

4.7 Kinematische Reversibilität

• oft als „Zeitumkehrinvarianz“ bezeichnet

• Sei $\underline{v}(\underline{x}, t)$ Lsg. der Stokes Gln.

$$t \rightarrow -t: \quad \underline{v}(\underline{x}, t) \rightarrow -\underline{v}(\underline{x}, -t) \text{ Lösung}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{falls } \nabla p \rightarrow -\nabla p \\ \underline{g} \rightarrow -\underline{g} \end{array} \right\} \text{Kräfte umkehren}$$

(4.50)

... „reversible Strömungen“

• Bsp: a) Taylor-Versuch

b) Pine et al., Nature 438, 937 (2005)

gesedelte Teilchen suspensionen \rightarrow irreversible „Brownsche“
Bewegung jenseits kritischer
Scherdeformation!

$$\langle x^2 \rangle \sim t$$

5. Anwendung I: Fortbewegung von Mikroorganismen

• Motivation: (i) physikal. Mechanismen verstehen } hochaktuell
(ii) Lernen von der Natur

• Einordnung: $Re = \frac{\rho v a}{\eta}$

$Re > 1$: „driften“ mit Hilfe von Trägheit

$Re \ll 1$: keine Trägheit

Bsp: Escherichia - Coli - Bakterium
[milliardenfach im menschlichen Darm]

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, v = 30 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}}, a = 3 \mu\text{m}, \eta = 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}}$$

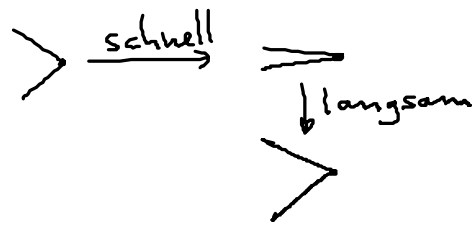
$$\rightarrow \boxed{Re = 10^{-4}}$$

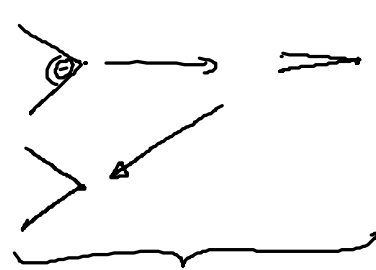
5.1 Grundprinzipien

- Fortbewegung bei kleinen Re :

1. Nicht reziproke Schwimmbewegung
 2. periodische Deformationen des Schwimmers
 \leftrightarrow periodisch variierende hydrodynamische Reibung
 3. keine externen Kräfte und Drehmomente
 \leftrightarrow autonomer Schwimmer
- (5.1)

- nicht reziproke Bewegung \leftrightarrow Purcell'sches Muskeltheorem:

$Re > 1$:  } Navier-Stokes-Gln.
keine Zeitumkehrinvarianz
Energiedissipation

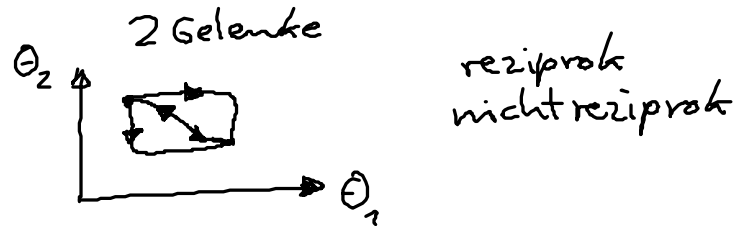
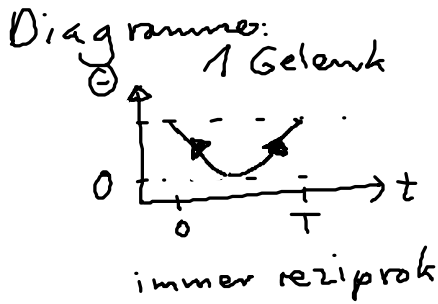
$Re \ll 1$:  } Stokes-Gln.
 $0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 v + g b$
kinematische Reversibilität
 $-v(x, t) \dots$ Lsg. falls $\nabla p \rightarrow -\nabla p$
 $b \rightarrow -b$

aber: $b \rightarrow -b$

$$\downarrow$$
$$-v(x, -t)$$

effektive Schwimmgeschw.: $u_0 \rightarrow -u_0$
 aber reziproke Bewegung: $u_0 = -u_0 = 0!$

→ Schwimmen bei $Re \ll 1$ \leftrightarrow nicht reziproke Bewegung $[\geq 2 \text{ Gelenke}]$ (5.2)



NB: Stokes-Gln: keine Zeitableitung

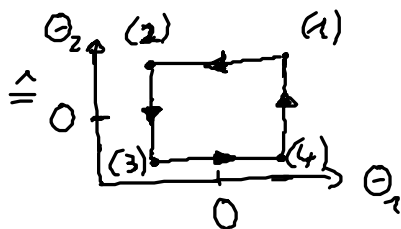
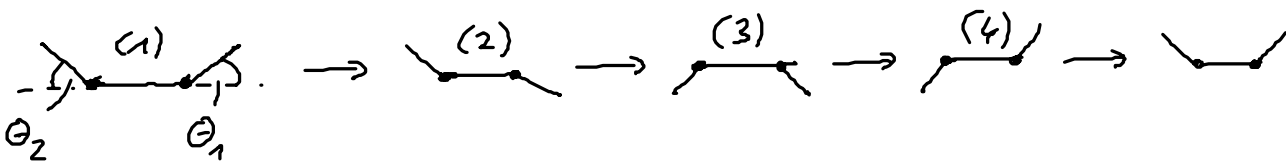
→ verallgemeinerte kinematische Reversibilität

$-v(x, -c(t))$ Lsg. falls $\nabla p \rightarrow -\nabla p$



$b \rightarrow -b$
 mit $c(t)$ Zeitverhalten

• einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers:
 Purcell-Schwimmer:



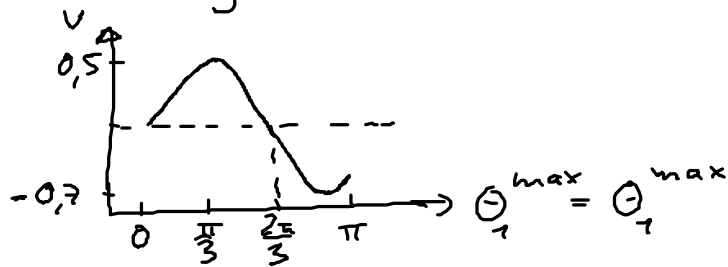
im Experiment:

periodisch variierende Reibung?

(1) langer, dünner Stab: $\mu_{\perp} \approx 2\mu_{\parallel}$ (4.43)

(2) z.B.: $\mu(\sqrt{(1)}) \neq \mu(\sqrt{(2)})$

(3) Schwingungsgeschw.:



[Becker et al., J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

5.2 Realisierungen in der Natur

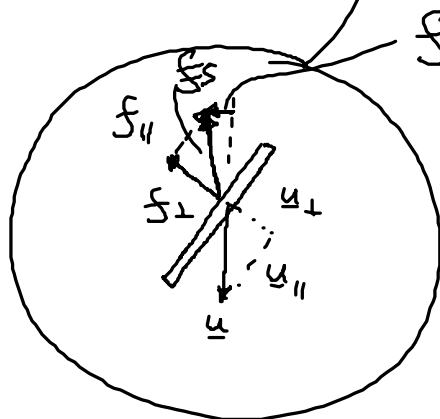
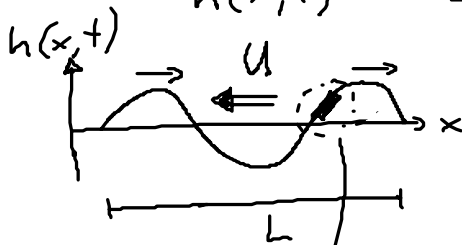
1. Spermien:
- Kopf + schlagendes Filament (= Flagellum)
 - Bauprinzip des Flagellums
 - Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

„resistive force theory“
 lokaler Reibungskoeffizient
 pro Längeneinheit \parallel, \perp Segment:
 $\zeta_{\parallel}, \zeta_{\perp}$

- Schwingungsgeschwindigkeit U ?

Vereinfachung: Filament (Länge L) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \quad (5.3)$$



$f_{\text{Antrieb!}}$

$$\left. \begin{aligned} f_{\parallel} &= -\int_{\parallel} \zeta_{\parallel} u_{\parallel} \\ f_{\perp} &= -\int_{\perp} \zeta_{\perp} u_{\perp} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Reibungs-} \\ \text{kräfte pro} \\ \text{Längeneinheit} \\ \parallel, \perp \text{ Segment} \end{array}$$