6.2.07

6.2.07

$$\langle \delta\sigma_i \, \delta\sigma_j \rangle \equiv G(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$$

$$= (1-m_i^2)(1-m_j^2)\, \underbrace{G_\phi(\vec{R}_i - \vec{R}_j)}_{}$$

$\langle \varphi_i \varphi_j \rangle$ durch Gauß-Integration

mit Fourieranalyse auf Gitter

$$\tilde{G}_\varphi(\vec{k}) \approx \frac{2dT_c/Ta^2}{k^2 + K^2}$$

d : Dimension des Gitters

a   Gitterkonstante)   NNachbar WW

dabei: $T_c = \mathcal{J} = 2dJ$

$$\boxed{K^2 = \frac{2d}{a^2}\left(1 - \frac{T_c}{T}(1-m^2)\right)}$$

zurück in den Ortsraum: entspricht abgeschirmtem Coulomb-Potential ($d=3$)

$$\Rightarrow \quad G_\varphi(R) \propto \frac{e^{-R/\xi}}{R} \qquad R \to \infty$$

$\xi = K^{-1}$: „Korrelationslänge"

Wir betrachten $T \searrow T_c$: $m = 0$

und $K^2 = \frac{2d}{a^2}\left(1 - T_c/T\right)$

$$\xi \sim \left(1 - \frac{T_c}{T}\right)^{-1/2}$$ divergiert für $T \to T_c$

Am kritischen Punkt zerfallen die Korrelationen nicht mehr exponentiell, sondern algebraisch

$$G(R) \propto R^{2-d+\eta}$$

definiert Exponenten η

Hier in $d=3$ in unserer Theorie (MF + Gauß'sche Fluktuationen) $\eta = 0$.

Linear Response

Betrachte magnetisches System in Anwesenheit zusätzlicher schwacher äußerer Magnetfelder δh_j

System im GG

$\langle \sigma_i \rangle$

h_i

δh_j. Wie ändert sich $\langle \sigma_i \rangle$

Änderung der Magnetisierung am Ort i

$$\delta\langle\sigma_i\rangle \equiv \langle\sigma_i\rangle_{h+\delta h} - \langle\sigma_i\rangle_h$$

$$= \sum_j \underbrace{\chi_{ij}}_{\text{Response-Funktion}} \underbrace{\delta h_j}_{\text{äußere Störung}}$$

Anderes Beispiel: $\vec{j} = \underline{\underline{\sigma}}\,\vec{E}$

Hier jetzt $\delta\langle\sigma_i\rangle = \langle\sigma_i\rangle_{h+\delta h} - \langle\sigma_i\rangle_h$

$$= \sum_j \left.\frac{\partial\langle\sigma_i\rangle}{\partial h_j}\right|_{h} \delta h_j =$$

$$= \sum_j \frac{\partial}{\partial h_j} \boxed{\underbrace{\frac{1}{Z}\frac{\partial Z}{\partial \beta h_i}}_{\langle\sigma_i\rangle}}\, \delta h_j$$

$$= \sum_j \left[\underbrace{-\frac{\beta}{Z^2}\frac{\partial Z}{\partial \beta h_j}\cdot\frac{\partial Z}{\partial \beta h_i}}_{-\beta\langle\sigma_j\rangle\langle\sigma_i\rangle} + \underbrace{\frac{\beta}{Z}\frac{\partial^2 Z}{\partial\beta h_j\,\partial\beta h_i}}_{+\beta\langle\sigma_i\sigma_j\rangle} \right] \delta h_j$$

$\delta\sigma_i = \sigma_i - \langle\sigma_i\rangle$

$$= \beta \sum_j \langle \delta\sigma_i \, \delta\sigma_j \rangle \, \delta h_j$$

Es gilt also

$$\chi_{ij} = \beta \underbrace{\langle \delta\sigma_i \, \delta\sigma_j \rangle}_{\text{GG-Fluktuationen}} = \beta\, G(\vec{R}_i - \vec{R}_j)$$

Lineare-Antwort-Funktion $\boxed{\chi_{ij} = \beta\, G(\vec{R}_i - \vec{R}_j)}$

GG Fluktuations-funktion (Korrelationsfunktion)

‖ Fluktuations-Dissipations-Theorem ‖

In der Thermodynamik

$$\chi_T = \frac{\partial M}{\partial h} = \sum_i \frac{\partial \langle\sigma_i\rangle}{\partial h} = \sum_i \chi_{i1}$$

$\vec{R}_1 = \vec{0}$

$$= \beta \sum_i G(R_i) = \beta\, \tilde{G}(k=0)$$

(Spezialfall des FDT).

Klausur dieser Donnerstag, 8^{30} h

ohne Hilfsmittel.

insgesamt 30 Punkte,
bestanden ab 15 Punkte
Rücksprache ab 10 Punkte
am Do, 15.2. von 9-11
in PN 705

Klausur wird besprochen in den
Tutorien (Freitag, diese Woche,
Di, M:)

keine Vorlesung mehr   RAUM: PN 203:

Inhalt: 3 Blöcke, davon einer
mit Wissensfragen.

Prüfung: siehe Skripts.

Thermodyn. Zustände
Zustandsgrößen

1. Hauptsatz
Temperatur
Gleichgewicht
ideale Gas
Zustandsgleichungen
reale Gas, Virialentwicklung

Wärmekapazitäten. Enthalpie

C_p, C_v

Koordinaten-Trafo

2. Hauptsatz

Carnot

Wirkungsgrad → Absolute Temp.

Entropie

Satz von Clausius

Anwachsen der Entropie

Extremalprinzipien. Homogenität.

TD Potentiale

freie Energie

Enthalpie

Gibbs-Potential

Großkan. Potential.

Legendre-Trafo

Stabilität, Minimalprinzipien

Kompressibilität

Joule-Thomson

Gay-Lussac

Maxwell-Relationen

Phasenübergänge / Krit. Phänomene

p-V Diagramm

Ising

Clausius-Clapeyron

van-der-Waals-Gas

reduzierte Variablen p/p_c ...

- kritische Exponenten
- magnetische Systeme

Statistische Mechanik

Zufallsgrößen - variablen

Shannon

mikrokan., kanon., großkan. } Vergleich.

Zustandssumme

Ensemble-Theorie

klassischer Limes

Phasenraum S. Gibbs'scher Korrekturfaktor

therm. Wellenlänge

Sackur-Tetrode-Gleichung

Dritter Hauptsatz

→ [Kumulanten erz. Funktion] ←

Quantenstatistik

Fermi Gas

Bose Gas

Verteilungen

Einteilchen Zustandsdichten.

Sommerfeld-Entwicklung

Fermi-Energie

Chem. Potential

- spez. Wärmen (Fermi Bose)
- Bose-Einstein-Kondensation
- harm. Oszillatoren
  Phononen
  Photonen

Stefan Boltzmann

Statistischer Operator

Definition
Eigenschaften

Reine
gemischte Zustände
(Verschränkung)

Entropie (von Neumann)

Spur

$S = -k \,\mathrm{Tr}\, \rho \ln \rho$

Zeitentwicklung

Liouville-von Neumann

Liouville-Gleichung

- Zusammengesetzte Systeme
  [Schmidt-Zerlegung]

- Quanten Dissipation
  – Master-Gleichung –

Wechselwirk. Systeme

- Ising Modell
  Mean Field Theorie
- Landau-Theorie
  Fluktuation
  Lineare Response