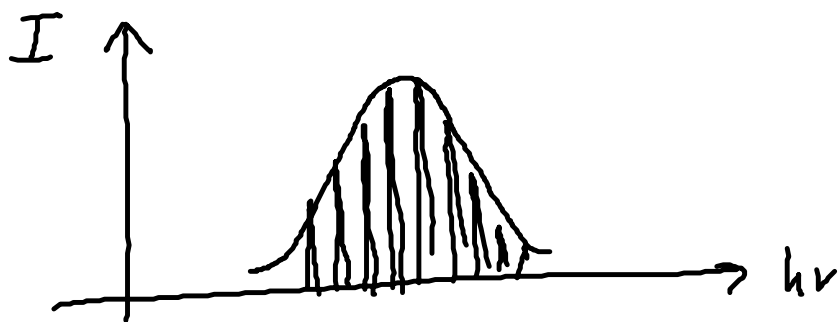


6 Quantenoptik



$$[c, c^\dagger] = 1 \Rightarrow c c^\dagger = c^\dagger c + 1, (c^\dagger)^\dagger = c$$

$$\boxed{c^\dagger c \phi = \alpha \phi} \Rightarrow c c^\dagger c \phi = \alpha c \phi = c^\dagger c c \phi + c \phi = \alpha c \phi$$

$$\Rightarrow c^\dagger c (c \phi) = (\alpha - 1) c \phi$$

wenn $\phi \in F$ von $c^\dagger c$ zum EW α ist $\Rightarrow c \phi$ ist EF zum EW $\alpha - 1$

$n \in \mathbb{N} : c^n \phi \in F$ zum EW $\alpha - n$

$$\langle c \phi | c \phi \rangle = \langle \phi | c^\dagger c | \phi \rangle = \langle \phi | \alpha | \phi \rangle = \alpha \geq 0, \langle \phi | \phi \rangle = 1$$

\Rightarrow zu jedem $\alpha \exists$ ein $n \in \mathbb{N}$ mit $c^n \phi \in F$ zum EW $\alpha - n$
aber $c^{n+1} \phi = 0$

$$c^\dagger c c^n \phi \sim c^\dagger c (\alpha - n) \phi = 0 \Rightarrow \alpha = n$$

$$= c^\dagger c^{n+1} \phi = 0 \Rightarrow c^\dagger c |n\rangle = n |n\rangle$$

aus der Normierung

$$c |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle$$

$$c^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle$$

$$\left. \begin{array}{l} c^\dagger c |n\rangle = n |n\rangle \\ c |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \\ c^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \end{array} \right\} \langle n, n' \rangle = \delta_{nn'}$$