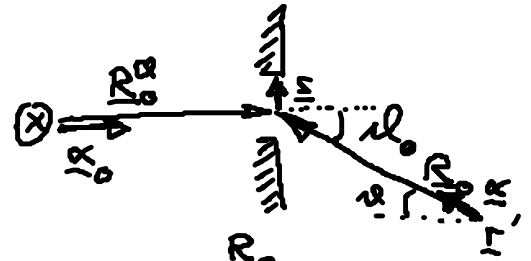


# Fraunhofer'sche Beugung (Fernzone: $\lambda \ll d \ll R$ )

$$\phi(r') \approx C \int_B d^2s e^{ik(\underline{\alpha} + \underline{\alpha}_0) \cdot \underline{s}}$$



Beispiel: Beugung am Spalt  
(1-dim.)

Senkrechter Einfall:  $\underline{\alpha}_0 \cdot \underline{s} = 0$

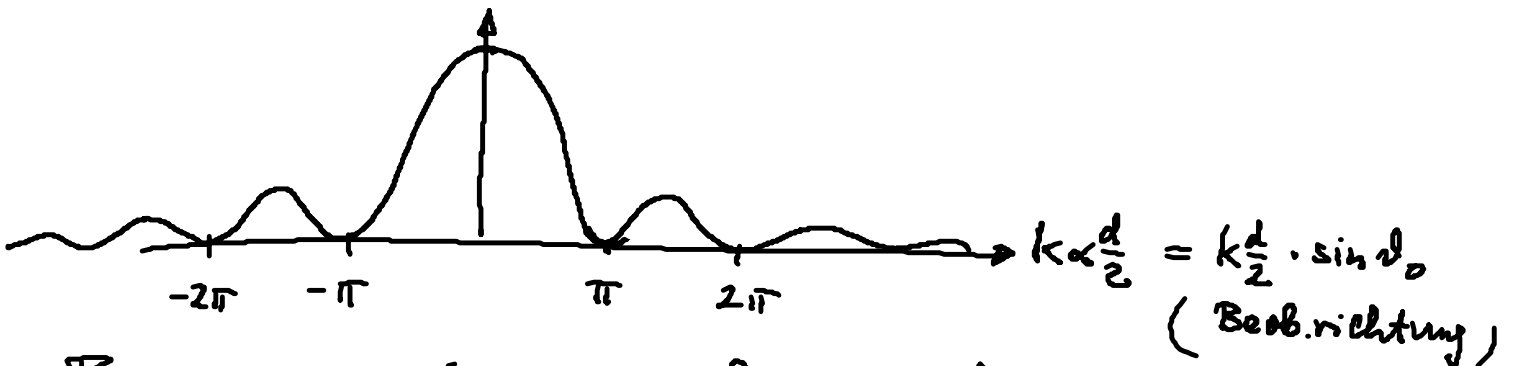
$$\begin{aligned} \phi(r') &= C \int_{-\frac{d}{2}}^{+\frac{d}{2}} ds_1 e^{ik\alpha s_1} \\ &= \frac{C}{ik\alpha} \left( e^{ik\alpha \frac{d}{2}} - e^{-ik\alpha \frac{d}{2}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} \cdot \underline{s} &= s_1 \sin \vartheta_0 \\ \alpha &= \sin \vartheta_0 \end{aligned}$$

$$\phi(r') = Cd \frac{\sin(k\alpha \frac{d}{2})}{k\alpha \frac{d}{2}}$$

"Spaltfkt." Fourierstrab von

$$|\phi|^2 \sim I \text{ (Intensität)}$$



Beugungsminima bei  $\sin \vartheta_0 = n \frac{\lambda}{d}$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{2} \cdot \sin \vartheta_0 = n\pi$$

## 5. Materie in el. u. magn. Feldern

## 5.1 Polarisisation

Materie enthält mikroskop. el. geladene Bausteine (Elektronen, Kerne, Ionen, etc.):

(i) freie Ladungsträger (El. in Metallen, El. + Löcher in Halbleitern)

→ Beschleunigung in äußeren Feldern  $\underline{E}$ ,  $\underline{B}$ :


$$\underline{F} = q (\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \rightarrow \text{el. Ströme}$$

→ Materialeigenschaft durch Leitfähigkeit  $\sigma$

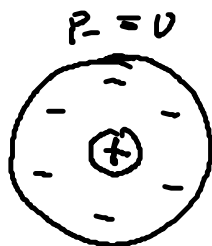
(ii) gebundene Ladungen (in Isolatoren)

→ Polarisierung im  $\underline{E}$ -Feld

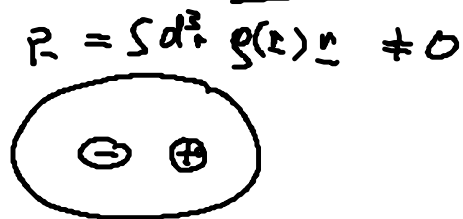
(a) Für  $\underline{E} = 0$  vorhandene mikroskop. el. Dipole  $\underline{p}$  werden zur Minimierung der pot. Energie  $W_{el} = - \underline{p} \cdot \underline{E}$  vorzugsweise (gegen die zufällige therm. Bewegung)  $\uparrow \uparrow \underline{E}$  orientiert

(z.B.  $\text{H}_2\text{O}$  )

(b) Nicht-polare Atome oder Moleküle werden durch  $\underline{E}$  polarisiert  $\Rightarrow$  induzierte el. Dipole  $\parallel \underline{E}$

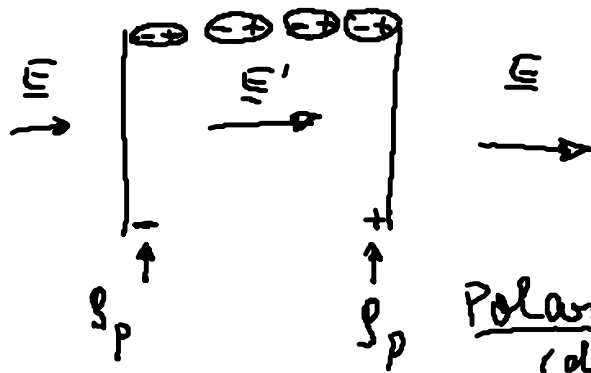


$$\underline{E} = 0$$



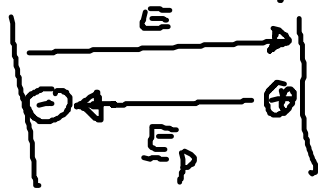
$$\underline{E} \neq 0$$

# makroskop. räumliche Mittelung



Polarisationsladungsdichte  
(der gebundenen Ladungen)

⇒ gegenfeld  $\underline{E}_p$  gemäß  $\underline{\epsilon}_0 \nabla \cdot \underline{E}_p = \underline{\rho}_p$



Result. Gesamtfeld

$$\underline{E}' = \underline{E} + \underline{E}_p$$

$$\underline{\epsilon}_0 \nabla \cdot \underline{E}' = \underbrace{\underline{\epsilon}_0 \nabla \cdot \underline{E}}_{\rho \text{ (freie Ladungsdichte)}} + \underline{\rho}_p$$

$$\underline{\epsilon}_0 \nabla \cdot \underline{E}' = \rho + \underline{\rho}_p$$

Polarisation  $\underline{P}(\underline{r}, t) := -\underline{\epsilon}_0 \underline{E}_p(\underline{r}, t)$

makroskop. lokales Feld, dessen Quellen Polaris. Lad. sind

$$\Rightarrow \begin{cases} \nabla \cdot (\underline{\epsilon}_0 \underline{E}' + \underline{P}) = \rho \\ \nabla \cdot \underline{P} = -\underline{\rho}_p \end{cases}$$

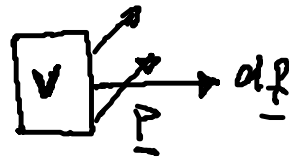
Dielectric Verschiebung  $\underline{D}(\underline{r}, t) := \underline{\epsilon}_0 \underline{E}' + \underline{P}$

eff. Feldgröße, die als Quellen nur die freien Ladungen hat

$$\nabla \cdot \underline{D} = \rho$$

$\underline{P} \cdot d\underline{l} = dQ_p$  ist Polarisationsladung, die durch  $d\underline{l}$

beim Übergang vom unpolarierten zum polarisierten Zustand verschoben wird



$$\oint_{\partial V} \underline{P} \cdot d\underline{l} \stackrel{\text{Gauß}}{=} \int_V d^3r \nabla \cdot \underline{P} = - \int_V d^3r \rho_p$$

Zusammenhang mit den mikroskop. el. Dipolen

$\rho_m(\underline{r}, t) = \sum_i q_i \delta(\underline{r} - \underline{r}_i(t))$  mikroskop. Ladungsdichte

$\underline{P}_m(\underline{r}, t) = \sum_i \underline{p}_i(t) \delta(\underline{r} - \underline{r}_i)$  mikroskop. el. Dipoldichte

$$\int_V \underline{P}_m d^3r = \sum_i \underline{p}_i$$

Mittelung über kleine makroskop. Vol.  $\Delta V$ :

$(\Delta V)^{1/3} \ll$  Längenskala der makrosk. Dichtever.

$$\rho(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3s \rho_m(\underline{r} + \underline{s}, t)$$

makroskop. Ladungsdichte  $\underline{r}$

$$\underline{P}(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} d^3s \underline{P}_m(\underline{r} + \underline{s}, t)$$

Polarisation  $\equiv$  makroskop. Dipoldichte  
(gemitteltes el. Dipolmoment pro Volumen)

# Beweis von (\*)

mikroskop. retardierter Pot.:

$$\phi_m(\underline{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3r' \frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}'|} \rho_m(\underline{r}', t - \frac{|\underline{r}-\underline{r}'|}{c})$$

makroskop. gemittelter  $\mathbb{R}^3$  Pot.:

$$\phi(\underline{r}, t) = \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \phi_m(\underline{r}+\underline{s}, t)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \int_{\mathbb{R}^3} d^3r' \frac{\rho_m(\underline{r}', t - \frac{|\underline{r}+\underline{s}-\underline{r}'|}{c})}{|\underline{r}+\underline{s}-\underline{r}'|}$$

Subst.  $\underline{r}'' = \underline{r}' - \underline{s}$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\Delta V} \int d^3s \int_{\mathbb{R}^3} d^3r'' \frac{\rho_m(\underline{r}''+\underline{s}, t - \frac{|\underline{r}-\underline{r}''|}{c})}{|\underline{r}-\underline{r}''|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathbb{R}^3} d^3r'' \frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}''|} \underbrace{\frac{1}{\Delta V} \int d^3s \rho_m(\underline{r}''+\underline{s}, t - \frac{|\underline{r}-\underline{r}''|}{c})}_{\rho(\underline{r}'', t - \frac{|\underline{r}-\underline{r}''|}{c})}$$

makroskop. gemittelter Ladungsdichte