

5.1.2. Stoßterme in dynamischen Gleichungen für $f(k)$ und $p(k)$

- durch Coulomb WW erfahren die Elektronen Impuls + Energie Änderungen

→ Halbleiter Bloch Gleichungen müssen ergänzt werden

0. Näherung: phänomenologisch: effektive Lebensdauer τ_1, τ_2 von f bzw p

1. Ordnung der Korrelationsentwicklung:

- betrachte ein Elektron im eff. Potenzial aller anderen Elektronen d.h. 2 Teilchen WW wird durch eff. 1 Teilchen Hamiltonian (ohne WW) angenähert

→ Faktorisierung der 4'er Mittelwerte in Produkt von 2'er Mittelwerten (also f, p)

≙ Hartree - Fock Näherung

$$\langle a_{k+q}^\dagger a_{k-q}^\dagger a_{-k}^\dagger a_k \rangle \approx \delta_{k+q, k'} f_e(k) p^*(k')$$

Für DGL bedeutet das

$$\dot{f}_e(k) = \frac{1}{i\hbar} (\mu E + \Delta_p(k)) (p^*(k, t) - p(k, t)) + \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{\hat{H}_0}$$

$$\Delta_p(k) = - \sum_q \left\{ M_e(q) f_e(k-q) - M_h(q) f_h(-(k-q)) \right\}$$

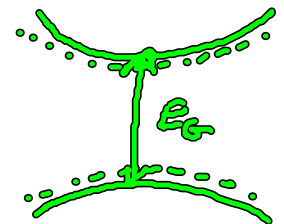
- 1. Ordnung der Korrelationsentwicklung führt zur Renormierung des äußeren Feldes (Coulomb's Enhancement)

$$\frac{\partial}{\partial t} p^i \Big|_{k_i} = \frac{i}{\hbar} \sum_p(k) p^*(k) + \frac{i}{\hbar} \Delta_p^i(k) (1 - f_e - f_h)$$

↑
Coulomb's enhancement

$$\Sigma_p^{ii}(k) = - \sum_q \left\{ (M_e(q) - M_h(q)) (p^*(k+q) + p(k+q)) \right\}$$

Selbstenergie, die Übergangsfrequenz renormiert



2. Ordnung :
- ① zusätzliches DGL für 2 Felder Streuamplituden (Kommutator brechen)
 - ② Faktorisierung der höheren Streuamplituden zum Abbruch der Gleichungshierarchie
 - ③ Formale Integration der zusätzlichen DGL (genau wie 4.4.4. zur Eliminierung der Reservoir Variable)

→ Quantenkinetische Gleichungen

d.h. Stoßkerne führen zu nicht-Markov Generationsraten

d.h. → Energie-Zeit Unschärfe erlaubt

Verletzung der Energieerhaltung (für kleine)

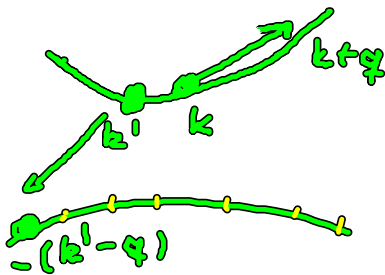
Markov Näherung: Vernachlässigung von Gedächtniseffekten

→ Stoßkern gegeben durch Übergangswahrsch.

analog zu Fermi's Goldener Regel

Ergebnis von ①, ②, ③ und Markov:

$$\left. \frac{\partial f^e(k)}{\partial t} \right|_{\text{Hii}} \approx \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k', q} |M_e(q)|^2 \delta(\alpha) f_e(k) f_e(k') (1 - f_e(k+q)) (1 - f_h(k'-q))$$



$$\alpha = -E_e(k+q) - E_v(k'-q) + E_e(k') + E_e(k)$$

→ Kinetische Gleichung für Besetzungsfunktion $f_e(k)$
 $\rho(k)$

Boltzmann Gleichung für Stoßprozesse

5.2. Boltzmann Gleichung mit Ortsabhängigkeit

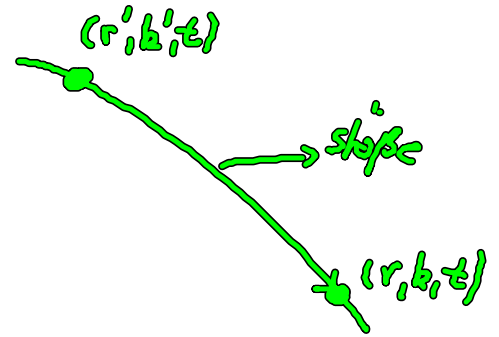
- Die Zahl der Elektronen $f(\underline{r}, \underline{k}, t) d^3\underline{r} d^3\underline{k}$ im Phasenraumvolumen $d^3\underline{r} d^3\underline{k}$ ändert sich in Zeitintervall dt durch

(i) Ortsänderung

$$\text{Bewegung } \dot{\underline{r}} = \underline{v}_g$$

$$t' = t - dt$$

$$\underline{r}' = \underline{r} - \dot{\underline{r}} dt$$



(ii) Quasiimpulsänderung (Beschleunigung durch el. Feld)

$$\hbar \dot{\underline{k}} = -e \underline{E}$$

$$\underline{k}' = \underline{k} - \dot{\underline{k}} dt$$

$$\underline{v} = \underline{v}_g$$

(iii) stoße (Streuprozesse)

$$f(\underline{r}, \underline{k}, t) = f(\underline{r}', \underline{k}', t') + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{stoße}} dt$$

$$= f(\underline{r} - \dot{\underline{r}} dt, \underline{k} - \dot{\underline{k}} dt, t - dt) + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{stoße}} dt$$

Taylorentwicklung bis $O(dt)$

$$= f(r, k, t) - \left[\dot{r} \nabla_r f(r, k, t) + \dot{k} \nabla_k f(r, k, t) + \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{r, k} \right] dt + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{stop}} dt$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r} \nabla_r f + \dot{k} \nabla_k f = \frac{d}{dt} f(r, k, t)$$

Ableitung im mitbewegten Koordinatensystem

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_g \nabla_r f + \frac{-eE}{\hbar} \nabla_k f(r, k, t) = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{stop}}$$

$$v_g(k) = \frac{1}{\hbar} \nabla_k E(k)$$

↑ Bandstruktur

Boltzmann-Gleichung: - enthält Bandstruktur
- Streumechanismen

"semiklassische" Transportgleichung

Stoßterm: Sei $W(k, k')$ die Wahrscheinlichkeit pro Zeit, das Elektron von $k \rightarrow k'$ gestreut wird

$$\left(\frac{\partial f(r, k, t)}{\partial t} \right)_{\text{out}} = - \sum_{\underline{k}'} W(k, k') f(r, k, t) (1 - f(r, k', t))$$

$$\left(\frac{\partial f(r, k, t)}{\partial t} \right)_{\text{in}} = \sum_{\underline{k}'} W(k', k) f(r, k', t) [1 - f(r, k, t)]$$

↑
Quantenmechanisch ist W für beide Richtungen gleich

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{stop}} = - \sum_{\underline{k}'} W(k, k') f(k) (1 - f(k')) + \sum_{\underline{k}'} W(k', k) f(k') (1 - f(k))$$

Ersetzen der Summe $\sum_{\underline{k}}$ durch Integration $\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k'$

Nichtlineare Integro-Differentialgleichung für Elektronenverteilung

$$\frac{\partial f(r, k, t)}{\partial t} + v_f(k) \nabla_r f(r, k, t) + \frac{-e\mathcal{E}}{\hbar} \nabla_k f(r, k, t)$$

$$= \frac{v}{(2\pi)^3} \int \left\{ W(k, k') f(r, k, t) [1 - f(r, k', t)] - W(k', k) f(r, k', t) [1 - f(r, k, t)] \right\} d^3k'$$

Näherungsannahmen in Boltzmann-Gleichung

- (i) Wechselwirkungen und Korrelationen der Teilchen sind klein
→ Ein-Elektron Näherung
- (ii) Verteilungsfunktion ändert sich nur auf Längenskala größer als Ausdehnung der Wellenpakete
- (iii) Die Zeit zwischen 2 Stößen ist groß gegen die Dauer eines Stoßes
→ punktförmige Stöße
- (iv) Dichte der Ladungsträger niedrig
→ nur Zweistöße berücksichtigt
- (v) Räumliche und zeitliche Änderung der angelegten Felder E klein bezogen auf Stoßlänge und Stoßzeit