

Vortrag "Unternehmen Risiko,
Risiko Unternehmen"

Do 25.01.07 16⁰⁰ - 17³⁰

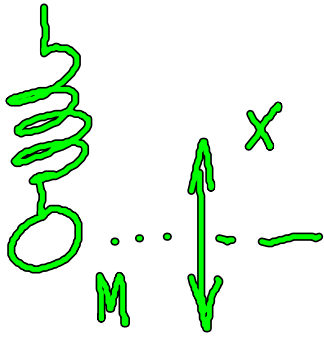
MA 415

Dr. D. Wayrod
McKinsey

Quanten - Dissipation

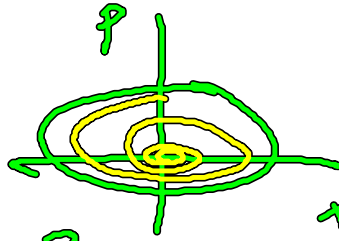
Klassische Mechanik: Beschreibung
von Dissipation durch "Reibensysteme"

in der Bewegungsgleichungen



$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

harm. Oszillator



$$\| \ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega^2 x = f(t) \|$$

gedämpfter HO.

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$$

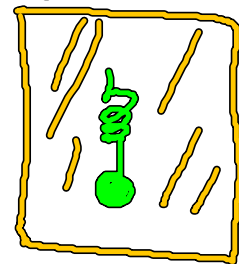
Mikroskopische Theorie

für Reibungsterm $\gamma \dot{x}$ möglich?

Ursprung von Reibung mittels System-Bad Theorem
erklären:

Schritt 1:

"Welt" aufteilen in System
und Bad



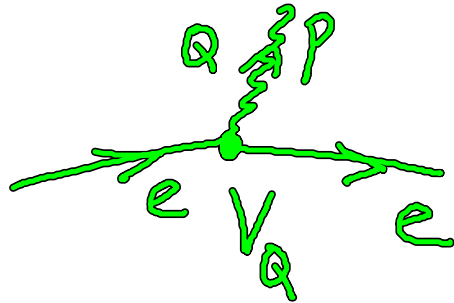
Schritt 2:

Wechselwirkung
zwischen System und Bad identifizieren
und dann modellieren

Beispiel: • Elektron-Phonon Wechselwirkungen
in einem Festkörper

(→ sagt für elektr. Widerstand bei hohen Temperaturen)

System: Elektronen
Bad: Phononen



• Spontane Emission von Licht aus einem angeregten Atom

Einstein A, B Koeffizienten

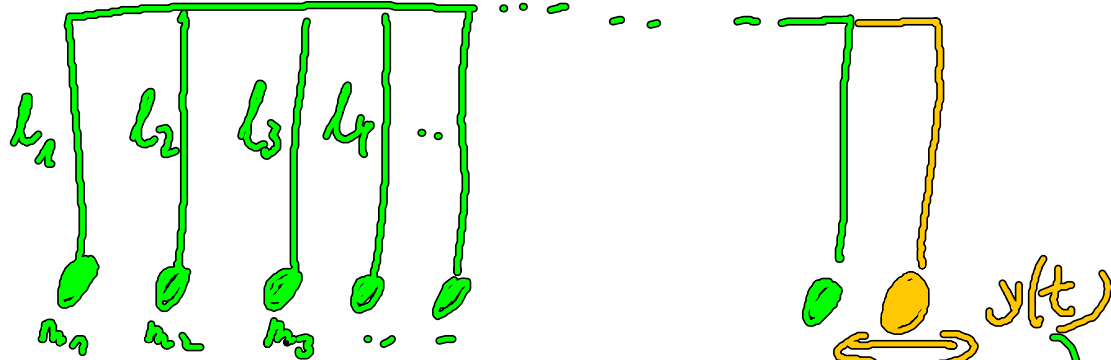


Ankoppelung an das elektromagnetische Feld.

$$\rightarrow \frac{1}{e\beta E - 1} \quad \beta = \frac{1}{k_B T}$$

- Wie funktioniert ein Laser?
- Quantitativ: wie groß ist die „Openbarzeit“,
„„ Dekohärenzzeit“

Beispiel:

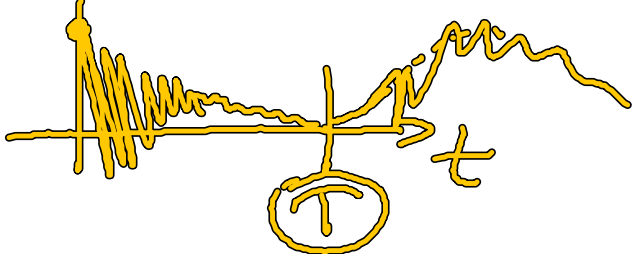


System mit (in Rahmen der Theorie kleiner Schwingungen)
 N Freiheitsgrade

große Anzahl von Eigenfrequenzen ω_i

Bewegung $y(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi_i)$

\uparrow Amplituden \uparrow Phasen



Formale Aufspaltung in System und Bad

In der mikroskopischen Theorie

Hamiltonian: $\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_B + \hat{H}_{SB}$

System Bad System-Bad-Wechselwirkung

Hilbertraum $\mathcal{H}_{total} = \mathcal{H}_{System} \otimes \mathcal{H}_{Bad}$

$|\Psi\rangle = \sum_{S,B} \begin{bmatrix} \vdots \\ c_{SB} \\ \vdots \end{bmatrix} |S\rangle \otimes |B\rangle$

Zielt interessieren wir uns nur für das System

$$\Rightarrow \hat{\rho}_S = \frac{\text{Tr}_B |\Psi\rangle\langle\Psi|}{\text{Tr}_B} \quad \text{reduzierte Dichtematrix}$$

Literatur: H. Carmichael, "Quantum Optics" (Springer)

Zeitentwicklung des reduzierten Dichtoperators

Ausgangspunkt $H = H_0 + V, H_0 = H_S + H_B$
Störanteil $V = H_{SB}$

Definition $\chi(t)$ Dichtematrix des Gesamtsystems

Liouville-von-Neumann Gleichung $i \frac{\partial}{\partial t} \chi(t) = [H, \chi(t)]$

$$\Rightarrow \chi(t) = e^{-iHt} \chi(t=0) e^{iHt} \quad \text{strenge Lösung}$$

Zielt Übergang in das Wechselwirkungsbild

Observable A : $\tilde{A}(t) = e^{iH_0 t} A e^{-iH_0 t}$
Zustand χ : $\tilde{\chi}(t) = e^{iH_0 t} \chi(t) e^{-iH_0 t}$

Bew. Gleichung $\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\chi}(t) = i H_0 \tilde{\chi} - i \tilde{\chi} H_0 + e^{iH_0 t} \left[\frac{\partial}{\partial t} \chi(t) \right] e^{-iH_0 t}$

$$= i [H_0, \tilde{\chi}(t)] - i e^{iH_0 t} [H, \tilde{\chi}(t)] e^{-iH_0 t}$$

$$= i [H_0, \tilde{\chi}(t)] - i e^{iH_0 t} [H_0 + V, \tilde{\chi}(t)] e^{-iH_0 t}$$

$$e^{iH_0 t} H_0 e^{-iH_0 t} = H_0$$

$$e^{iH_0 t} V e^{-iH_0 t} = \tilde{V}(t)$$

$$= -i [\tilde{V}(t), \tilde{\chi}(t)]$$

Deshalb

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\chi}(t) = -i [\tilde{V}(t), \tilde{\chi}(t)]$$

L.v. Heisenberg-Fl. im
WW-Bild

Umformung der Dgl. 1. Ordnung in
Integralgleichung

$$\tilde{\chi}(t) = \tilde{\chi}(t=0) - i \int_0^t dt' [\tilde{V}(t'), \tilde{\chi}(t')]$$

$\tilde{\chi}(t=0)$: Anlaufbed.

$$= \tilde{\chi}(t=0) - i \int_0^t dt' [\tilde{V}(t'), \tilde{\chi}(t=0) - i \int_0^{t'} dt'' [\tilde{V}(t''), \tilde{\chi}(t'')]]$$

$$\frac{\partial}{\partial t} / : \quad \underline{\underline{\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\chi}(t) = -i [\tilde{v}(t), \chi(0)] - \int_0^t ds [\tilde{v}(t), [\tilde{v}(s), \tilde{\chi}(s)]]}}}$$

Reluzierte Dichtematrix: $\rho(t) = \text{Tr}_B \chi(t)$

Nimm Spur dieser Gleichung über B

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \text{Tr}_B \tilde{\chi}(t) =$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\rho}(t) = -i \text{Tr}_B [\tilde{v}(t), \chi(0)] - \int_0^t dt' \text{Tr}_B \underbrace{[\tilde{v}(t), [\tilde{v}(s), \tilde{\chi}(s)]]}_{\text{Doppel-Kommutator}}$$

Bemerkungen: • Es gilt $\tilde{\rho}(t) = \text{Tr}_B \tilde{\chi}(t)$
auch im WW-Bild

• Erwartungswerte von Systemoperatoren A_S

(Aufgabe)

$$\langle A_S \rangle_t = \text{Tr}_S [\tilde{\rho}(t) \tilde{A}_S(t)]$$

Vereinfachte Ausdrücke,
Raten gleichungen

1) Betrachte nur Diagonalelemente
der reluzierten Dichtematrix ρ

$$P_n(t) \equiv \langle n | \rho(t) | n \rangle$$

interpretiere diese als Wahrscheinlichkeit für den Zustand $|n\rangle$

2) Näherungen in der exakten Gleichung führen auf die sogenannte Rate-Gleichung

$$\dot{P}_m(t) = \sum_n \underbrace{\Gamma_{n \rightarrow m}}_{\text{Übergangsrate}} P_n(t) - \Gamma_{m \leftarrow n} P_m(t)$$

