- Bitte anschauen: MMP
  - Vorlesung 3: 2.4.4 Drehungen
  - Vorlesung 10: 6.4 Nabla-Operator (kartes. Koord.)
  - Vorlesung 11: 6.6 Rotation
  - " 12: 7.1. Linienintegrale

1.2 <u>Kinematik eines Massenpunktes</u>

- Sommerfeld: „Die Kinematik behandelt die Geometrie der Bewegung ohne Rücksicht auf deren physikal. Realisierung"
- Massepkt: idealisiertes Objekt, <u>ohne</u> Ausdehnung, aber <u>mit</u> Masse

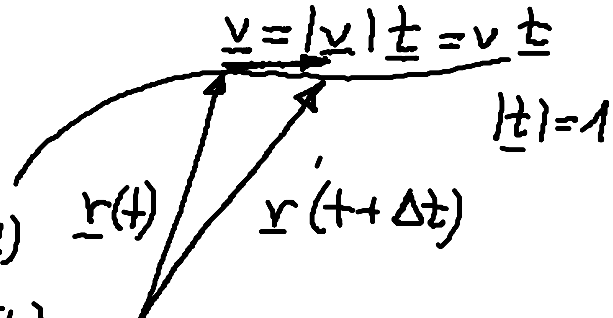
  <u>real</u>: Ausdehnung ≪ typische Längenskala im System

  <u>Bsp</u>: Planeten im Sonnensystem, Galaxien im Galaxienhaufen, Atome im Gas, etc.

a) <u>Geschwindigkeit</u>:

Bahnkurve $\underline{r}(t)$

$$\boxed{\begin{aligned}\underline{v}(t) &= \frac{d\underline{r}}{dt} = \dot{\underline{r}} \\ &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\underline{r}(t+\Delta t) - \underline{r}(t)}{\Delta t}\end{aligned}} \quad (1.1)$$



... Tangentialvektor an $\underline{r}(t)$

NB: Bogenlänge s

$$v = |\underline{v}| = \frac{ds}{dt}$$ ← in der dt zurückgelegte Strecke

$$\longrightarrow \quad ds = v\,dt \quad \longrightarrow \quad s = \int_0^t v(t')\,dt' = \int_0^s ds' \qquad (1.2)$$

… „zurückgelegte Weg"

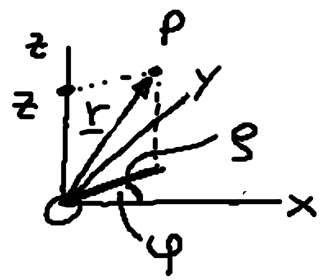
• kartes. Koord.

$$\underline{v}(t) = \dot{x}\,\underline{e}_x + \dot{y}\,\underline{e}_y + \dot{z}\,\underline{e}_z = \begin{pmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{pmatrix} \qquad (1.3)$$

wobei $\underline{r} = x\,\underline{e}_x + y\,\underline{e}_y + z\,\underline{e}_z = \begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$

• Zylinderkoord.

$$\underline{v}(t) = \frac{d\underline{r}}{dt} \; \frac{\text{Ketten}}{\text{regel}}$$



$$= \frac{\partial \underline{r}}{\partial \rho}\dot{\rho} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial \varphi}\dot{\varphi} + \frac{\partial \underline{r}}{\partial z}\dot{z}$$

Bahn: $(\rho(t), \varphi(t), z(t))$

$$\xrightarrow[\text{Üb}]{\text{MMP}} \quad \boxed{\underline{v}(t) = \underbrace{\dot{\rho}\,\underline{e}_\rho}_{\text{radiale}} + \underbrace{\rho\dot{\varphi}\,\underline{e}_\varphi}_{\text{azimuthale}} + \underbrace{\dot{z}\,\underline{e}_z}_{\text{axiale}}} \qquad (1.4)$$

radiale, azimuthale, axiale Geschw.

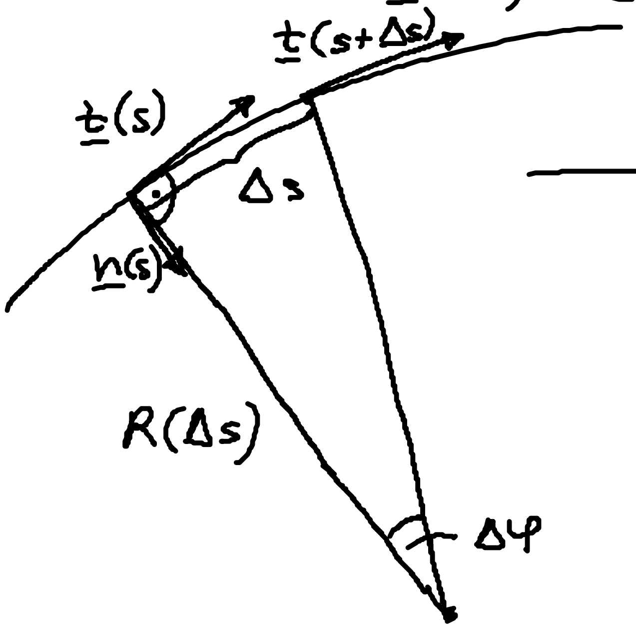
$\dot{\varphi}$ … Winkelgeschw.

b) Beschleunigung

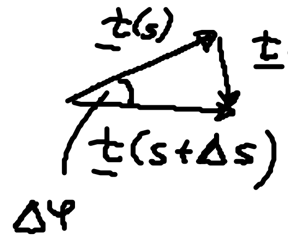
• $$\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d^2\underline{r}}{dt^2} \qquad (1.5)$$ … "acceleration"

- Zerlegung von $\underline{a}$ nach natürlichen Komponenten

Bahnkurve: $\underline{r}(s)$ $\quad |\underline{t}|=1!$



$\longrightarrow$



$\underline{t}(s+\Delta s)-\underline{t}(s)$
$\perp \underline{t}(s)$, $\Delta s \to 0$
$\Delta\varphi \to 0$.

Normalenvektor $\underline{n}(s) = \lim\limits_{\Delta\varphi\to 0} \underbrace{\dfrac{\underline{t}(s+\Delta s)-\underline{t}(s)}{\Delta\varphi}}_{\text{Normierung auf 1, weil } |\underline{t}|=1}$

$\left[\Delta\varphi = \dfrac{\Delta s}{R(\Delta s)}\right] \quad = \lim\limits_{\Delta s\to 0} R(\Delta s)\, \dfrac{\underline{t}(s+\Delta s)-\underline{t}(s)}{\Delta s}$

$$\longrightarrow \boxed{\underline{n}(s) = R\,\frac{d\underline{t}}{ds}} \quad \text{mit} \quad \boxed{\frac{1}{R} = \left|\frac{d\underline{t}}{ds}\right|} \qquad (1.6)$$

$|\underline{n}|=1!$ $\quad$ … Krümmung der Bahnkurve

R … Krümmungsradius

$\longrightarrow$ begleitendes Dreibein für Massenpkt.

$\underline{t}$, $\underline{n}$, Binormalenvektor: $\underline{b} = \underline{t} \times \underline{n}$ (1.7)

$|\underline{t}| = |\underline{n}| = |\underline{b}| = 1 \longrightarrow$ lokale ONB

- $\underline{a} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(v\underline{t}) = \frac{dv}{dt}\underline{t} + v\frac{d\underline{t}}{dt} = \frac{dv}{dt}\underline{t} + v\frac{d\underline{t}}{ds}\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{v}$

$$\xrightarrow[(1.6)]{} \boxed{\underline{a} = \underbrace{\frac{dv}{dt}\underline{t}}_{\text{Tangential-beschleu.}} + \underbrace{\frac{v^2}{R}\underline{n}}_{\text{Radialbeschl.}}} \quad (1.8)$$

Radialbeschl. = „Zentripetalbeschl." bei Richtungsänderung

$\sim \frac{v^2}{R}$

- Anwendung auf Helixbahn: $\longrightarrow$ Übungen

1.3 Newtonsche Axiome

$\longrightarrow$ Folie