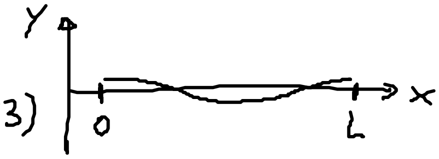
d) <u>Linearisierung um Grundzustand:</u>

$$\boxed{\frac{dy}{dt} = -\frac{k_B T\, l_p}{\zeta_\perp}\frac{d^4 y}{dx^4}} \quad (7.13)$$



$$\underline{r}(x) = x\,\underline{e}_x + y(x)\,\underline{e}_y$$

.. Hyperdiffusionsgleichung

• Lösung: Ansatz $y(x,t) = e^{-i\omega t}\, y(x)$ & $y(0) = y_0$

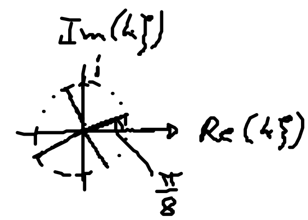
$$\longrightarrow \boxed{i\,y(x) = \xi^4 \frac{d^4 y}{dx^4}} \quad (7.14)$$

mit $\boxed{\xi = \left(\frac{k_B T\, l_p}{\zeta_\perp \omega}\right)^{1/4}}$ (7.15)

... Eindringtiefe

(i) Lösung für $L \to \infty$:

Ansatz: $y(x) = e^{ikx}$ in (7.14)



$$\longrightarrow i = (k\xi)^4$$

$$\longrightarrow k_{1/2} = \pm\frac{1}{\xi}\Big(\underbrace{\cos\tfrac{\pi}{8}}_{c_1} + i\,\underbrace{\sin\tfrac{\pi}{8}}_{c_2}\Big)$$

$$k_{3/4} = \pm\frac{1}{\xi}\left(\sin\tfrac{\pi}{8} - i\cos\tfrac{\pi}{8}\right)$$

Lösung mit $y(x\to\infty) = 0$ & $y''(0) = 0$ [s. (7.126)]

$$\longrightarrow y(x,t) = \frac{y_0}{2}\Big[\underbrace{e^{-c_2 x/\xi}}_{\text{Dämpfg mit } \xi}\,\underbrace{e^{i(c_1\frac{x}{\xi} - \omega t)}}_{\text{Welle} \rightarrow} + e^{-c_1 x/\xi}\, e^{-i(c_2\frac{x}{\xi} + \omega t)}\Big] \quad (7.16)$$

$\leftarrow$

von k_1 von k_4

$\longrightarrow$ $\boxed{\xi \text{ ... Eindringtiefe für Oszillation eines Filamentendes}}$

(ii) endliches L:

Reskalierung: $\bar{y} = \frac{y}{L}$, $\bar{x} = \frac{x}{L}$, $\bar{t} = \omega t$

führe ein: dimensionslose Größe:

$$\boxed{Sp = \frac{L}{\xi} = \left(\frac{\zeta_\perp \omega L^4}{k_B T\, l_p}\right)^{1/4} = \left(\frac{\text{Reibungskraft}}{\text{Biegekraft}}\right)^{1/4}} \quad (7.17)$$

$$(7.13) \longrightarrow \quad \boxed{\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = -\, Sp^{-4} \frac{d\bar{y}}{d\bar{x}^4}} \quad (7.18)$$

$\longrightarrow$ Sp bestimmt Verhalten des Filaments!

(1) $Sp \ll 1 \;\hat{=}\; L \ll \xi$ ... starrer Stab

(2) $Sp \approx 1 \;\hat{=}\; L \approx \xi$ ... „hydrodynam. Reibung biegt gesamten Stab"

(3) $Sp \gg 1 \;\hat{=}\; L \gg \xi$ ... „unendlicher Stab"

7.3 Modellierung des einarmigen Schwimmers