

2.3 Adaptive Kontrolle

Anwendung bei: unbekanntem Parameter, Parameter Dirijt

- Idee: Kostenfunktion $Q(x(t), t)$ minimalisieren

$$Q \geq 0$$

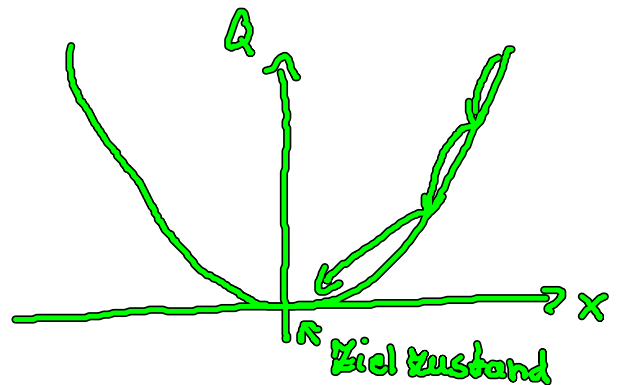
$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q(x(t), t) = 0$$

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

$x \in \mathbb{C}^n$ Zustands-
vektor

$u \in \mathbb{C}$ Kontrollparameter (input)

$$\Rightarrow u(t)$$



Idee: Herleitung einer Zusatzlichen DGL für u , die Änderungen von Q berücksichtigt

Speed gradient method

- A. Fridkov, M. Proshchuk, N. I. Parov: Nonlinear and Adaptive Control of complex Systems (Kluwer, Dordrecht 1999)
- A. Fridkov: Gybnatikal Physics: From Control of Chaos to Quantum Control

Speed Q $\dot{Q} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \nabla_x Q(x, t) \dot{x} \Rightarrow f(x, u, t)$

↑ ↑

hängt nicht von u ab

$$\dot{u} = -\Gamma \nabla_u Q$$

Γ Proportionalitätskonstante

Richtung im u -Raum, in der Q am stärksten abnimmt

$\Rightarrow \dot{Q} < 0 \Rightarrow Q$ nimmt ab $\Rightarrow Q \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$

Beispiel: Selbstadaptive Kontrolle der Rückkopplungsstärke K bei zeitverzögerter Rückkopplung ($K \neq u$)

Stabilitätsanalyse eines Fixpunktes

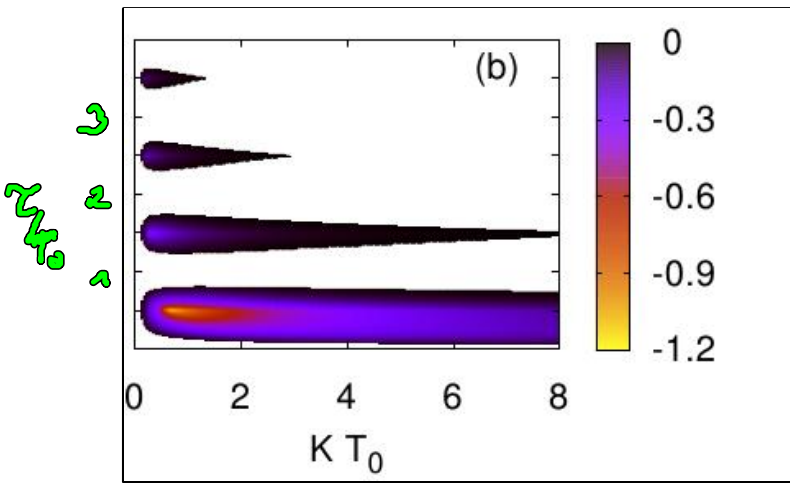
$$\dot{x} = \lambda x + \omega y - K [x(t) - x(t - \tau)]$$

$$\dot{y} = -\omega x + \lambda y - K [y(t) - y(t - \tau)]$$

$\lambda > 0$ Bif. par

Fixpunkt $x^* = y^* = 0$ Eigenwerte ($K=0$) $\lambda \pm i\omega$
 \Rightarrow instab. Fokus ($\lambda > 0$)

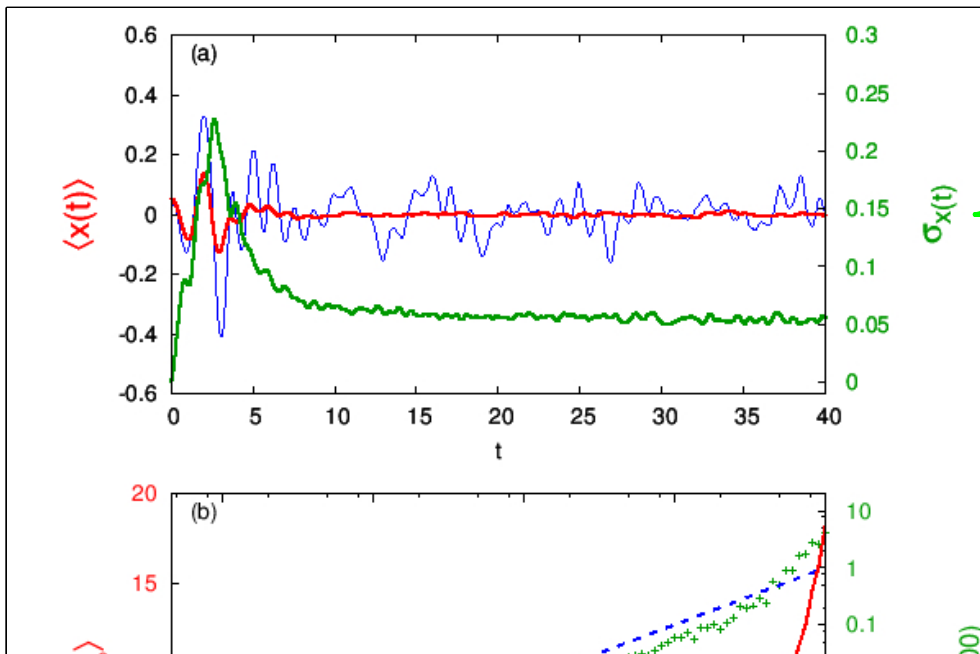
Ohne adaptive Kontrolle ($k = \text{const.}$) ist die kostensensitivste Rückkopplungskontrolle nur in "Zungen" in der K - τ -Ebene erfolgreich.



^ Eigenwert des kontrollierten Fixpunktes

Kosten funkt. $Q = \frac{1}{2} [(x(t) - x(t-\tau))^2 + (y(t) - y(t-\tau))^2]$

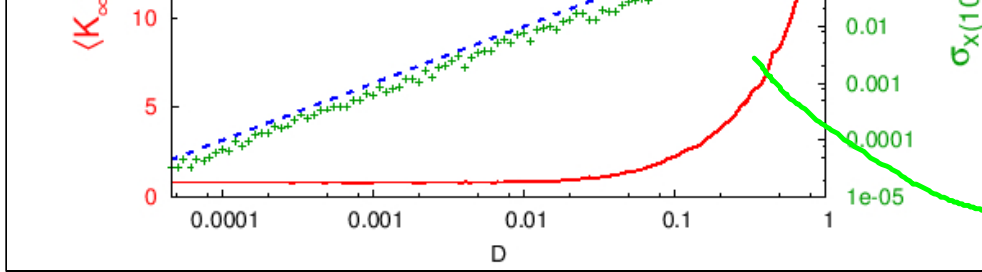
$$\begin{aligned} \dot{k} &= -\Gamma \frac{\partial}{\partial K} \dot{Q} = -\Gamma \left\{ [x(t) - x(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial K} [x(t) - x(t-\tau)] \right. \\ &\quad \left. + [y(t) - y(t-\tau)] \dots \right\} \\ &= \Gamma \left\{ [x(t) - x(t-\tau)] [x(t) - x(t-\tau)] - (x(t-\tau) - x(t-2\tau)) \right\} \\ &\quad + [y(t) - y(t-\tau)] \dots \\ &= \Gamma \left\{ [x(t) - x(t-\tau)] [x(t) - 2x(t-\tau) + x(t-2\tau)] \right. \\ &\quad \left. + [y(t) - y(t-\tau)] \dots \right\} \end{aligned}$$



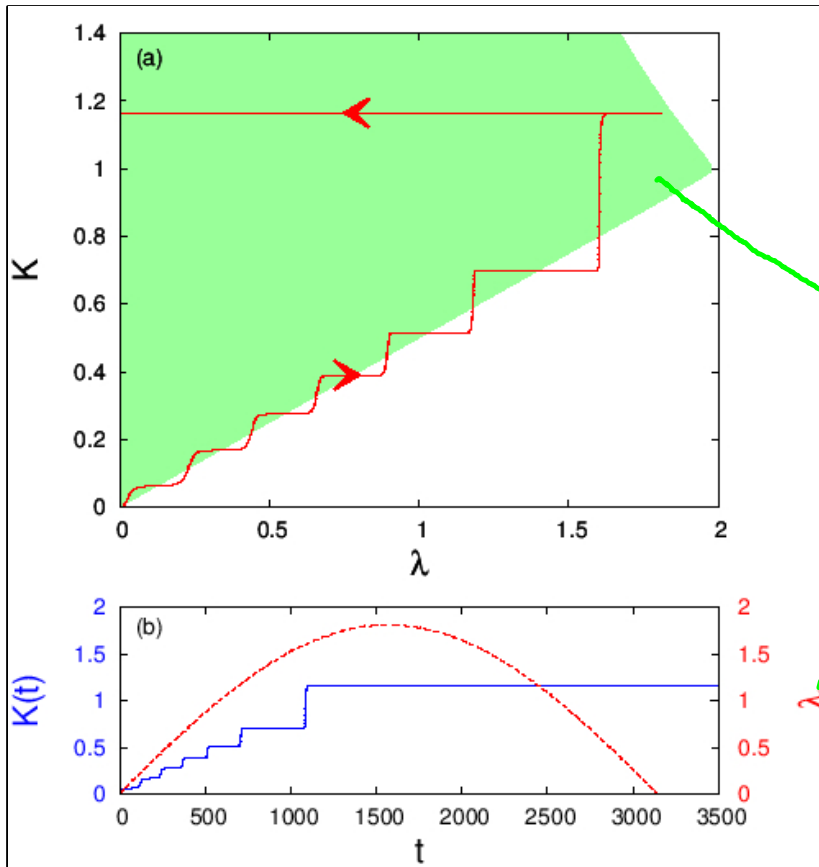
über 200 Realisierungen gemittelt

— Standardabweichung

robust gegen Parameter $D \{ \tau, \epsilon \}$



Kontrolle versagt

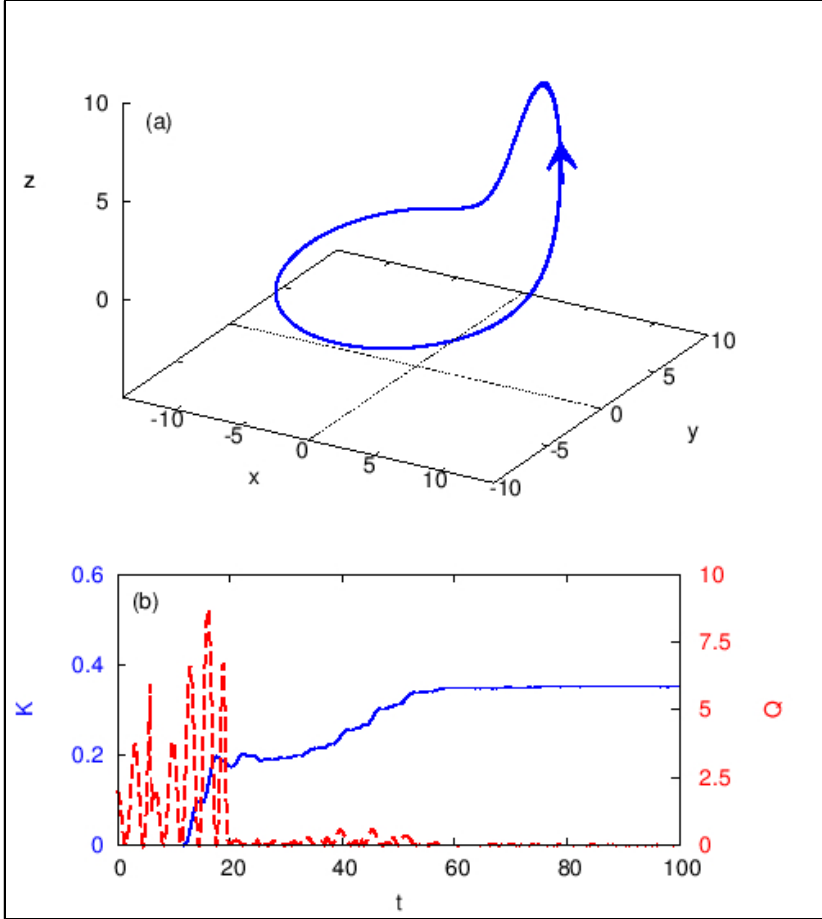


Adaptive Kontrolle
bei driftenden System-
parametern

Bereich, in dem die
zeit verzögerte Rückkopplungs-
kontrolle mit $K = \text{const}$
erfolgreich

driftender System-
parameter

Stabilisierung eines instabilen period. Orbits
Rössler - System (chaot.)
instabiler period Orbit (ohne Transiente)



$$\Sigma = 5.9 = \text{Type 0}$$

2.4 Quantenkontrolle

Kostenfkt enthält Hamiltonian : $Q(q,p) = \frac{1}{2} (H(q,p) - H_x)^2$
 mit H_x als Zielenergie

quantenmechanische Systeme:

Schrödinger - Gl :
$$i\hbar \dot{\psi} = \left(\underbrace{H_0}_{\substack{\text{ohne Kontrolle} \\ \text{(freies System)}}} + \underbrace{\sum_{k=1}^m u_k H_k}_{\substack{\text{Kontroll-Hamiltonop.} \\ \text{(Kontrollparameter } u_k)}} \right) \psi$$

Ziel : Konstruieren u_k , so dass Observable Z im Mittel einen vorgegebenen Wert Z_x annimmt ;

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \underbrace{\psi^*(t) Z \psi(t)}_{\text{Skalarprodukt}} = Z_x$$

$$\int \psi^* Z \psi d^3r = \langle \psi | Z | \psi \rangle$$

Idee Speed gradient method anwenden:

$$Q(\psi) = 1/2 (\psi^* Z \psi - Z_{xx})^2$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Q(\psi) = 0$$

Ann: Z kommutiert mit H_0 (gleichzeitig scharf messbar, keine Beeinflussung des qm System nur durch Messung von Q)

$$\begin{aligned} \nabla_{u_k} \dot{Q} &= \nabla_{u_k} [(\psi^* Z \psi - Z_{xx})(\dot{\psi}^* Z \psi + \psi^* Z \dot{\psi})] \\ &= \nabla_{u_k} [(\psi^* Z \psi - Z_{xx}) \frac{i}{\hbar} \psi^* (H_0 Z - Z H_0 + \sum_{\ell=1}^n u_{\ell} (H_{\ell} Z - Z H_{\ell})) \psi] \\ &\quad \text{mit } \dot{\psi} = -\frac{i}{\hbar} (H_0 + \sum_{\ell} u_{\ell} H_{\ell}) \psi \end{aligned}$$

$$\dot{u}_k = -\Gamma \nabla_{u_k} \dot{Q} = -\Gamma \frac{i}{\hbar} (\psi^* Z \psi - Z_{xx}) (\psi^* (H_{\ell} Z - Z H_{\ell}) \psi)$$

\Rightarrow adaptive gl. für Kontrollpar u_k

Anwendung: Kontrolle chem. Reaktionen auf molekularer Ebene;
Kontrolle durch speziell geformte Laserpulse,
die gewünschte Reaktionskanäle öffnen

Lit. z.B. T. Bringer (Würzburg):
Phys. Chem. 3, 2470 (2007)
Chem. Phys. 4, 418 (2003)