2. Spontane Symmetriebrechung und Higgsmechanismus

2.1. Motivation

Standardmodell der Elementarteilchen

- elektromagnetische + schwache + starke Wechselwirkung zwischen Spin $\frac{1}{2}$ - Teilchen (Elektronen, Quarks ...)
- Jede dieser Kräfte wird durch ein Eichboson (Spin 1) vermittelt.

- einfachste Eichboson: Photon

Forderung:

kann aus lokaler Eichinvarianz $\psi \to \psi' = \psi e^{i\chi(\vec{r},t)}$ gefolgert werden, um diese Trafo zu kompensieren muß Photon existieren. (A, ϕ - Feld müssen zwangsläufig eingeführt werden)

$\Longrightarrow$ $\exists$ Feld, nennen wir elektromagnetisches Feld, wenn wir das quantisieren: Bosonen, Spin 1; weil die durch die Fordg. nach lokaler Eichinvarianz entstand sind nennt man diese Boson „Eichbosone"

Wissen: Photon:

$$\Box \vec{A} = 0 \quad \text{im Vakuum}$$

f. Vektorpotential (gleichz. f. Eichbosone)

durch Vergleich mit der Klein-Gordon-gleichg.

$$-\Box \varphi = -\frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \varphi \quad \text{sieht man,}$$

daß Photon masselos sind. $m = 0$.

für andere WW allerdings findet das Experiment massebehaftete Eichbosone, z.B. schwache WW

Frage: wie bekommt man Masseterm f. Eichbosone?

- man führt den Prozeß der spontanen Symmetriebrechg. an
- man führt ein sogenanntes Higgsfeld ein. (P. Higgs, '64)

		Masse		Ladg.
Photon	Spin 1,	$m = 0$,	2 Polarisation,	$q = 0$

W^+, W^-, Z Boson — " — , $m \sim 80$–100 GeV/c^2 , 3 Polarisationen , $q = \pm 1, 0$

(schwache WW)

Gluon — " — , $m \neq 0$ (sehr verschiedene) , 2 Polarisationen , Farbladg. („Ladung" der starken WW)

Vorstellg. ∃ Higgsfeld , das mit allen Teilchen + Bosonen WW

mehr oder weniger stark. , **Bsp** : Photon – kein WW mit Higgs

W-Boson – starke WW mit Higgs

Higgsfeld selbst hat Masse $\left(\sim 150 \frac{GeV}{c^2}\right)$ LHC

Einführg. in relativistische Notation

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial (ct)^2} - \vec{\nabla}^2 \right) \varphi(\vec{r},t) = - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \varphi(\vec{r},t)$$

Klein-Gordon-Gleichung.

$$\partial_\mu \partial^\mu \varphi(\vec{r},t)$$

$$x^\mu = (ct, x, y, z)$$

$$x_\mu = (ct, -x, -y, -z)$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} , \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu}$$

$\frac{1}{2} \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \rightarrow \frac{1}{2} m^2$ geschrieben als Abkürzung.

2.2. Wie erkennen wir ein Masseterm?

sehen uns Lagrangedichte an,

massive Teilchen aus der Klein-Gordon-Gl.:

$$\mathcal{L} = \sum_\mu \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2}_{\frac{1}{2}\partial_\mu \varphi\, \partial^\mu \varphi} - \underbrace{\frac{1}{2} m^2 \varphi^2}_{\text{Masseterm in } \mathcal{L}}$$

Masse entsteht in K-G-Gl. aus $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} = \underline{\underline{-m^2 \varphi}}$

$\Downarrow$

Masse in K-G-Gl.

<u>Regel f. finden v. Masse:</u>

- suche in $\mathcal{L}$ die quadratischen Terme in φ,
  im Zweifelsfalle Potenzreihe der potentiellen Energie $V(\varphi) \sim \varphi^2$
- Vorzeichen < 0 sein damit man K-G-Gl. erhält
  und damit relativistische Energie-Impuls Beziehung.

<u>Bsp</u>:
$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi_1\right)^2 - V_0 e^{\kappa^3 \varphi_1^3}$$

$$\mathcal{L}_2 = \text{— " —} \quad - V_0 e^{\kappa \varphi_2}$$

<u>Potenzreihe</u>
$$V_1 = V_0\left(1 + \kappa^3 \varphi_1^3 + \dots\right)$$

$\longrightarrow$ kein Masse

$$V_2 = V_0\left(1 + \kappa \varphi_2 + \frac{1}{2}\kappa^2 \varphi_2^2 \dots\right)$$

$\rightarrow$ hat Masse, wenn $\alpha^2 > 0$

höhere Terme sind WW-Terme

Wie kann man in $\mathcal{L}$ die Masse manipulieren?

Einfügen v. Wechselwirkung $\rightarrow$ neuer Grundzustand mit Masse
ohne Masse
oder veränderter Masse

2.3. Spontane Symmetriebrechung

(veränderte Masse d. WW)

2.3.1. Skalare, reelle Felder

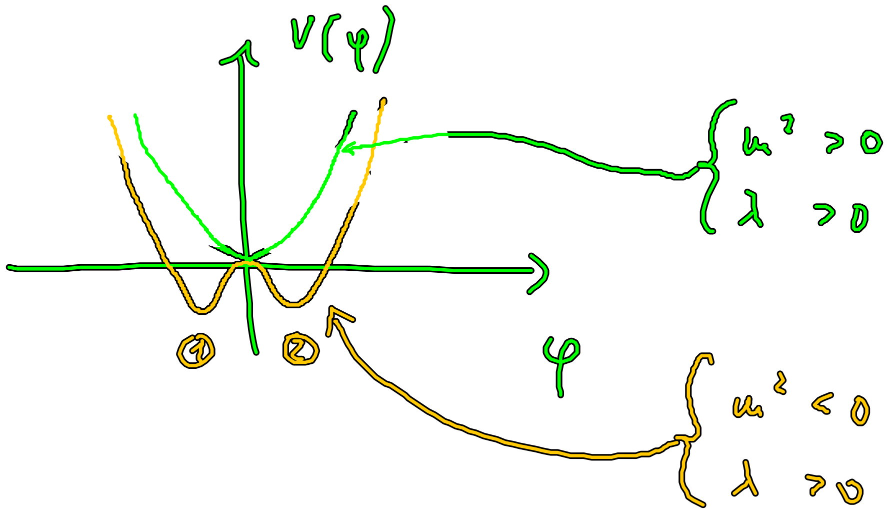
Spielmodell „φ^4-Theorie“

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}\left(\partial_\mu \varphi\right)^2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2}_{\text{K-G-Gl.}} \underbrace{- \frac{\lambda}{4} \varphi^4}_{\text{Selbst-WW-Term}}$$

analog Coulomb-WW

$\psi^\dagger \psi^\dagger \psi \psi \Rightarrow \varphi^4$

Potential $V = \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 + \frac{1}{4} \lambda \varphi^4$



Extrem: $\partial_\varphi V \overset{!}{=} 0 = m^2 \varphi + \lambda \varphi^3 = \varphi (m^2 + \lambda \varphi^2)$

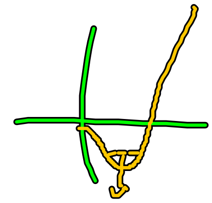
$\varphi_0 = 0$ und $\varphi_{1/2} = \pm \sqrt{-\frac{m^2}{\lambda}}$

Durch WW kann man einen neuen Grundzustand erhalten ($\varphi_{1/2}$), dieser Grundzustand hat eine tiefere Energie, in unserem Bsp. gibt 2 neue Grundzustände, das System kann nur in einem sein.

Dh. die Symmetrie von $\mathcal{L}$: $\mathcal{L}(\varphi) = \mathcal{L}(-\varphi)$ ist verloren gegangen, der Grundzustand zeigt diese Symmetrie nicht mehr

Der Grundzustand hat nicht die Symmetrie von $\mathcal{L}$

$\Rightarrow$ Spontane Symmetriebrechung!

für kleine Störungen um den Grundzustand 

(Vakuumzustand)

$\varphi_2 = v > 0$ wähle als Lösung / Grundzustand

um das Minimum $\varphi = v + \underbrace{\eta(\vec{r},t)}_{\text{niederenergetische Anregungen}}$

wenn man dies in $\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 - \frac{1}{4}\lambda \varphi^4$

einsetzt:

$$\mathcal{L}' = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2}_{(i)} \underbrace{- \lambda v^2 \eta^2}_{(ii)} \underbrace{- \lambda v \eta^3}_{(iii)} \underbrace{- \frac{1}{4}\lambda \eta^4}_{(iv)} + \text{Konstante}(v)$$

$\boxed{m^2 = -\lambda v^2 \text{ verwenden}}$

$\downarrow$ trägt nicht zur Bewegungsgl. v. $\eta(\vec{r},t)$ bei.

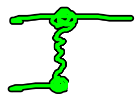
(i) kinetische Energie

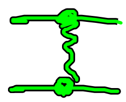
(ii) neuer Massenterm, kann eine Masse $\tilde{m}$ zugeordnet werden

durch Vgl. mit $\mathcal{L}_{KG}$: $\frac{1}{2}\tilde{m}^2 \equiv \lambda v^2 \to \tilde{m} = \sqrt{2\lambda}\, v$

offensichtlich haben die niederenergetischen Anregungen eine andere Masse

als das nicht-WW System $\nu = \nu(m)$ $\Longrightarrow$ Massenänderung.

(iii) Selbst-WW  } Störungstheoretisch behandelbar

(iv) Selbst-WW 

<u>Zusammenfassung.</u>

Um aus Teilchen mit Masse $\tilde{m}$ zu konstruieren:

- Wechselwirkung die zu spontaner Symmetriebrechung führt

  (führt zu einem neuen Grundzustand)

- Einführung eines neuen Feldes $\eta(\vec{r}, t)$ um den neuen Grundzustand herum

  $\eta \mathrel{\hat{=}}$ Vorform d. Higgsfeldes

2.3.2. Masselose Vektorbosonen erhalten Masse

(sehr vereinfachte Beschreibung)

Wie kann man Eichbosonen eine Masse zuordnen?

ϕ am Coulomb-WW

$$\mathcal{L} = \partial_{ct}\varphi \cdot \partial_{ct}\varphi - \frac{m^2}{2}\varphi^2 - \frac{\lambda}{4}\varphi^4$$

freies Feld $\vec{A}$

$$+\left\{\underbrace{\left(-\frac{i}{\hbar}\vec{\nabla} - q\vec{A}\right)}_{\text{renormierter Impuls}}\varphi\right\}\left\{\left(\underbrace{\frac{i}{\hbar}\vec{\nabla} + q\vec{A}}_{\text{renormierter Impuls d. Eichbosons}}\right)\varphi\right\} + H_A$$

$\partial^\mu \rightarrow$ „Kin"

∂_μ

die $\mathcal{L}$-Feldgleichung liefern auch gleichg. f. $\vec{A}$:

$$\underbrace{\Box A_x}_{\text{ED-VL}} = -j_x = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_x} \sim \underbrace{-A_x\, q^2 \varphi^2}$$

denn ist die q ein Masse im Vakuum darstellt, sollte der Term f. $\varphi = 0$ da sein, ist er bisher nicht

$\rightarrow$ Boson ist masselos

erinnern uns, daß $V(r)$ bei $m^2 < 0$, $\lambda > 0$ einen Grundzustand

$\varphi_{1/2} = \pm v \neq 0$ hat.

daher: $\varphi = v + \frac{h(\vec{r},t)}{\sqrt{2}}$ ($h(\vec{r},t) \hat{=}$ Higgsfeld)

Einsetzen in $\mathcal{L}$ und nach Potenzen sortieren:

$$\mathcal{L}_A = H_A - v^2 g^2 \vec{A}^2$$

dies ist ein Massenterm

$v \neq 0$

alle $\vec{A}$ Terme sammeln ohne $h(\vec{r},t)$

$\vec{A}$ = im Vakuum: wenn $h(\vec{r},t)$ ist angeregt

$$H_A = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu \vec{A}\right)^2$$

$$\mathcal{L}_h = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu h\right)^2 - m^2 h^2$$

Higgs-Feld hat eine Masse

$$\mathcal{L}_{quad} = \mathcal{L}_{\vec{A}} + \mathcal{L}_h + \mathcal{L}_{WW}$$

Wechselwirkg.
h und $\vec{A}$
$(\sim h \vec{A})$

Mit dem Formalismus der Symmetriebrechg. d. WW findet man daß die Eichbosonen Masse tragen können

Und ein weiteres Feld, das Higgs-Feld in der Theorie auftaucht.