

## 6.2 Rauschunterdrückung im Laser

Flunkert, Schöll: PRE 76, 066202 (2007)

(i) generischer Fixp.:  $\dot{z} = (\lambda - i\omega_0)z + D\xi(t) - K[z(t) - z(t-\tau)]$   
 $z \in \mathbb{C}$

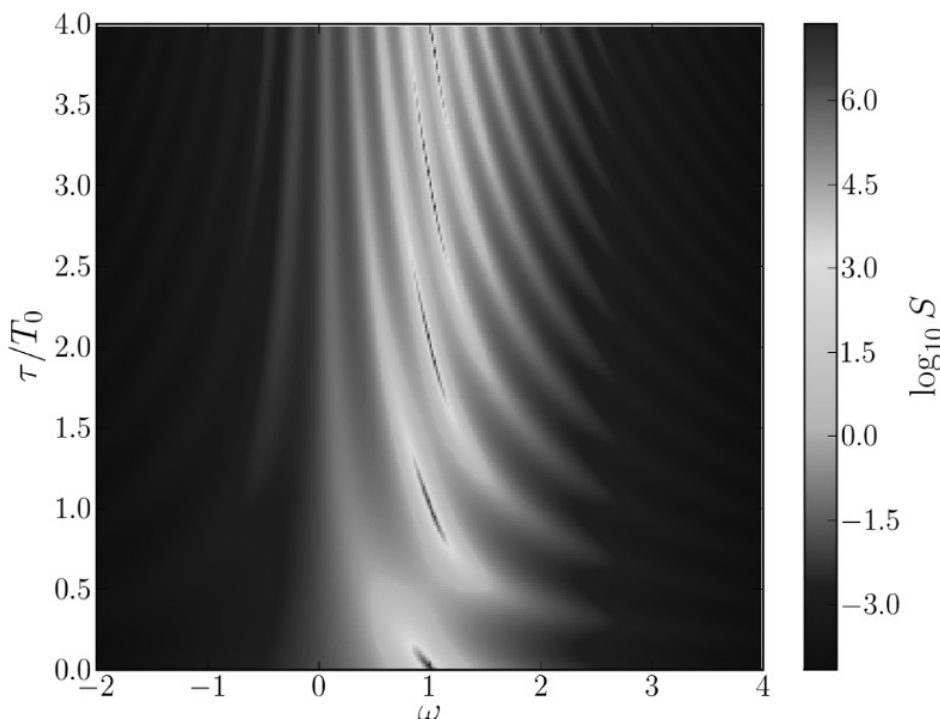
(ii) Lang-Kobayashi-Modell: s. Kap. 6.1

Zunächst (i):  $\dot{z} = (\lambda - i\omega_0)z + D\xi(t) - K[z(t) - z(t-\tau)]$

$\xi(t) = \xi_1(t) + i\xi_2(t)$  Gauß'sches weißes Rauschen  
 $\langle \xi_i \rangle = 0$ ,  $\langle \xi_i(t) \xi_j(t') \rangle = \delta_{ij} \delta(t-t')$

Spektrale Leistungsdichte (Power-Spektrum) analytisch berechenbar, s. Kap. 5.2, Pomplun et al., Europhys. Lett. 71, 366 (2005)

$$S(\omega) = \frac{D^2}{2\pi} \frac{1}{[\lambda - K(1 - \cos \omega\tau)]^2 + [\omega - \omega_0 + K \sin \omega\tau]^2}$$



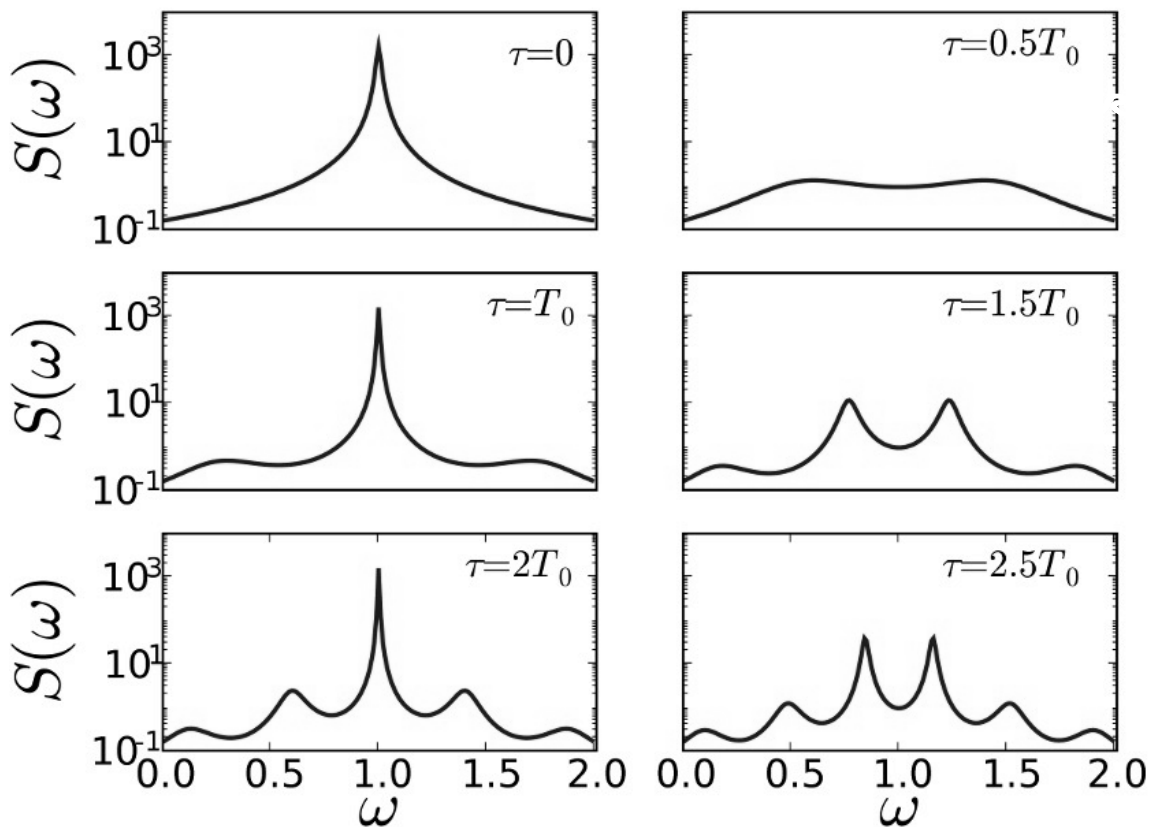
$\lambda = -0.01$ ,  $\omega_0 = 1$   
 (stabiler Fokus)

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi$$

$$D = 1$$

$$K = 0.2$$

Schritte für feste  $\tau$  :



vgl. auch rauschinduzierte Oszillationen im Van-der-Pol-System

Charakterisierung der Dynamik:

$$z(t) = u(t) e^{-i\omega_0 t} \quad u \in \mathbb{C}$$

$$\Rightarrow \dot{u} = (\lambda - K)u + Ke^{i\omega_0 \tau} u(t-\tau) + e^{i\omega_0 \tau} D\mathcal{F}(t)$$

$$\Rightarrow \text{mittlere Amplitude } \langle r^2 \rangle \quad (\text{numerisch, analytisch})$$

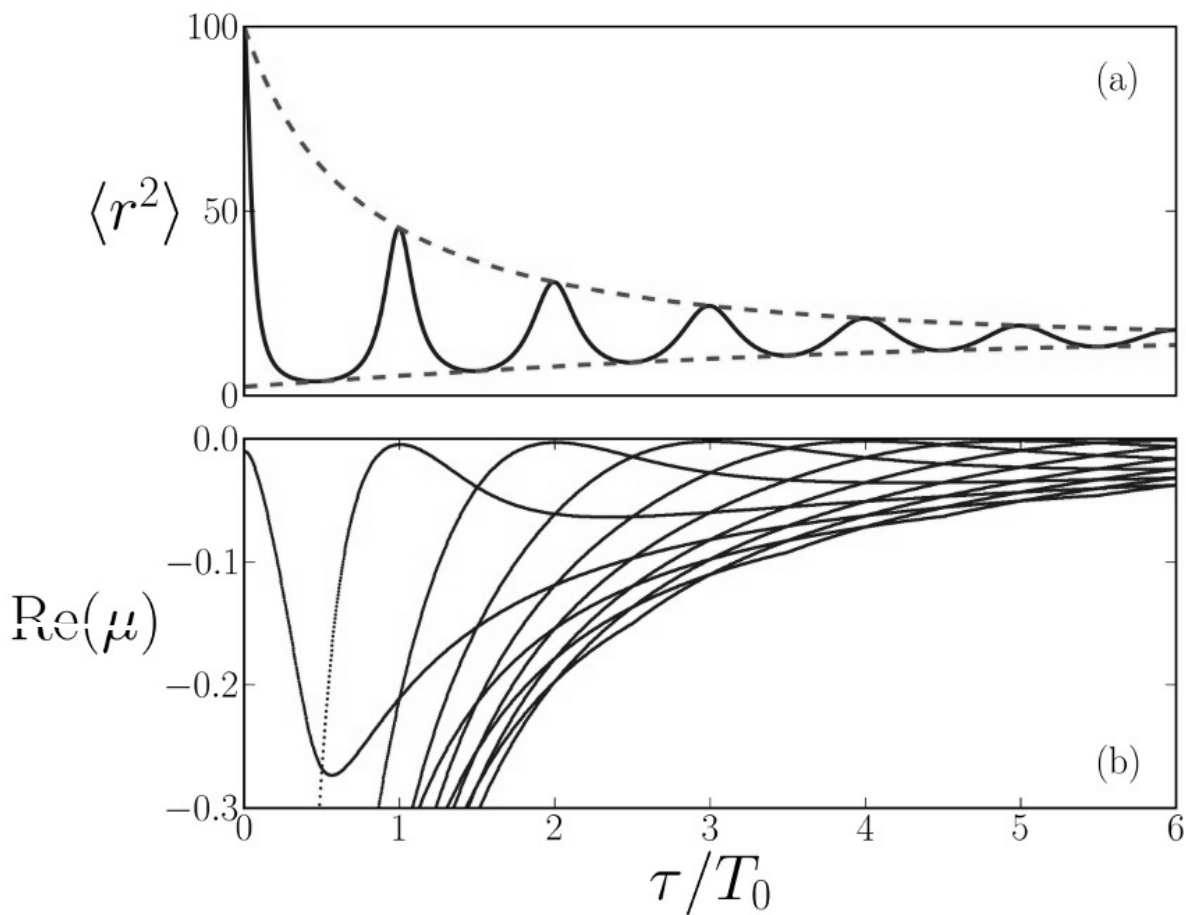
$$\text{aus } G(\tau) = \langle u(s+\tau)u^*(s) \rangle, \quad G(0) = \langle |z|^2 \rangle = \langle r^2 \rangle$$

Eigenwerte des kontrollierten Systems (determ.)

$$\Lambda = (\lambda - i\omega_0) - K(1 - e^{-\lambda \tau})$$

lösbar mittels Lambert-Fkt. ( $ze^z = y \Rightarrow z = W(y)$ )

$$\Rightarrow \tau \Lambda_n = W_n(\tau K e^{-(\lambda - i\omega_0 - K)\tau}) + (\lambda - i\omega_0 - K)\tau$$



## (ii) Lang-Kobayashi-Modell

(wie in § 6.1 :  $k(n) = \cos h$ )

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} (1 + i\alpha) n E - e^{i\varphi} K [E(t) - E(t - \tau)] + F_E$$

$$T \frac{dn}{dt} = I - n - (1 + n) |E|^2$$

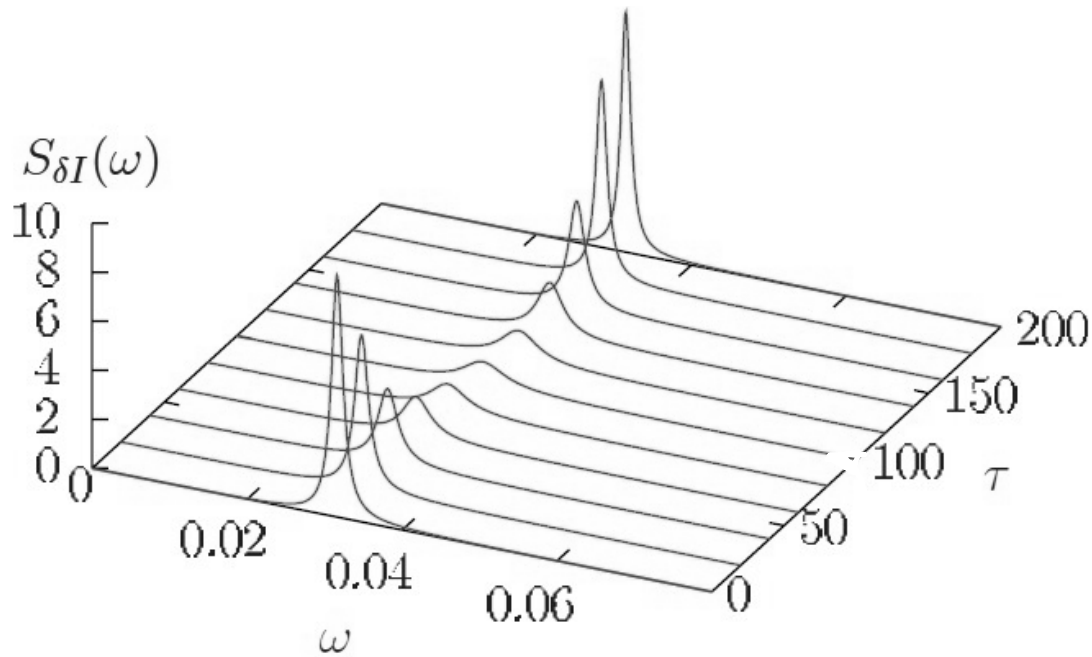
mit Rauschen  $\langle F_E \rangle = 0$

$$\langle F_E(t) F_E^*(t') \rangle = R_{sp} \delta(t - t')$$

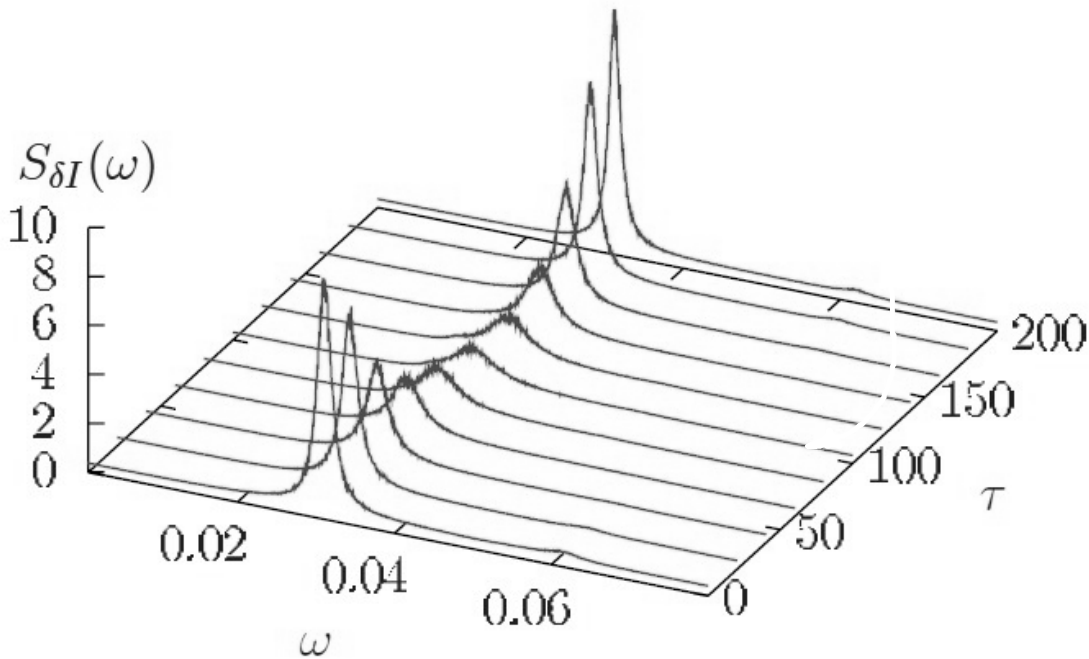
$$R_{sp} = \beta (n + n_{th}) \quad \text{spontane Emission}$$

↑ Ladungsträgerdichte an der Laserschwelle  
 excess carrier density (über Schwelle)

Power-Spektrum: o.g.l. analytisch  $\leftrightarrow$  numerisch  
 (linearisierte) LK-gln. (Sim. der nichtlin. LK-gln + Fouriertrafo)



$I = 1, \kappa = 2$   
 $T = 1000$   
 $\beta = 10^{-5}$   
 $n_H = 10$   
 $K = 0.002$   
 $(\tau_p \approx 10^{-11} \text{ s} \approx 100 \text{ GHz})$



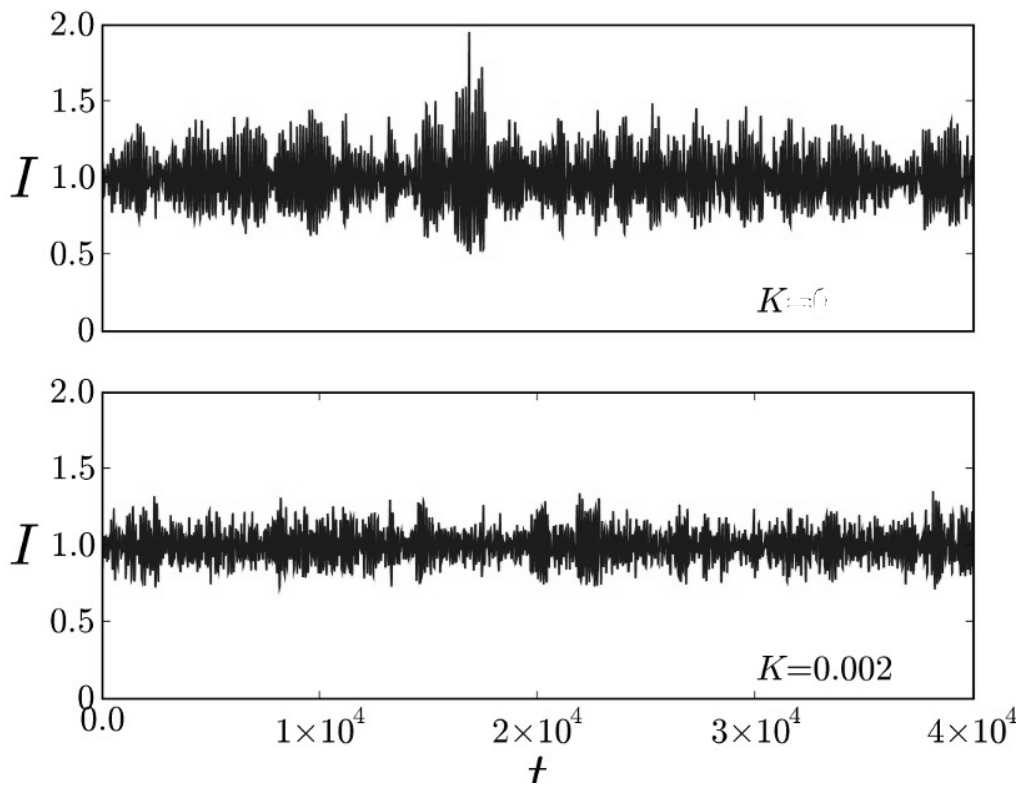
Diagonalelemente der Matrix  $S$  des Power-Spektrums:

$S_{SI}$  optische Intensität, aus  $\langle \delta I(t+s) \delta I(t) \rangle$

$S_{\phi\phi}$  Phase, aus  $\langle \delta \phi(t+s) \delta \phi(t) \rangle$

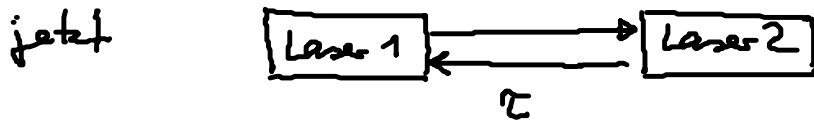
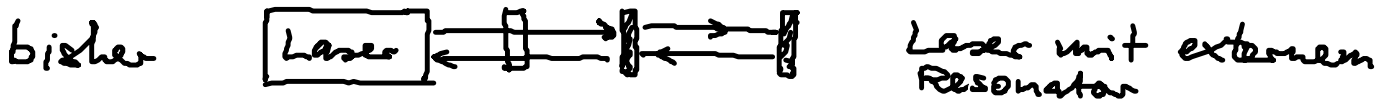
$S_{Sn}$  Ladungsträgerdichte (Inversion)  $\langle \delta n(t+s) \delta n(t) \rangle$

Zeitreihe der opt. Intensität:



schwächere  
stoch. Flukt.

### 6.3 Zeitverzögert gekoppelte Laser



Welche Dynamiken?

→ insbesondere „leader – laggard“-Szenario (bidirektionale Kopplung)  
oder „master – slave“-Konfiguration



Ref. Heil et al.: PRL 86, 795 (2001)  
(Ingo Fischer)

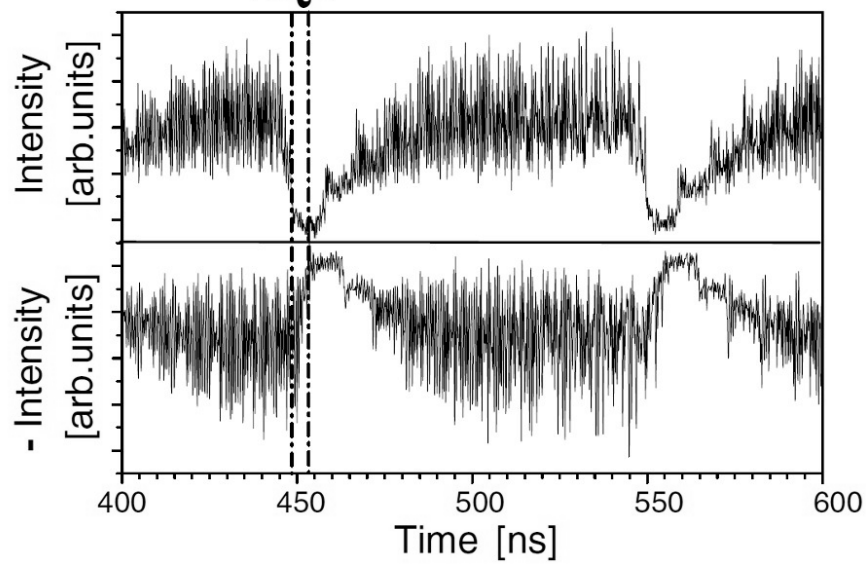
Leader

Laggard

folgt mit Verzögerung  
 $\tau = 4,75 \text{ ns}$

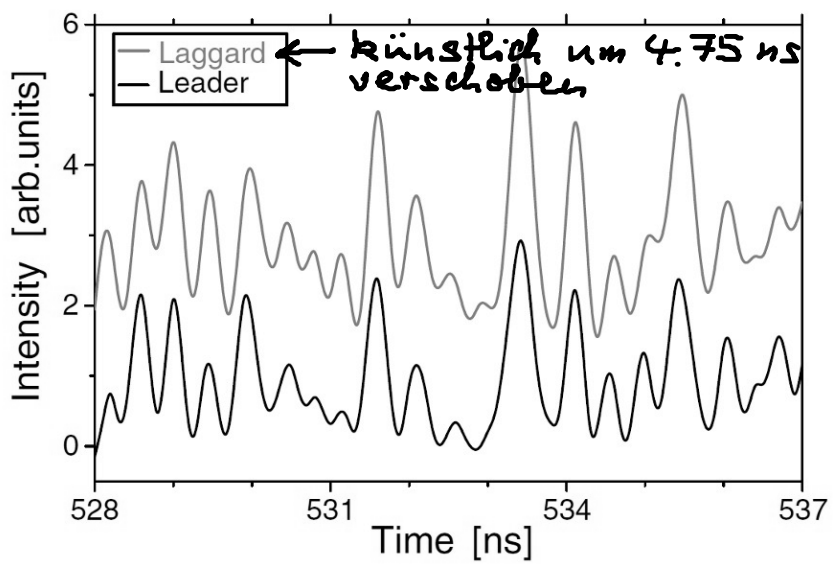
Abstand zwischen den Lasern

$$\Delta s = c_0 \tau = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4,75 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 1,425 \text{ m}$$



Zoom in Zeitfenster von 9 ns

zeitverzögerte (chaotische) Synchronisation

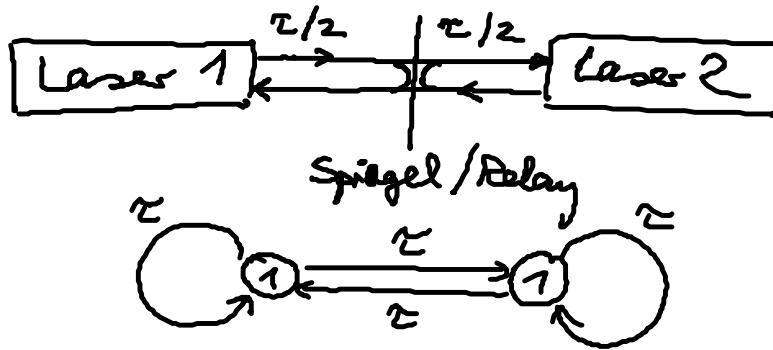


Kein Laser ausgezeichnet als treibender Laser!  
 → Spontane Symmetriebrechung (lagged synchronization)  
 Reihenfolge Leader/Laggard zufällig

Isochrone Lösung (komplette/vollständige/zero-lag Synchronis.)  
 ist instabil (vgl. § 3.2).

Frage: Wie kann man diese gleichphasige (zero-lag) Lösung stabilisieren?

Idee: Verwendung eines halbdurchlässigen Spiegels (passives Relay) oder eines 3. Lasers (aktives Relay) zwischen den Lasern:



Licht von Laser 1 nach  $\tau$  bei Laser 2 und (durch Relay) Rückkopplung bei Laser 1