

Wh: $\underline{\epsilon}(\omega) \rightarrow n(\omega)$

- Phasen & Gruppengeschwindigkeit
- Kramers-Kronig

- $\underline{P}(N, t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \chi_e(t-t') \underline{E}(t, t')$

mikroskop. Modell:

$$\ddot{\underline{P}}(t) + \gamma \dot{\underline{P}}(t) + \omega_0^2 \underline{P}(t) = \epsilon_0 \omega_p^2 \underline{\epsilon}^{(kl)}(t)$$

mit $\underline{P} = n \underline{Z} \in \underline{N}$, $\underline{P} = \underline{P} e^{-i\omega t}$
 $\underline{\epsilon} = \underline{\epsilon}_0 e^{-i\omega t}$

↑
Druck

$\underline{\epsilon}^{(kl)}(t) \approx \underline{\epsilon}(t)$ für kleine Drücke

$$\underline{P}(\omega) = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \underline{E}(\omega)$$

mit $\chi_e(\omega) = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - \gamma i \omega}$

ω_0^2, ω_p^2 : Input-Parameter
(mikroskopisch!)

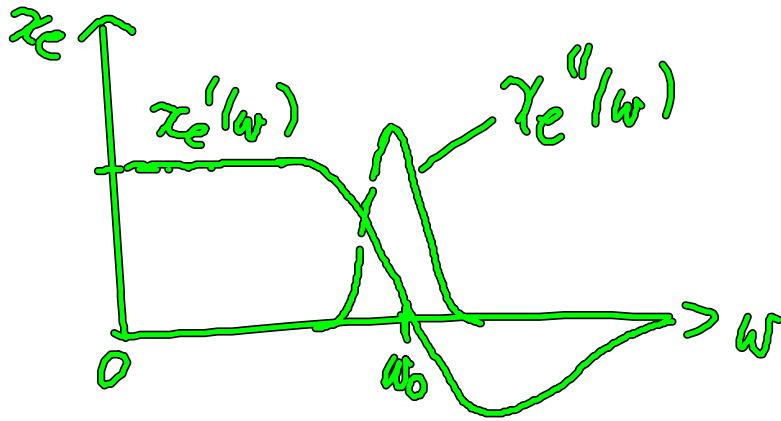
γ phänomenologisch!

$$\underline{\epsilon}(\omega) = 1 + \chi_e(\omega)$$

$$\chi_e'(\omega) = \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

Realteil

$$\chi_e''(\omega) = \frac{\gamma \omega_p^2 \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2} \quad \text{Imaginärteil}$$



Bemerkung

- Für $\gamma \rightarrow 0 \rightarrow \chi_e''(\omega) \rightarrow 0$
d.h. verschwindende Dämpfung!

- Larmor-Maxwell-Frequenzen: „Stohr-Larmorfrequenz“

$\chi_e(\omega) \rightarrow \chi_e'(\omega)$ wird rein reell

$$\chi_e'(\omega \rightarrow 0) = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} = \chi_e^{\text{statisch}} \quad !$$

- Bei $\omega = \omega_0$: „Resonanz“

$\rightarrow \chi_e''(\omega)$ hat einen Peak

$\chi_e'(\omega)$ wechselt sein Vorzeichen!

Energie dissipation von der Welle in
dem Medium,

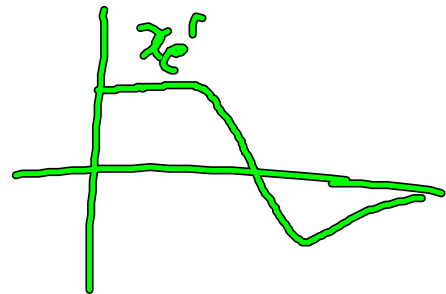
„Resonanzabsorption“

- Hohe Frequenzen: $\chi_e'(\omega)$ wird wieder sehr klein und
beschleunigt sich
 $\chi_e'(\omega) < 0$

$$\underline{P}(\omega) = \epsilon_0 \chi_e(\omega) \underline{E}(\omega)$$

$$\text{Re } \underline{P} = \epsilon_0 \chi_e'(\omega) \text{Re } \underline{E}$$

In diesem Frequenzbereich ist die Reaktion (Potenz) des Systems auf die Störung (Feld) gegenüber!



generell:

$$\frac{d\chi_e'(\omega)}{d\omega} > 0$$

„normale Dispersion“

$$\frac{d\chi_e'(w)}{dw} < 0 \quad \text{"anomales Dispersion" (nur im Resonanzbereich!)}$$

- Verhalten der Antwortfunktion in der

Zeit:

$$\chi_e(\tau) = \frac{\omega_p^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dw \frac{e^{-i\omega\tau}}{\omega_0^2 - \omega^2 - \gamma\omega i}$$

Zeit bzw.
Zeitdifferenz

Nenner hat Pole bei

$$\omega_{1,2} = -i\gamma \pm \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

Residuensatz:

Ergebnis:

$$\chi_e(\tau) = e^{-\gamma\tau} \frac{\omega_p^2}{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}} \operatorname{sh} \left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}}{\tilde{\omega}} \tau \right)$$

⇒ $\chi_e(\tau)$ oszilliert mit einer

$$\text{Frequenz } \tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

⇒ Dämpfungsfall $\sim e^{-\gamma\tau}$

$$\Rightarrow \text{Relaxationszeit } \tau_\gamma = \frac{1}{\gamma}$$

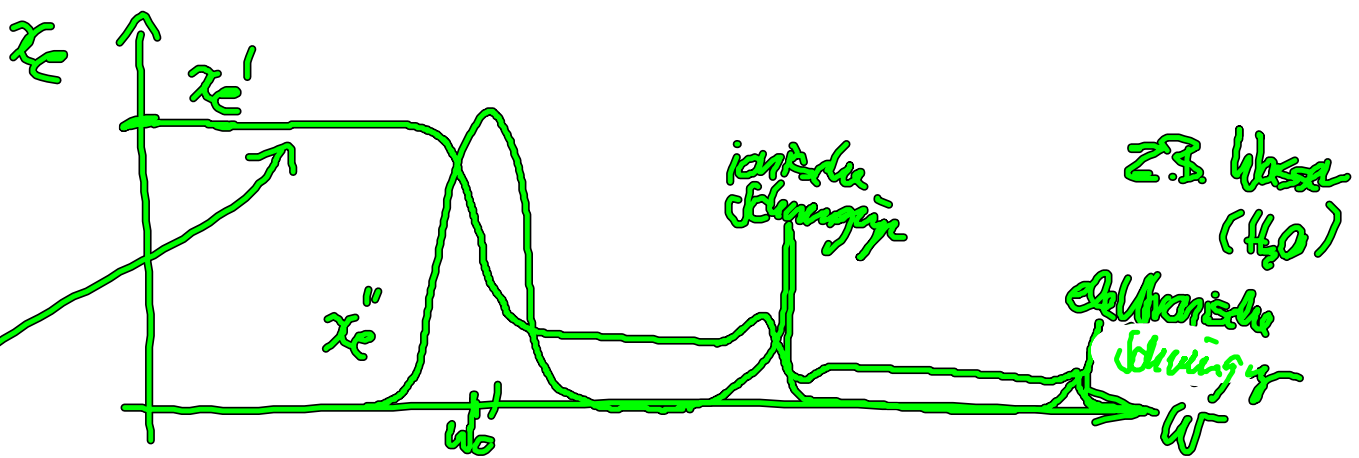
es gilt:

$$\chi_e(\omega) = 0, \quad \tilde{\tau} < 0 \quad (\text{Kausalität})$$

Man kann zeigen:

Drei Formeln für $\chi_e'(\omega)$ und $\chi_e''(\omega)$ aus dem Lorentzmodell erfüllen die Kramers-Kronig-Beziehungen

- Dispersionfunktion (frequenzabhängig) für reale Medien:



⇒ "Überlagerung" von Lorentz Oszillatoren und der
"frequenzabhängigen Resonanzen"!

Bereich, in dem die drei permanenten Dipolmomente der H_2O -Moleküle dem Feld folgen können:

VII. Spezielle Relativitätstheorie

Motivation

- Elektromagnetische Phänomene (z.B. Wellenausbreitung) sind gekennzeichnet durch sehr hohe Geschwindigkeit!
 $v \approx c$

Grundfrage: Ändert sich dadurch etwas an den Maxwell-Gleichungen?

Klassische Mechanik

Hier ist aus experimenteller Erfahrung klar, daß Gesetzmäßigkeiten modifiziert werden müssen, falls $v \approx c$

⇒ Großteil Theor. Phys. I
gilt für $v \ll c$!

Elektrodynamik

⇒ Maxwell-Gleichungen bleiben auch bei sehr hohen Geschw. gültig !

Die Maxwellgleichungen sind invariant gegenüber Lorentztransformationen !

VII. 1. Inertialsysteme, Galilei-Transformation

(Entstehung klass. Mechanik / Newton'sche
BWL)

→ Inertialsysteme sind ausgezeichnete
Koordinatensysteme, die sich gleichförmig
und mit konstanter Geschwindigkeit relativ
zueinander bewegen!

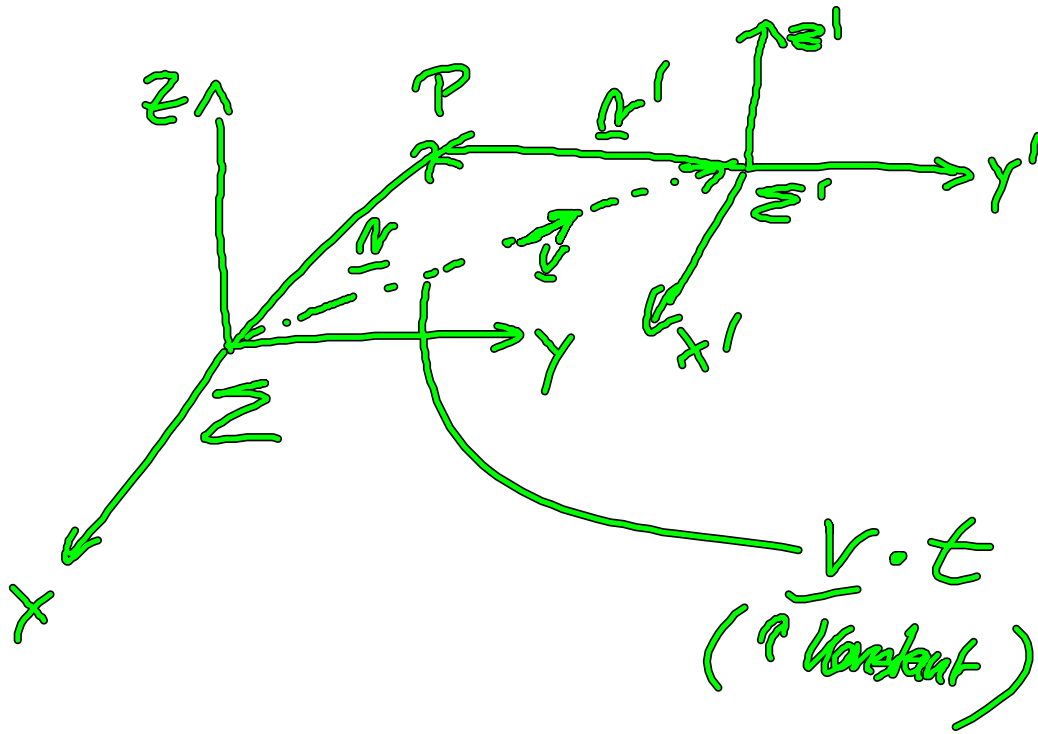
In einem Inertialsystem gilt das Newton'sche
Trägheitsgesetz: $\underline{F} = m \underline{\ddot{r}}$

Obige Definition impliziert

gegenseinander ruhende oder
beschleunigte Koordinatensysteme
sind keine Inertialsysteme

speziell Rotation: Die BWL enthält
zusätzlich „Scheinkräfte“
(Zentrifugal-, Corioliskraft!)

Übergang zwischen den Koordinaten in zwei
 Inertialsystemen Σ und Σ' Bei $t=0$ gilt
 $\Sigma = \Sigma'$



es gilt:
 Ⓣ

$$\underline{r} = \underline{r}' + \underline{v} \cdot t$$

Galilei-
 Transformation

Bemerkungen

a) direkte Folgerung aus Ⓣ

$$\underline{\dot{r}} = \underline{\dot{r}}' + \underline{v}$$

$$\underline{\ddot{r}} = \underline{\ddot{r}'}$$

$$\rightarrow \underline{F} = m \underline{\ddot{r}} = m \underline{\ddot{r}'} = \underline{F}'$$

Newton'sche Trägheitsgesetz gilt in beiden Systemen (wie erwartet!)
(Voraussetzung: Masse konstant)

↳ Die Zeit t wird bei Galilei-Transformation offenbar nicht geändert!

— Die Zeit ist „absolut“ in der Newton'schen Mechanik!

Frage:

Was impliziert die Galilei-Transformation für elektromagnet. Vorgänge, z.B. Ausbreitung von Licht?!

Annahme:

Im Ursprung von Σ gebe es eine Lichtquelle, die sphärische Wellen (sog. Kugelwellen) aussendet

NB: Kugelwellen sind (ebenso wie ebene Welle)

Lösung der Maxwell-Gl. im Vakuum:

$$\underline{E}(\underline{r}) = E_0 \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \hat{e}_r$$

$$k = |\underline{k}|$$
$$r = |\underline{r}|$$

↑
 \hat{e}_r
↑
radialer Einheitsvektor

Ausbreitungsgeschwindigkeit?

betrachte konstante Phase:

$$kr - \omega t = \text{const}$$

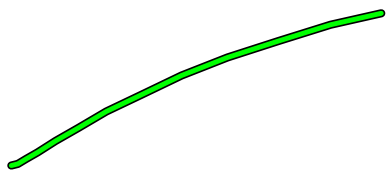
$$r = \frac{\omega}{k} t + \text{const}$$

$$\dot{r} = \frac{\omega}{k} = c$$

aufßerdem: Falls $r=0$ bei $t=0$

so gilt $\text{const} = 0$

$$\text{und } r = ct$$



Zurück zur Kugelwelle in Σ

dort gilt: $\underline{r} = c\underline{t}$
 $\dot{\underline{r}} = c$
 $\dot{\underline{r}} = c\hat{\underline{e}}_r$ mit $\underline{e}_r = \frac{\underline{r}}{r}$

(Möglichkeit, die bei $t=0$ im Ursprung von Σ losläuft!)

Entsprechende Grundgleichung von
 Inertialsystem Σ' aus gesehen
 („bewegte Beobachter“)

$$\dot{\underline{r}}' = \dot{\underline{r}} - \underline{v} = c\hat{\underline{e}}_r - \underline{v}$$

\uparrow
 Galilei-Transformation

$\Rightarrow \dot{\underline{r}}'$ ist richtungsalterierend
 und $|\dot{\underline{r}}'| \neq c$

Widerpruch zur experimentellen
Erfahrung!

Diese Zeit, daß die Lichtgeschwindigkeit
in alle Richtungen gleich ist und unabhängig
von der (gleichförmig geradlinige) Bewegung
des Beobachters relativ zur Quelle

z.B. Michelson-Morley-Experiment (Nobelpreis 1907)

→ Galilei-Transformation ist nicht mehr
nützlich!

III.2. Einsteins Postulate

Motivation: Ausgang der Michelson-Morley-
Experimente

→ die Idee der "absoluten Zeit" und des
"absoluten Raums" ist unhaltbar!

Statt dessen

• Äquivalenzpostulat: (Einstein'sches Relativitätspostulat)

⇒ Sämtliche physikalischen Vorgänge laufen in allen Inertialsystemen gleich ab!

• Die ^{Vakuum-}Lichtgeschwindigkeit c
ist unabhängig vom Inertialsystem!

(Postulat der Konstanz der
Lichtgeschwindigkeit)

Frage:

Wie muß die Transformation zw. Inertialsystemen
beschrieben werden, so daß Einstein-Postulat erfüllt?

VII, 3. Die Lorentztransformation

Betrachte 2 Inertialsysteme Σ, Σ'

- Annahme:
- Σ ruht
 - Σ' bewegt sich mit v (Kunst) (Kunst)
 - bei $t=0$ gilt $\Sigma = \Sigma'$

in Σ gibt für eine Kugelwelle:

$$|v| = v = c \epsilon$$

$$\Leftrightarrow v^2 = x^2 + y^2 + z^2 = c^2 \epsilon^2 \quad (*)$$

Aus dem (Zweiten) Einsteinspostulat

folgt: Auch in Σ' muss gelten.

$$v'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 \epsilon'^2 \quad (**)$$

(wir lassen also zu, dass sich die Zeit mittransformiert!)

Aus (*) und (**) folgt die Invarianzbeziehung

$$c^2 \epsilon^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = c^2 \epsilon'^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2)$$

Führe neue Notation ein (Vierervektor)

$$x^\mu = \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ \underline{r} \end{pmatrix}$$

Vierervektor im „Minkowski-Raum“

$$x^0 = ct \quad \text{Zeitkomponente}$$

$$x^1, x^2, x^3 = x, y, z \quad \text{Raumkomponente}$$

Umschreiben der Invarianzbedingung:

$$\underbrace{(x^0)^2 - \sum_{\mu=1}^3 (x^\mu)^2}_{s^2} = \underbrace{(x'^0)^2 - \sum_{\mu=1}^3 (x'^\mu)^2}_{s'^2}$$

Das „Längenquadrat“ (s^2) des Vierervektors bleibt erhalten

\Leftrightarrow Das Längenquadrat ist eine
„Lagrange-Invariante“