4.2.2. Elektron-Feld WW Operator

$$\hat{H}_{opt} = -\int d^3r\; \psi^+(r,t)\, e\underline{r}\, \underline{E}(r,t)\, \psi(r,t)$$

Fouriertrafo $\underline{E}(r,t) = \frac{1}{V} \sum_q e^{iqr}\, \underline{E}(q,t)$

$$\Rightarrow \hat{H}_{opt} = \frac{1}{V} \sum_{\substack{\underline{k}\underline{q}\\ nn'}} \underline{E}(q,t)\, a^+_{n\underline{k}}\, a_{n'\underline{k}-\underline{q}}\, \underline{\mu}_{nn'}(\underline{k})$$

Bandkantenoptik wie in 4.2.1.

$$\boxed{\hat{H}_{opt} = \sum_{\underline{k}} \underline{\mu}\, \underline{E}(t)\, \left(a_k^+ d_k^+ + d_k a_k \right)}$$

4.3. Halbleiter Blochgleichungen

- Suche:
  Zeitentwicklung folgender Größen:

Verteilungsfunktion $f^e(k,t) = \langle a_k^+ a_k \rangle$

$f^h(k,t) = \langle d_k^+ d_k \rangle$

Polarisation $p(k,t) = \langle d_k, a_k \rangle$

$p^*(k,t) = \langle a_k^+, d_k^+ \rangle$

• Ansatz: Bewegungsgleichung für Erwartungswerte (Fundamentalrelation der Quantentheorie)

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{F} \rangle = \left\langle \frac{i}{\hbar}[\hat{H},\hat{F}] + \frac{\partial \hat{F}}{\partial t} \right\rangle$$

(bildunabhängig)

⇒ Suche Kommutatoren ① $[\hat{H}, a_k^+ a_k]$ und
② $[\hat{H}, a_k^+ d_k^+]$ wobei $\hat{H}$ der

Hamiltonoperator gegeben ist durch

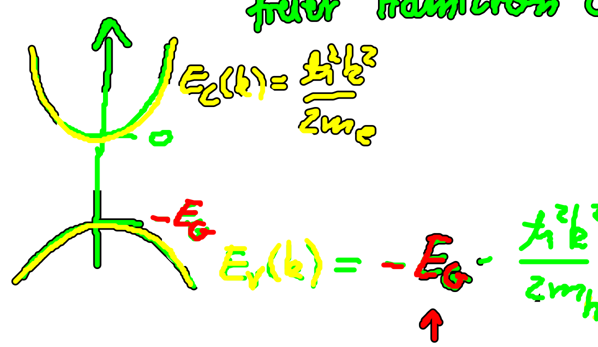
$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \underbrace{\hat{H}_{e-e}}_{\text{Kap 3.6.1.}} + \underbrace{\hat{H}_{e-ph}}_{\text{Kap 3.7.2}} + \underbrace{\hat{H}_{ii}}_{\text{Kap 3.6.2.}} + \underbrace{\hat{H}_{opt}}_{\text{Kap. 4.2.2.}}$$

1) Fall Vernachlässigung der WW Terme $\hat{H}_{e-e}$, $\hat{H}_{e-ph}$, $\hat{H}_{ii}$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{opt}$$

Elektron-Loch Bild: $$\hat{H}_0 = \sum_k E_c(k)\, a_k^+ a_k - \sum_k E_v(k)\, d_k^+ d_k$$

freier Hamilton Op. (kin. E)



Bandabstand

Beiträge zum Kommutator (1)

$$[\hat{H}_0, a_l^+ a_l] = \sum_k \Big[E_c(k) \big(a_k^+ \underline{a_k\, a_l^+} a_l - a_l^+ \underline{a_l\, a_k^+} a_k \big) \Big] - \sum_k E_v(k) (\ldots\ldots)$$

$$= \sum_k \Big\{ E_c(k) \big(-a_k^+ a_l^+ a_k a_l + a_l^+ a_k^+ a_l a_k + \delta_{kl}\, a_k^+ a_l - \delta_{lk}\, a_l^+ a_k \big) - \sum_k E_v(k)(\ldots) \Big\}$$

$$\underline{\underline{= 0}}$$

d.h. $\hat{H}_0$ liefert keine Zeitabhängigkeit von f^e oder f^h

$$[\hat{H}_{opt}, a_l^+ a_l] = \sum_k \Big\{ \underline{\mu}\, \underline{E} \Big[\big(a_k^+ d_k^+ a_l^+ a_l - a_l^+ a_l a_k^+ d_k^+ \big) \underbrace{\big(d_k a_k a_l^+ a_l - d_l^+ a_l d_k a_k \big)}_{\downarrow} \Big]$$

$$= \sum_k \Big\{ \underline{\mu}\, \underline{E} \Big[\big(-\delta_{lk}\, a_l^+ d_k^+ \big) + \big(\delta_{lk}\, d_k a_l \big) \Big]$$

es gilt:

$\{a_k, d_{k'}\} = 0$

$\{a_k, d_k^+\} = 0$

$\left(\begin{array}{l} \{a_{kL}, a_{vk}\} = 0 \\ \{a_{kL}, a_{vk}^+\} = \delta_{kk'}\delta_{Lv} \end{array} \right)$

$$= -\underline{\mu}\, \underline{E} \big(\underbrace{a_k^+ d_k^+}_{\text{Generation von Ladungsträgern}} - \underbrace{d_k a_k}_{\text{Rekombination}} \big)$$

$$\Rightarrow \langle [\hat{H}_{opt}, a_l^+ a_l] \rangle = -\underline{\mu}\, \underline{E} \big(p_k^*(t) - p_k(t) \big)$$

WW mit $\hat{H}_{opt}$ führt zur Ankopplung an die Polarisation

② Dynamik der Polarisation

$$\frac{d}{dt} p(t) = \frac{i}{\hbar}\left\langle \left[H, d_k a_k \right] \right\rangle$$

Beiträge zum Kommutator:

$$\left[\hat{H}_{opt}, d_\ell a_\ell\right] = \sum_k \underline{\mu}\,\underline{E}\Big[\left(a_k^+ d_k^+ d_\ell a_\ell - d_\ell a_\ell a_k^+ d_k^+\right) \underbrace{\left(d_k a_k d_\ell a_\ell - d_\ell a_\ell d_k a_k\right)}\Big]$$

$$= \sum_k \underline{\mu}\,\underline{E}\Big[\left(a_k^+ a_\ell d_k^+ d_\ell - \underline{a_\ell a_k^+} d_\ell d_k^+\right) + 0\Big]$$

$$= \sum_k \underline{\mu}\,\underline{E}\Big(a_k^+ a_\ell d_k^+ d_\ell + \underline{a_k^+ a_\ell}\, \underline{d_\ell d_k^+} - \delta_{\ell k}\, d_\ell d_k^+\Big)$$

$$= \sum_k \underline{\mu}\,\underline{E}\Big(a_k^+ a_\ell d_k^+ d_\ell - a_k^+ a_\ell \underline{d_k^+ d_\ell} + \underline{\delta_{\ell k}}\, a_k^+ a_\ell - \delta_{\ell k}\, d_\ell d_k^+\Big)$$

$$= \sum_k \Big\{ \underline{\mu}\,\underline{E}\Big(\delta_{\ell k}\, a_k^+ a_\ell + \delta_{\ell k}\, d_k^+ d_\ell - \delta_{\ell k}\delta_{\ell k}\Big)$$

$$\boxed{\langle [\hat{H}_{opt}, d_k a_k] \rangle = \underline{\mu}\,\underline{E}\,\big(\underbrace{f_c(k) + f_h(k) - 1}_{= -(1-f_e)(1-f_h) + f_e f_h} \big)}$$

Absorption Emission

$\rightarrow$ Inversion $f_e - (1 - f_h)$

Polarisation getrieben durch klass. Lichtquelle

$$[\hat{H}_0, d_\ell a_\ell] = \sum_k \Big\{ E_c(k) \big(a_k^+ a_k d_\ell a_\ell - d_\ell a_\ell a_k^+ a_k \big) - E_v(k)(\ldots) \Big\}$$

$$= \sum_k \Big(-E_c(k)\, \delta_{\ell k}\, d_\ell a_k - (-1) E_v(k)\, \delta_{\ell k}\, d_k a_\ell \Big)$$

$$= -\underbrace{\big(E_c(\ell) - E_v(\ell) \big)}_{\hbar \omega_p(\ell)} d_\ell a_\ell$$

freie Oszillation der komplexen Polarisation mit Übergangsfrequenz $\omega_p(k) = \frac{1}{\hbar}\big(E_c(k) - E_v(k)\big)$

(i) Halbleiter Bloch-Gleichungen bei Vernachlässigung der WW Terme

$$\boxed{\begin{aligned}
&(1)\quad \frac{d}{dt} f_e(k,t) = \frac{1}{i\hbar}\,\underline{\mu}\,\underline{E}\left(p^*(k,t) - p(k,t)\right)\\
&(2)\quad \frac{d}{dt} p(k,t) = \frac{1}{i}\,\omega_p(k)\,p(k,t) + \frac{1}{i\hbar}\,\underline{\mu}\,\underline{E}\left(1 - f_e - f_h\right)\\
&(3)\quad \frac{d}{dt} f_h(k,t) = \frac{d}{dt} f_e(k,t)
\end{aligned}}$$

Rabi Frequenz

$$\Omega_p = \frac{\underline{\mu}\,\underline{E}}{\hbar}$$

Bem.: Kohärente Dynamik eines Ensembles unabhängiger durch klass. Lichtquelle getriebener 2-Niveau Systeme: Opt. Blochgln.

<u>Also</u>:
Ladungsträgergeneration als kohärenten 2 Stufen Prozess beschreibbar:

$$\underline{E} \xrightarrow[\text{erzeugt}]{(2)} p \xrightarrow[\substack{\text{generiert durch}\\ \text{WW Ladungsträger}}]{(1)} f^e, f^h$$

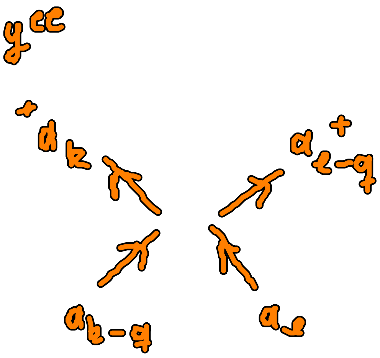
<u>Beachte</u>: Hartree-Fock-Näherung der Coulomb WW gibt renormierte Übergangsfrequenz ω_p (1. Ordnung)

(ii) Berücksichtigung von $\hat{H}_{ee}$

$$\hat{H}_{ee} = \underline{\underline{\hat{H}_{El-El}}} + \hat{H}_{D-D} + \hat{H}_{El-D}$$

$$[\hat{H}_{El-El}, a_l^+ a_l] = \sum_{kk'q} \frac{1}{2} V(q) \Big\{ a_k^+ a_{k'}^+ a_{k'+q} a_{k-q} a_l^+ a_l - a_l^+ a_l a_k^+ a_{k'}^+ a_{k'+q} a_{k-q} \Big\}$$

$\vdots$ Vertauschungsrelationen



$$= \sum_{kq} \frac{1}{2} V(q) \Big\{ \underbrace{-a_k^+ a_{l-q}^+ a_{k-q} a_l}_{y^{ee} = \langle a_k^+ a_{l-q}^+ a_{k-q} a_l \rangle} + a_l^+ a_k^+ a_{l+q} a_{k-q} \Big\}$$

$\langle [H_{El,El}, a_l^+ a_l] \rangle$ enthält 2-Teilchen Korrelation y^{ee}

also e-e Streuamplituden.

Bemerkung: Wenn $\hat{H}_{ElEl}$ als Einteilchenoperator in Hartree-Fock Näherung verwendet wird $\longrightarrow$ verschwinden Streuamplituden (siehe freier Ham. Op)

Hartree-Fock entspricht Vernachlässigung von Teilchenkorrelationen

Problem: Zeitentwicklung von y^{ee} müsste durch extra DGL beschrieben werden

⟶ Ankopplung an noch höhere Korrelationsterme

⟶ unendliche Hierarchie von Gleichungen für n-Teilchen Korrelationen

⟹ Abbruch des Systems dyn. Gleichgn nötig

Bsp.: $y^{ee} = \langle a^{+}_{k-q} a^{+}_{k'+q} a_{k'} a_{k} \rangle$

$$\left(\delta_{q,0} \langle a_k^{+} a_{k'}^{+} a_{k'} a_k \rangle + \delta_{k,k'+q} \langle a_{k'}^{+} a_k^{+} a_{k'} a_k \rangle \right)$$

$$\approx \delta_{q,0} \langle a_k^{+} a_k \rangle \langle a_{k'}^{+} a_{k'} \rangle + \delta_{k,k'+q} \langle a_{k'}^{+} a_{k'} \rangle \langle a_k^{+} a_k \rangle$$

Gleichheit gilt nur für EW bezgl. antisymm Basis
⟹ hier Näherung

(2. Ordnung der Coulomb WW)

$$y^{ee} \approx (\delta_{q,0} - \delta_{k,k'+q}) f_e(k) f_e(k')$$

e-e Streuung von Elektron im Zustand k mit einem in k'

⟶ Gleichungssystem schließt.