6.2.07

6.2.07

$$\langle \delta\sigma_i \, \delta\sigma_j \rangle \equiv G(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$$

$$= (1 - m_i^2)(1 - m_j^2) \underbrace{G_\phi(\vec{R}_i - \vec{R}_j)}$$

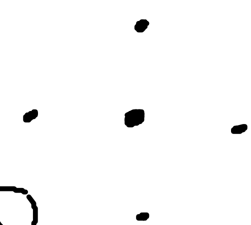
$\langle \varphi_i \varphi_j \rangle$ durch Gauß-Integration

mit Fourieranalyse auf Gitter

$$\left\| \; \tilde{G}_\varphi(\vec{k}) \approx \frac{2d T_c / T a^2}{k^2 + K^2} \; \right\|$$

d : Dimension des Gitters

a Gitterkonstante) NNachbar WW



dabei $T_c \equiv \mathcal{J} = 2dJ$

$$\boxed{K^2 \equiv \frac{2d}{a^2}\left(1 - \frac{T_c}{T}\left(1 - m^2\right)\right)}$$

Zurück in den Ortsraum: entspricht abgeschirmtem Coulomb-Potential ($d=3$)

$$\Rightarrow \quad G_\varphi(R) \propto \frac{e^{-R/\xi}}{R} \qquad R \to \infty$$

$\xi \equiv K^{-1}$: „Korrelationslänge"

Wir betrachten $T \searrow T_c$: $m \equiv 0$

und $K^2 = \frac{2d}{a^2}\left(1 - T_c/T\right)$

$$\xi \sim \left(1 - \frac{T_c}{T}\right)^{-1/2}$$ divergiert für $T \to T_c$

Am kritischen Punkt zerfallen die Korrelationen nicht mehr exponentiell, sondern
<u>algebraisch</u>

$$G(R) \propto R^{2-d+\eta}$$

definiert Exponenten η

Hier in $d=3$ in unserer Theorie (MF + Gauß'sche Fluktuationen) $\eta = 0$.

Linear Response

Betrachte magnetisches System in Anwesenheit zusätzlicher schwacher äußerer Magnetfelder δh_j

System im GG

$\langle \sigma_i \rangle$

h_i

δh_j. Wie ändert sich $\langle \sigma_i \rangle$

Änderung der Magnetisierung am Ort i

$$\delta\langle\sigma_i\rangle \equiv \langle\sigma_i\rangle_{h+\delta h} - \langle\sigma_i\rangle_h$$

$$= \sum_j \underbrace{\chi_{ij}}_{\text{Response-Funktion}} \underbrace{\delta h_j}_{\text{äußere Störung}}$$

⌈ Anderes Beispiel: $\vec{j} = \underline{\underline{\sigma}}\, \vec{E}$

⌊

Hier jetzt

$$\delta\langle\sigma_i\rangle = \langle\sigma_i\rangle_{h+\delta h} - \langle\sigma_i\rangle_h$$

$$= \sum_j \left.\frac{\partial\langle\sigma_i\rangle}{\partial h_j}\right|_h \delta h_j =$$

$$= \sum_j \frac{\partial}{\partial h_j} \underbrace{\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta h_i}}_{\langle\sigma_i\rangle} \delta h_j$$

$$= \sum_j \left[\underbrace{-\frac{\beta}{Z^2}\frac{\partial Z}{\partial \beta h_j}\cdot\frac{\partial Z}{\partial \beta h_i}}_{-\beta\langle\sigma_j\rangle\langle\sigma_i\rangle} + \underbrace{\frac{\beta}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial \beta h_j\, \partial \beta h_i}}_{+\beta\langle\sigma_i\sigma_j\rangle} \right] \delta h_j$$

$\delta\sigma_i \equiv \sigma_i - \langle\sigma_i\rangle$

$$= \beta \sum_j \langle \delta\sigma_i \, \delta\sigma_j \rangle \, \delta h_j$$

Es gilt also

$$\chi_{ij} = \beta \underbrace{\langle \delta\sigma_i \, \delta\sigma_j \rangle}_{\text{GG-Fluktuationen}} = \beta \, G(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$$

Linear-Antwort-Funktion $\boxed{\chi_{ij} = \beta \, G(R_i - R_j)}$

GG Fluktuations-funktion (Korrelationsfunktion)

Fluktuations-Dissipations-Theorem

In der Thermodynamik

$$\chi_T \equiv \frac{\partial M}{\partial h} = \sum_i \frac{\partial \langle\sigma_i\rangle}{\partial h} = \sum_i \chi_{i1}$$

$\vec{R}_1 = \vec{0}$

$$= \beta \sum_i G(R_i) = \beta \, \tilde{G}(k=0)$$

(Spezialfall des FDT).

Klausur dieser Donnerstag 8^{30}h

ohne Hilfsmittel. insgesamt 30 Punkte
bestanden ab 15 Punkte
Rücksprache ab 10 Punkte
am Do, 15.2. von 9-11
in PN 705

Klausur wird besprochen in den
Tutorien (Freitag, diese Woche,
Di, M:)

keine Vorlesung mehr RAUM: P-N 203:

<u>Inhalt</u>: 3 Blöcke, davon einer
mit Wissensfrage.

Prüfung: siehe Skripts.

Thermodyn. Zustände
Zustandsgrößen

1. ~~Hauptsatz~~
Temperatur
Gleichgewicht
ideale Gas
Zustandsgleichungen
reale Gas, Virialentwicklung

Wärmekapazitäten. Enthalpie

C_p, C_V

Koordinaten-trafo

2. Hauptsatz

Carnot

Wirkungsgrad Absolute Temp.

Entropie

Satz von Clausius

Anwachsen der Entropie

Extremalprinzipien. Homogenität.

TD Potentiale

freie Energie

Enthalpie

Gibbs-Potential

Großkan. Potential

Legendre trafo

Stabilität, Minimalprinzipien

Kompressibilität

Joule-Thomson Gay-Lussac

Maxwell-Relationen

Phasenübergänge / Krit. Phänomene

p-V Diagramm

Clausius-Clapeyron

van-der-Waals-Gas

reduzierte Variablen p/p_c ...

- kritische Exponenten
- Magnetische Systeme

Statistische Mechanik

Zufallsgrößen – variablen

Shannon

mikrokan., kanon., großkan. } Vergleich.

Zustandssumme

Ensemble-Theorie

klassischer Limes

Phasenraums. Gibbs'scher Korrekturfaktor

therm. Wellenlänge

Sackur-Tetrode-Gleichung

Dritter Hauptsatz

→ [Kumulanten erz. Funktion] ←

Quantenstatistik

Fermi Gas

Verteilungen

Bose Gas

Einteilchen Zustandsdichten.

Sommerfeld-Entwicklung

Fermi-Energie

Chem. Potential

- spez. Wärme (Fermi, Bose)
- Bose-Einstein-Kondensation
- harm. Oszillatoren

Phononen

Photonen

Stefan-Boltzmann

Statistischer Operator

Definition

Eigenschaften

Reine

gemischte Zustände

(Verschränkung)

Entropie (von Neumann)

Spur

$S = -k \, \mathrm{Tr}\, \rho \ln \rho$

Zeitentwicklung

Liouville-von Neumann

Liouville-Gleichung

- Zusammengesetzte Systeme

[Schmidt-Zerl.]

- Quanten Dissipation

— Master-Gleichung —

Wechselwirk. Systeme

- Ising Modell

Mean-Field Theorie

- Landau-Theorie

Fluktuationen

Lineare Response