I. Einführung in die theoretische Physik

- Beginn der VL in theo. Physik
- Wissen, das über 350 Jahre entstanden ist

Newtonmechanik → Higgsboson (vorgestern

⇓ Alltagserfahrung
- absolute Weltzeit
- Fixsternhimmel als festes KS

→

⇓ jenseits d. Alltagserf.

von Bezugssystem abhängige Zeit, keine wohldefinierten Bahnkurve

klass. Mechanik (I) → Quantenmechanik (II)

Elektrodynamik (III) → statistische Physik (IV)

- Paradigmenwechsel: Vielkörperphysik

um 1700	3	Körper	nicht analyt. behandeln	(klass. M.)
um 1910	2	——	" ——	(ART)
um 1930	1	——	" ——	(QED)
heute	0	——	" ——	(Quanten-vakuum)

→ keine puristische Einstellung

→ Näherungen sind nötig

- Inhaltsangabe über diesen Kurs:

I. Historische Einführung

II. Grundbegriffe der klass. Mechanik; Inertialsysteme

III. Beschleunigte Bezugssysteme

IV. Lagrangemechanik

V. spezielle Vielteilchensysteme

VI. Hamiltonmechanik

VII. Relativitätstheorie

VIII. Dynamische Systeme

Historischer Abriß der Mechanik

- Antike:

Aristoteles (384 – 322 v.Chr)   Kraft ~ Geschwindigkeit

Archimedes (287 – 212 v.u.Z)   Gesetze der Statik

- Mittelalter:

N. Copernicus (1473 – 1543)	Heliozentrische Planetensystem
G. Galilei (1564 – 1642)	Trägheitsgesetz, freier Fall, schiefe Ebene
J. Kepler (1571 – 1630)	Planetenbewegung

- Neuzeit:

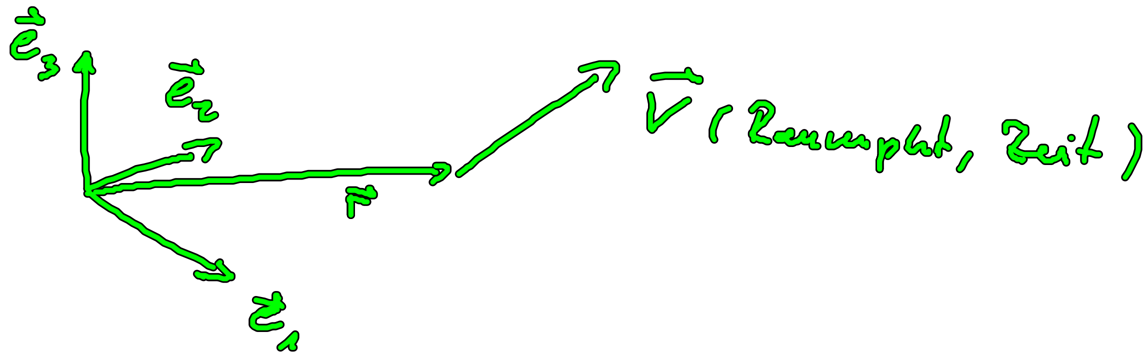
I. Newton (1643 – 1727)	Newton'sche Mechanik, Gravitationsgesetz formuliert
J. L. Lagrange (1736 – 1813)	Lagrange-Gleichung
G. Coriolis (1792 – 1843)	Beschleunigte Bezugssystem, Corioliskraft
C. G. J. Jacobi (1804 – 1851)	Hamilton-Jacobi Gl.
W. R. Hamilton (1805 – 1865)	Hamilton-Gl., Hamilton'sche Prinzip
H. von Helmholtz (1821 – 1894)	Erhaltungssätze der Energie

II. Grundlagen der klass. Punktmechanik

1. Ziele

- Zeit-Raum Dynamik von Körpern

- Bahnkurve $\vec{r}(t)$ eines Massepunkts aus Axiomen (Newton'sche Gesetze) ableiten
- komplizierte Körper aus Massepunkten (MP) aufbauen
- math. Bemerkung: Vektoren $\vec{V}(\vec{r}, t)$



Jeder Vektor wird durch ein lokales Dreibein $\{\vec{e}_i\}$, d.h. 3 orthogonale Einheitsvektoren am Ort $\vec{r}$ aufspannen

$$\vec{V} = \sum_i V_i(\text{Raumpkt, Zeit})\, \vec{e}_i(\text{Raumpkt})$$

2. Kinematische Grundbegriffe

2.1 Massepunkt (MP)

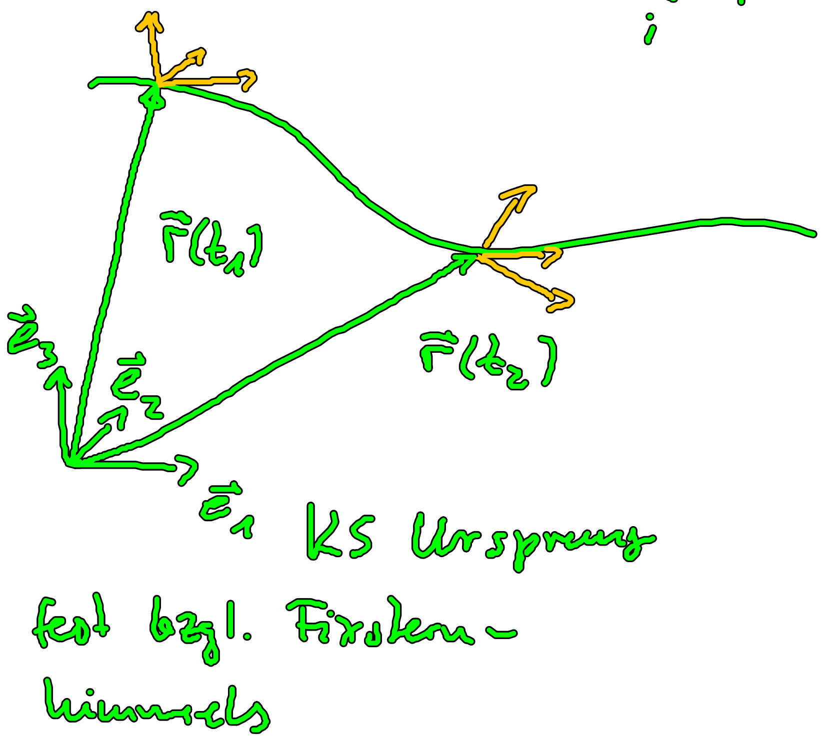
Gesamte Masse eines Körpers wird in einem Punkt vereinigt.

Bsp.: Planetenbewegung ; <u>nicht</u>: Gezeiten (Kontinuumsmechanik)

2.2 Bahnkurve $\vec{r}(t)$

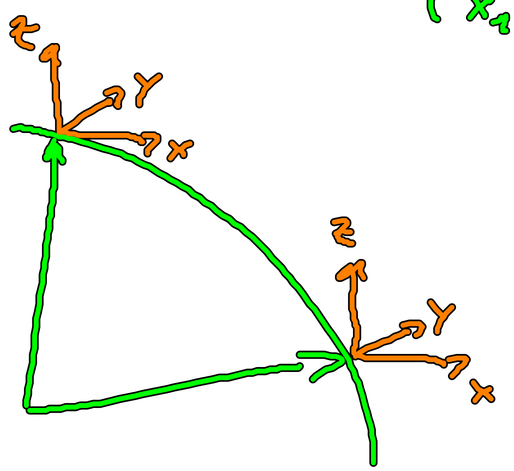
Ist ein spez. Vektor vom Koordinatenursprung für die Raumkurve eines MP:

$$\vec{r}(t) = \sum_i x_i(t)\, \vec{e}_i(\vec{r}(t))$$



Darstellung von $\vec{r}(t)$ mit 3 Komponenten eines Koordinatensystems (KS) (u.U. mitbewegtes Dreibein)

· <u>Annahme:</u> karth. KS fest im Raum
$(x_1 = x,\ x_2 = y,\ x_3 = z)$



$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$$

· Koordinatentransformation: Wdh. aus MMP

$$(x, y, z) \longrightarrow (u_1, u_2, u_3)$$

neue Koord.: $u_i = u_i(x, y, z) \longrightarrow \vec{r} = \vec{r}(u_1, u_2, u_3)$

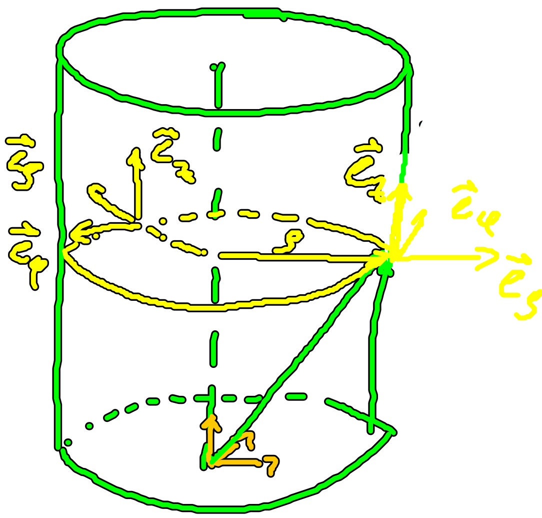
neue Einheitsvektoren:

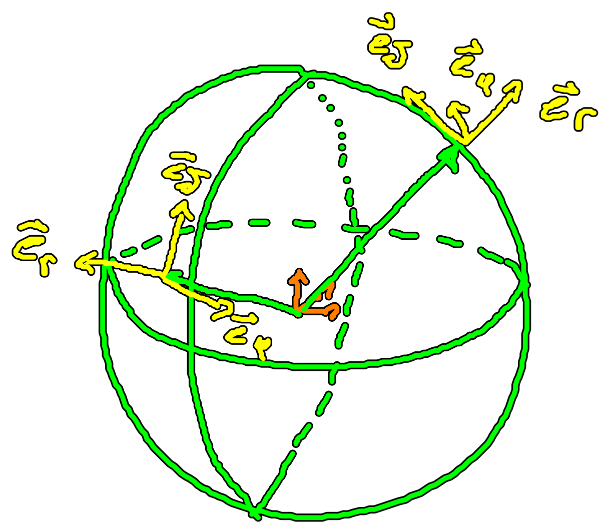
$$\boxed{\vec{e}_i = \frac{1}{\left|\frac{\partial \vec{r}(\{u_i\})}{\partial u_i}\right|} \frac{\partial \vec{r}(\{u_i\})}{\partial u_i}}$$

$\longrightarrow$ ortsabhängige EV bei

Zylinderkoord. | Kugelkoord.

· Anschauung:





· Trafo:

$x(\rho, \varphi, z) = \rho \cos\varphi$
$y(\rho, \varphi, z) = \rho \sin\varphi$
$z(\rho, \varphi, z) = z$

$x(r, \vartheta, \varphi) = r \sin\vartheta \cos\varphi$
$y(r, \vartheta, \varphi) = r \sin\vartheta \sin\varphi$
$z(r, \vartheta, \varphi) = r \cos\vartheta$

· Einheitsvektoren:

$\vec{e}_\rho(\varphi) = \cos\varphi\, \vec{e}_x + \sin\varphi\, \vec{e}_y + 0\, \vec{e}_z$

$\vec{e}_r = \sin\vartheta \cos\varphi\, \vec{e}_x + \cos\vartheta \sin\varphi\, \vec{e}_y + \cos\vartheta\, \vec{e}_z$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\,\hat{e}_x + \cos\varphi\,\vec{e}_y + 0\,\hat{e}_z$$

$$\vec{e}_z = 1\,\hat{e}_z$$

$$\vec{e}_\varrho = \cos\vartheta\cos\varphi\,\vec{e}_x + \cos\vartheta\sin\varphi\,\vec{e}_y - \sin\vartheta\,\hat{e}_z$$

$$\vec{e}_\varphi = -\sin\varphi\,\vec{e}_x + \cos\varphi\,\vec{e}_y + 0\,\hat{e}_z$$

$$\vec{e}_x = \cos\varphi\,\hat{e}_\varrho + \sin\varphi\,\hat{e}_\varphi$$

$$\vec{e}_y = \sin\varphi\,\hat{e}_\varrho - \cos\varphi\,\hat{e}_\varphi$$

... selbst ...

- Ortsvektor in Zylinder / Kugelkoord.:

$$\vec{r}(t)\big|_{\text{kartes.}} = x(t)\,\vec{e}_x + y(t)\,\vec{e}_y + z(t)\,\vec{e}_z$$

$$\vec{r}(t)\big|_{\text{Zyl}} = \varrho(t)\cos\varphi(t)\left[\cos\varphi(t)\,\vec{e}_\varrho(\varphi(t)) + \sin\varphi(t)\,\vec{e}_\varphi(\varphi(t))\right]$$

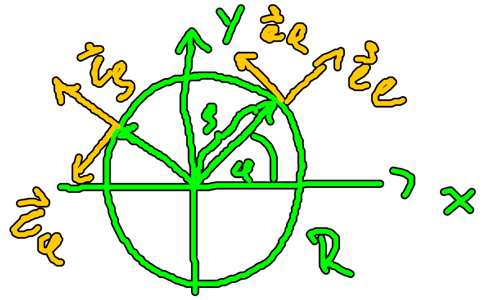
$$+ \varrho(t)\sin\varphi\left[\sin\varphi\,\vec{e}_\varrho - \cos\varphi\,\vec{e}_\varphi\right] + z\left[\vec{e}_z\right]$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = \varrho(t)\,\vec{e}_\varrho + z(t)\,\vec{e}_z \quad \text{gilt allgem. in Zyl. koord.}}$$

analog:

$$\boxed{\vec{r}(t) = r(t)\,\vec{e}_r(t) \qquad \text{gilt allgem. in Kugelkoord.}}$$

• Beispiel: Kreisbewegung



$$\vec r(t)\big|_{kart} = x(t)\,\vec e_x + y(t)\,\vec e_y + 0\,\vec e_z$$
$$= R\cos\varphi(t)\,\vec e_x + R\sin\varphi\,\vec e_y$$

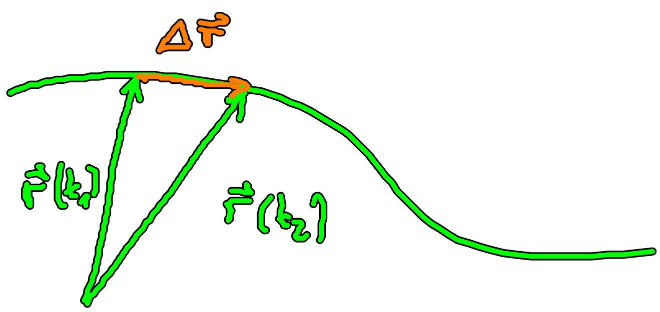
$$\vec r(t)\big|_{zyl} = \rho(t)\,\vec e_\rho(t) + 0\,\vec e_z$$
$$= R\,\vec e_\rho$$

$\vec e_\rho = \vec e_\rho$

sieht an jedem Pkt. anders aus.

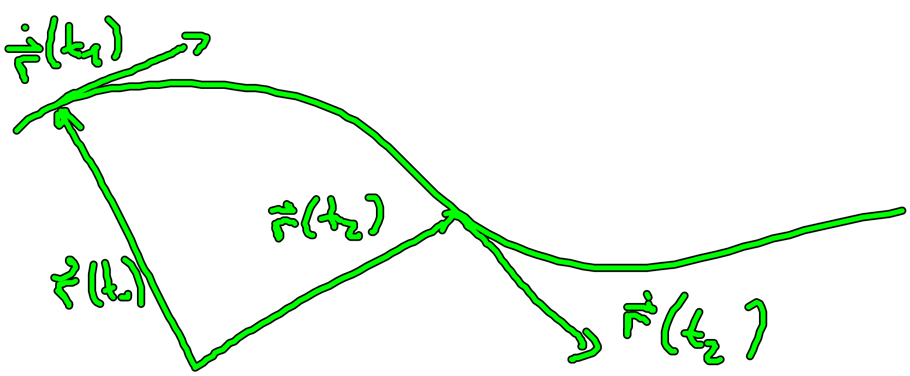
2.3 Geschwindigkeit $\vec v = \frac{d}{dt}\vec r(t) = \dot{\vec r}(t)$

Änderung des Ortsvektors $\vec r(t)$ mit Zeit



$$\Delta\vec r = \vec r(t_2) - \vec r(t_1)$$
$$\Delta t = t_2 - t_1$$
$$\vec v = \dot{\vec r}(t) = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec r}{\Delta t} = \frac{d\vec r}{dt}$$

Der Geschwindigkeitsvektor $\dot{\vec r}$ ist ein Tangentenvektor entlang der BK $\vec r(t)$.



→ komponentenweise Diff. der BK führt zur Geschw.:

$$\vec r = \sum_i x_i \, \vec e_i$$

$$\vec v(t) = \dot{\vec r} = \frac{d}{dt}\Big(\sum_i x_i \, \vec e_i\Big)$$

$$= \underbrace{\sum_i \big(\dot x_i \, \vec e_i}_{\text{nur in karth}} + x_i \, \dot{\vec e}_i\big)$$

- Ableitung der EV:

$$\dot{\vec e}_\rho = (\dot{\cos\varphi}, \dot{\sin\varphi}, 0) = (-\sin\varphi\,\dot\varphi, \cos\varphi\,\dot\varphi, 0)$$

$$\dot{\vec e}_\rho = \dot\varphi \, \vec e_\varphi$$

Zylinderkoord

– EV:

$$\dot{\vec e}_\rho = \dot\varphi \, \vec e_\varphi$$

$$\dot{\vec e}_\varphi = -\dot\varphi \, \vec e_\rho$$

$$\dot{\vec e}_z = 0$$

– Geschwindigkeit

$$\dot{\vec r}(t) = \dot\rho \, \vec e_\rho + \rho \, \dot{\vec e}_\rho + \dot z \, \vec e_z$$

$$= \dot\rho \, \vec e_\rho + \rho \, \dot\varphi \, \vec e_\varphi + \dot z \, \vec e_z$$

Kugelkoord

$$\dot{\vec e}_r = \dot\vartheta \, \vec e_\vartheta + \sin\vartheta \, \dot\varphi \, \vec e_\varphi$$

$$\dot{\vec e}_\vartheta = -\dot\vartheta \, \vec e_r + \cos\vartheta \, \dot\varphi \, \vec e_\varphi$$

$$\dot{\vec e}_\varphi = -\sin\vartheta \, \dot\varphi \, \vec e_r - \cos\vartheta \, \dot\varphi \, \vec e_\vartheta$$

$$\dot{\vec r} = \dot r \, \vec e_r + r \, \dot{\vec e}_r$$

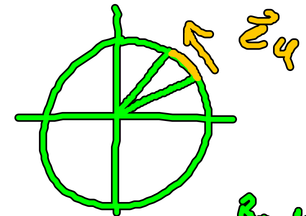
$$= \dot r \, \vec e_r + r \, \dot\vartheta \, \vec e_\vartheta + r \sin\vartheta \, \dot\varphi \, \vec e_\varphi$$

- Beispiel: kinet. Energie

$$\frac{m}{2} \dot r^2 \Big|_{zyl} = \frac{m}{2}\big(\dot\rho^2 + \dot\varphi^2 + \dot z^2\big)$$

$$\frac{m}{2}\dot{\vec r}^2\Big|_{\text{kugel}} = \frac{m}{2}\left(\dot r^2 + r^2\dot\vartheta^2 + r^2\sin^2\vartheta\,\dot\varphi^2\right)$$

· Beispiel: Kreisbewegung



$v = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Zeit}}$

$$\dot{\vec r}\Big|_{\text{kart.}} = \frac{d}{dt}\left(R\cos\varphi,\ R\sin\varphi,\ 0\right)$$

$$= R\dot\varphi\left(-\sin\varphi,\ \cos\varphi,\ 0\right)$$

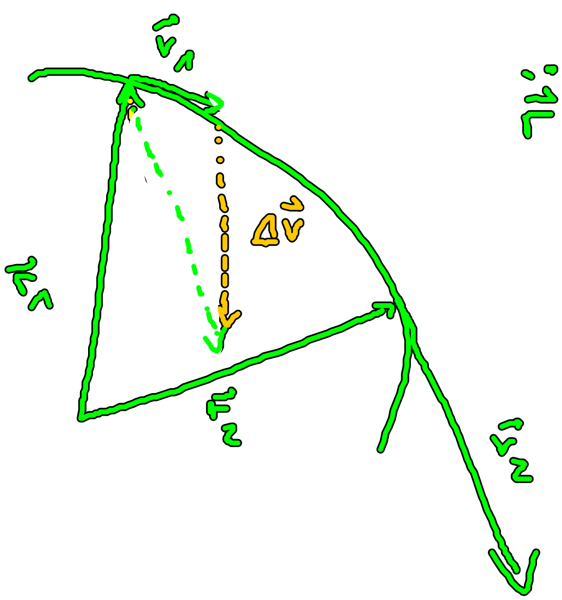
$$\dot{\vec r}\Big|_{\text{zyl}} = R\dot\varphi\ \vec e_\varphi \ \hat{=}$$ richtige Richtung + $\frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Zeit}}\left(\frac{d\varphi\cdot R}{dt}\right)$

Winkelgeschwindigkeit $\varphi = \omega t$

$\dot\varphi = \omega$

2.4 Beschleunigung $\vec a = \ddot{\vec r}(t)$

Änderung d. Geschw.vektors $\vec v(t)$ mit der Zeit



$$\ddot{\vec r} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec v}{\Delta t} = \frac{\vec v_2 - \vec v_1}{t_2 - t_1} = \frac{d}{dt}\vec v$$

Aufteilen der Geschw.

$$\vec v = v(t)\cdot\vec t(t)$$

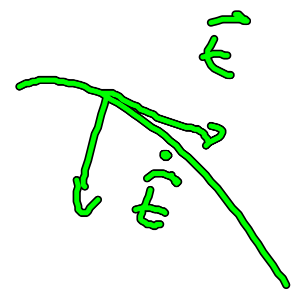
Betrag - Richtung (Tangenten EV)

$$\vec a = \frac{d}{dt}\vec v = \frac{d}{dt}\left(v(t)\cdot \vec t(t)\right) = \underbrace{\dot v(t)\,\vec t}_{(i)} + \underbrace{v(t)\,\dot{\vec t}}_{(ii)}$$

(i) Anteil der Beschleunigung von $\vec v$
(betragsmäßige Änderung $\vec v$)

(ii) Anteil der Beschl. $\perp$ zu $\vec v$
(Richtungsänderung von $\vec v$)

$\dot{\vec t} \perp \vec t$:



$$\vec t^{\,2} = 1 \quad \Big| \frac{d}{dt}$$

$$2\vec t\cdot\dot{\vec t} = 0$$

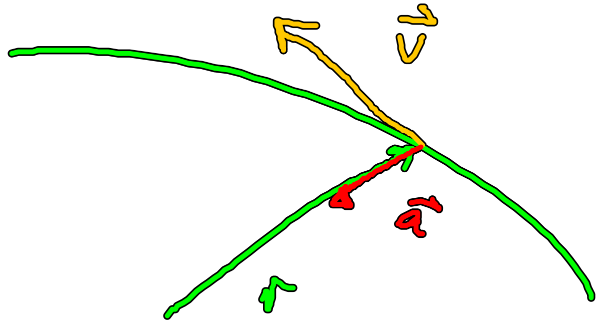
$$\vec t\cdot\dot{\vec t} = 0 \to \vec t \perp \dot{\vec t}$$

· Beispiel: Kreisbewegung

$$\ddot{\vec r}(t) = \frac{d}{dt}\vec v = \frac{d}{dt}\begin{pmatrix}-R\omega\sin(\omega t)\\ +R\omega\cos(\omega t)\\ 0\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}-R\omega^2\cos\omega t\\ -R\omega^2\sin\omega t\\ 0\end{pmatrix} = -\omega^2\,\vec r$$

$\longrightarrow$ Beschleunigung ist entgegengesetzt dem Vektor $\vec r$



$\vec{v}$
$\vec{a}$
r