{s}{\tau}}+e^{\frac{s}{\tau}}}}} = \underline{\underline{\frac{2}{\tau}\,\mathrm{sech}\left(\frac{s}{\tau}\right)}}$$

Bemerkungen

a) Puls ist forminvariant und breitet sich in sech-Form d. Medium aus

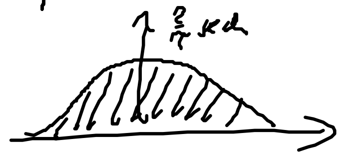


τ - Pulsdauer d. Solitons

für $\tau \ll T_1, T_2$ wird sech - Puls experimentell gefunden + ist stabil

b) Fläche d. Pulses kann berechnet werden

$\Theta(y \to \infty) = 2\pi$



y

Fläche unter dem Puls ist 2π, unabhängig v. τ

b) <u>Ausbreitungsgeschwindigkeit</u>

$$\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}\left(\left(y - \frac{z}{v}\right) / \tau\right)$$

$$s = \left(t - \frac{z}{v_L} - \frac{z}{v}\right) = t - z\left(\frac{v \cdot v_L}{v + v_L}\right)^{-1}$$

d

$v \hat{=}$ Solitongeschwindigkeit

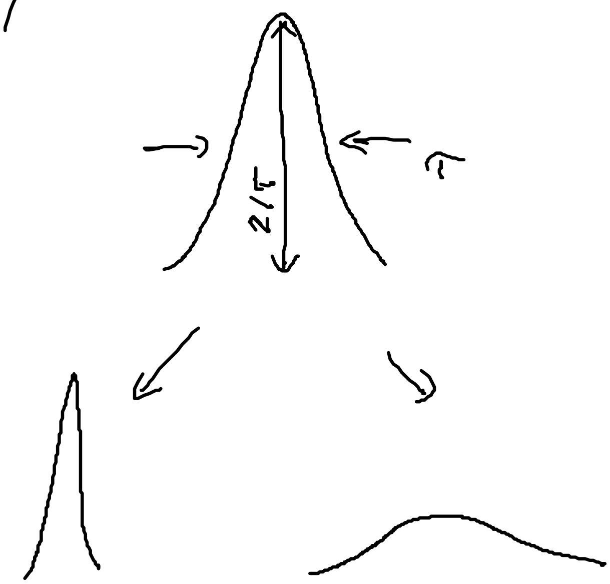
Gesamtgeschw. d. Pulses: $\frac{v \cdot v_L}{v + v_L} \approx \underline{\underline{v}}$

$$\beta v = \tau^{-2}, \quad v = \frac{1}{\beta \tau^2}$$

τ wählbar

β: Material ($|d_{12}|^2$)

v kann deutlich $< v_L$ gemacht werden zu τ) :



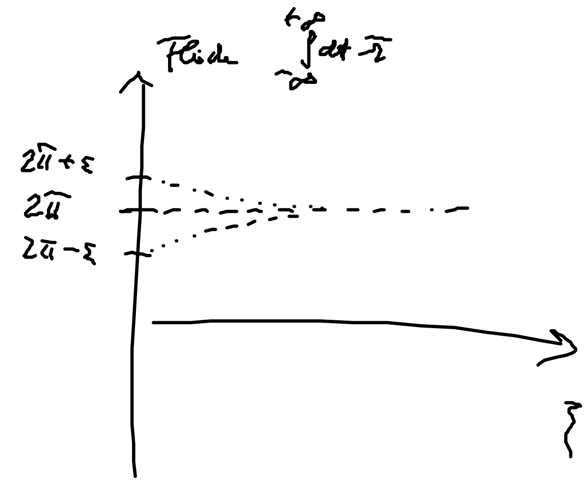
Höhe und Dauer des Soliton sind nicht unabhängig, sondern durch τ festgelegt

alle τ aber realisierbar

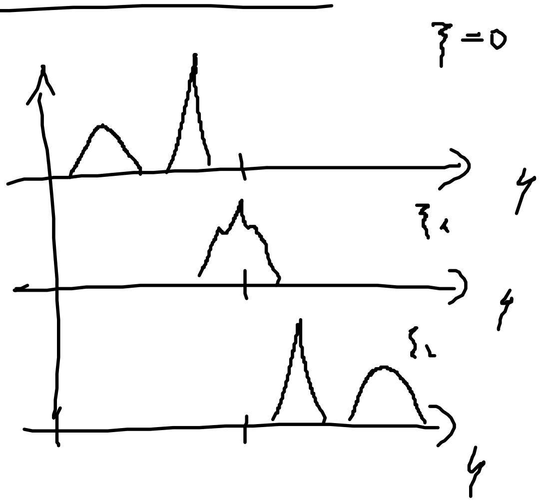
damit ist v festgelegt, weil β d. Material gegeben ist

$$v = \frac{1}{\beta \tau^2}$$

Je kürzer der Puls desto schneller.



c) mehr Solitonen (2)



Soliton Welle überlebt dies „ungestört" (bis auf Phase)

→ „Solitonen"