4.7 Kinematische Reversibilität

- oft als „Zeitumkehrinvarianz" bezeichnet
- Sei $\underline{v}(\underline{x},t)$ Lsg. der Stokes Gln.

  $t \rightarrow -t: \quad \underline{v}(\underline{x},t) \longrightarrow -\underline{v}(\underline{x},-t)$ Lösung

  falls $\nabla p \longrightarrow -\nabla p$, $\underline{g}^b \longrightarrow -\underline{g}^b$ } Kräfte umdrehen (4.50)

  ... „reversible Strömungen"
- Bsp: a) Taylor-Versuch

  b) Pine et al., Nature 438, 997 (2005)

  gescherte Teilchensuspensionen ⟶ irreversible "Brownsche" Bewegung jenseits kritischer Scherdeformation!

  $\langle \underline{x}^2 \rangle \sim t$

5. Anwendung I: Fortbewegung von Mikroorganismen

- Motivation: (i) physikal. Mechanismen verstehen } noch aktuell

  (ii) Lernen von der Natur
- Einordnung: $Re = \frac{\varrho v a}{\eta}$

  $Re > 1$: „driften" mit Hilfe von Trägheit

$Re \ll 1$: <u>keine</u> Trägheit

Bsp: Escherichia-Coli-Bakterium
[milliardenfach im menschlichen Darm]

$\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$, $v = 30 \frac{\mu m}{s}$, $a = 3 \mu m$, $\eta = 10^{-3} \frac{kg}{ms}$

$\longrightarrow \boxed{Re = 10^{-4}}$

5.1 Grundprinzipien

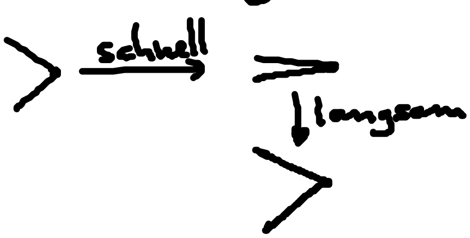
- Fortbewegung bei kleinen Re:

1. Nichtreziproke Schwimmbewegung
2. periodische Deformation des Schwimmers
   $\longleftrightarrow$ periodisch variierende hydrodynamische Reibung
3. keine externen Kräfte und Drehmomente
   $\longleftrightarrow$ autonomer Schwimmer

(5.1)

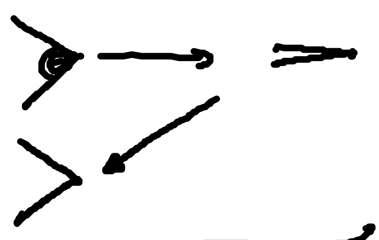
- nichtreziproke Bewegung $\longleftrightarrow$ Purcellsches Muscheltheorem:

$Re > 1$:



Navier-Stokes-Gln.
<u>keine</u> Zeitumkehrinvarianz
Energiedissipation

$Re \ll 1$:



reziproke Bewegung
gleich bei Zeitumkehr
$t \to -t$

aber: $\underline{b} \to -\underline{b}$

$\downarrow$

$-\underline{v}(\underline{x}, -t)$

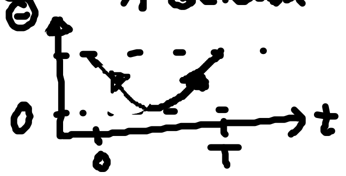
Stokes-Gln.
$0 = -\nabla p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$
kinematische Reversibilität
$-\underline{v}(\underline{x}, t)$ ... Lsg. falls $\nabla p \to -\nabla p$
$\underline{b} \to -\underline{b}$

effektive Schwimmgeschw.: $\underline{u}_0 \to -\underline{u}_0$

aber reziproke Bewegung: $\underline{u}_0 = -\underline{u}_0 = 0$!

$$\longrightarrow \boxed{\text{Schwimmen bei } Re \ll 1 \quad \longleftrightarrow \quad \underline{\text{nichtreziproke}}\ \underline{\text{Bewegung}}\ [\geq 2 \text{ Gelenke}]} \qquad (5.2)$$

Diagramme:



immer reziprok

reziprok
nichtreziprok

<u>NB</u>: Stokes-Gln: <u>keine</u> Zeitableitung

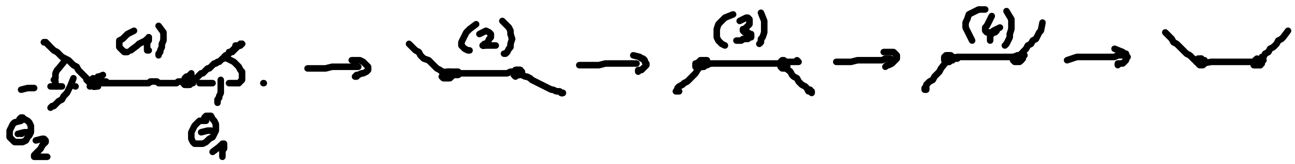
$\longrightarrow$ verallgemeinerte kinematische Reversibilität

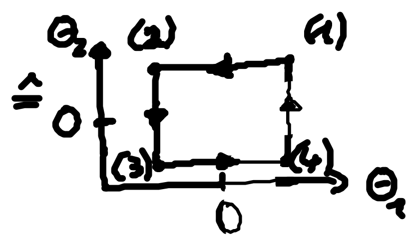
$-\underline{v}(\underline{x}, -c(t))$ Lsg. falls $\underline{\nabla} p \to -\underline{\nabla} p$

$\underline{b} \to -\underline{b}$

mit c(t) Zeitverhalten

• einfachste Realisierung des 2-Gelenk-Schwimmers:
Purcell-Schwimmer:





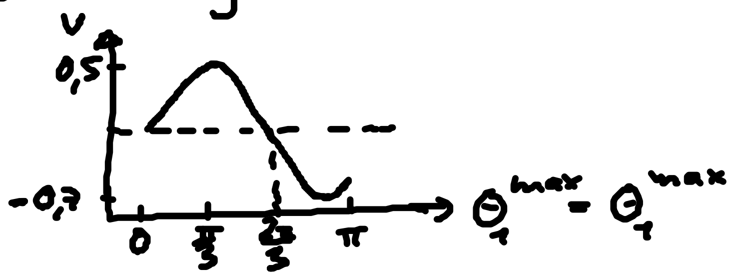
im Experiment:

periodisch variierende Reibung?

(1) langer, dünner Stab: $\gamma_\perp \approx 2\gamma_\parallel$ (4.43)

(2) z.B.: $\gamma(\,^{(1)}) \neq \gamma(\,^{(2)})$

(3) Schwimmgeschw.:



[Becker et al., J. Fluid Mech. 490, 15 (2003)]

5.2 Realisierungen in der Natur

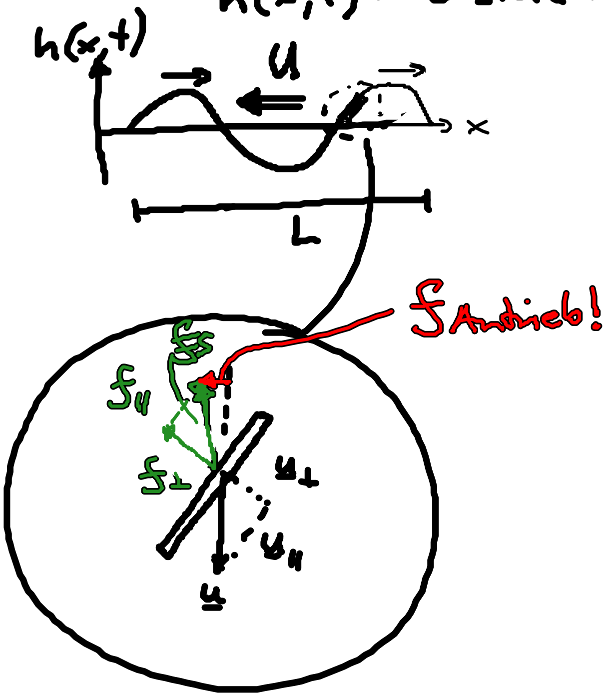
1. Spermien:
- Kopf + schlagendes Filament (= Flagellum)
- Bauprinzip des Flagellums
- Modellierung: elast. Stab + hydrodyn. Reibung + Antrieb

„resistive force theory"
lokaler Reibungskoeffizient pro Längeneinheit ∥, ⊥ Segment:
$\xi_\parallel, \xi_\perp$

- Schwimmgeschwindigkeit U?

Vereinfachung: Filament (Länge L) mit Welle

$$h(x,t) = b \sin(kx - \omega t) \qquad (5.3)$$



$$\left.\begin{aligned} f_\parallel &= -\xi_\parallel u_\parallel \\ f_\perp &= -\xi_\perp u_\perp \end{aligned}\right\} \text{Reibungskräfte pro Längeneinheit } \parallel, \perp \text{ Segment}$$