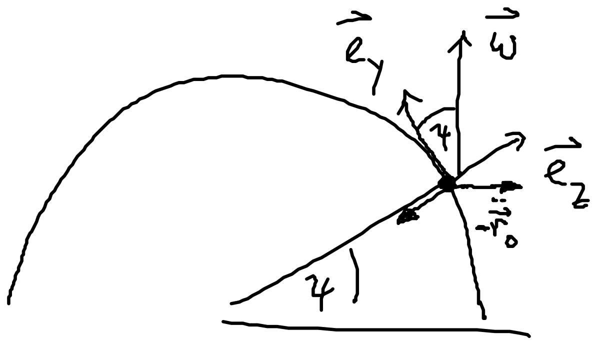
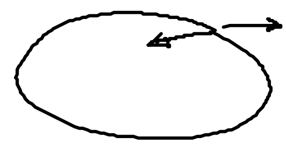


$\ddot{\vec r}_0$ führt zur Abplattung der Erde



$$m\ddot{\vec r} = \underbrace{-mg\vec e_z - m\ddot{\vec r}_0}_{\text{Gravitation}} \underbrace{- m\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r)}_{\text{Zentrifugalkraft}} \underbrace{- 2m(\vec\omega\times\dot{\vec r})}_{\text{Corioliskraft}}$$

(a) $\ddot{\vec r}_0$ siehe letzte VL

diese beiden Kräfte werden zu effektiv $\vec g$ zusammengefaßt

führt zu $\vec g = \vec g(\varphi)$

(b) (c)

$$\omega^2 r \qquad \omega v$$

$$\omega \underbrace{\omega\cdot r}_{\frac{10^{-5}}{s}\,m} \ll \omega \underbrace{v}_{\frac{m}{s}}$$

Corioliskraft an Erdoberfläche dominant solange eine Bewegung stattfindet

b) <u>Zentrifugalkraft</u>

$$\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) = \left| \begin{array}{l} \vec{\omega} = \omega \cos\varphi \, \vec{e}_y + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) \vec{e}_z = (0, \cos\varphi, \sin\varphi) \\ \vec{r} = (x, y, z) \end{array} \right|$$

$$= \vec{\omega} (\vec{\omega} \cdot \vec{r}) - \omega^2 \vec{r}$$

$$= \omega^2 \begin{pmatrix} -x \\ -\sin^2\varphi \, y + \cos\varphi \sin\varphi \, z \\ \sin\varphi \cos\varphi \, y - \cos^2\varphi \, z \end{pmatrix}$$

wichtig z.B. in Karussell, dann auch $\vec{\ddot{r}}_0$ wichtig: $\varphi = 0$

$$m \ddot{z} = + m \omega^2 z + m \omega^2 R = m\omega^2 (R + z)$$

ist Zentrifugalkraft

<u>c) Corioliskraft</u>

$$\vec{\omega} \times \dot{\vec{r}} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ 0 & \omega\cos\varphi & \omega\sin\varphi \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{vmatrix}$$

$$= \omega \begin{pmatrix} \cos\varphi \, \dot{z} - \sin\varphi \, \dot{y} \\ \sin\varphi \, \dot{x} \\ -\cos\varphi \, \dot{x} \end{pmatrix}$$

3.2. Auswirkung der Corioliskraft

aufsammeln der Terme: $m\ddot{\vec{r}} = \ldots$ Coriolis + Gravitation

$$m\ddot{x} = -2m\omega\,(\cos\varphi\,\dot{z} - \sin\varphi\,\dot{y})$$
$$m\ddot{y} = -2m\omega\,\sin\varphi\,\dot{x}$$
$$m\ddot{z} = 2m\cos\varphi\,\dot{x} - mg$$

lineares Dgl-System
inhomogen, aber kompliziert
→ starke Vereinfachungen

<u>1. Beispiel</u> Ostabweichung beim freien Fall aus Höhe h

ohne Corioliskraft: $z^{(0)} = h - \frac{g}{2}t^2$, $x^{(0)} = 0$, $y^{(0)} = 0$

Störungstheorie $x = x^{(0)} + \varepsilon x^{(1)}$, $y = y^{(0)} + \varepsilon y^{(1)}$, $z = z^{(0)} + \varepsilon z^{(1)}$

Lsg. ohne Störung (für $x^{(0)}$); korrigiert f. kleine Störung durch Corioliskraft (für $\varepsilon x^{(1)}$)

einsetzen in $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ → x-Gleichg., $\omega \to \underline{\underline{\varepsilon\omega}}$ (zum Sortieren)

x: Richtg. der Erddrehung, jede Abweichung bedeutet vom Lot beim Fallen

$$m\big(\underbrace{\ddot{x}^{(0)}}_{=0} + \cancel{\varepsilon}\,\underbrace{\ddot{x}^{(1)}}_{\text{gesucht}}\big) = -2m\,\underline{\underline{\cancel{\varepsilon}\omega}}\,\underbrace{\Big(\cos\varphi\,\big(\underbrace{\dot{z}^{(0)}}_{\neq 0} + \varepsilon\dot{z}^{(1)}\big) - \sin\varphi\,\big(\underbrace{\dot{y}^{(0)}}_{=0} + \varepsilon\dot{y}^{(1)}\big)\Big)}_{\varepsilon^2 \,\to\, \text{nicht mitnehmen}}$$

sortiere nach ε^1, $\varepsilon^2 \to 0$

in erster Ordnung v. ε: $m\ddot{x}^{(1)} = -2m\omega\cos\varphi\,\dot{z}^{(0)}$

bekannt: $\dot{z}^{(0)} = -g\,t$

inhomogene Dgl. 2. Ordnung, löse durch doppelte Integration

$$x^{(1)} = \omega\cos\varphi\; g\,\frac{t^3}{3}$$

ist eine Ostabweichung, hängt v. φ ab

f. bei Halbkugel Ostabweichung.

2. Beispiel: Ablenkung von horizontalen Bewegungen auf Erdoberfläche

$z =$ konstant, also 1 feste Schicht, $\dot z = 0 = \ddot z$

$$m\ddot z = 0$$

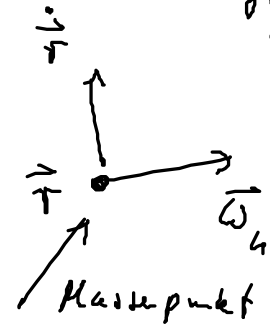
$$\left.\begin{aligned} m\ddot x &= 2m\omega \sin\varphi\, \dot y \\ m\ddot y &= -2m\omega \sin\varphi\, \dot x \end{aligned}\right\} \quad m\ddot{\vec r} = -2m\,\vec\omega_h \times \dot{\vec r}, \quad \vec\omega_h = \omega \sin\varphi\, \vec e_z$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \dot x \\ \dot y \\ \dot z \end{pmatrix}$$

Kreuzprodukt ausschreiben als Beweis!

$$\begin{vmatrix} \vec e_x & \vec e_y & \vec e_z \\ 0 & 0 & \omega \sin\varphi \\ \dot x & \dot y & \dot z \end{vmatrix} = -\vec\omega_h \times \dot{\vec r}$$

aus Kreuzprodukt zeigt Kraft in Tafel ebene



in dieser Schreibweise kann man Kraft auf Massepunkt in r-Ebene diskutieren

Man erkennt eine Rechtsabweichung $\sin\varphi > 0$ Nordhalbkugel

Linksabweichung $\sin\varphi < 0$ Südhalbkugel

Anwendungen:

- Foucaultsches Pendel: $\ddot x = -\frac{g}{l} x$, $\ddot y = -\frac{g}{l} y$
- Winde, Meeresströme

V Relativitätstheorie

1. Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und Folgen

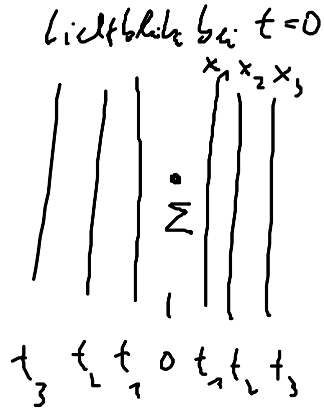
1.1. Galileisches Relativitätsprinzip und Problem mit Licht

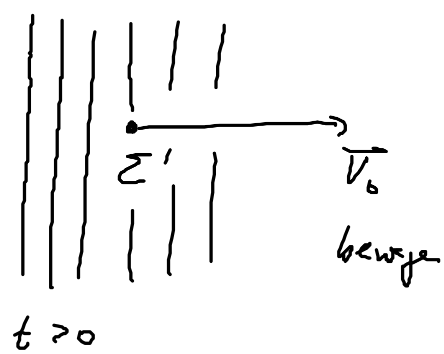
Newtonmechanik, Inertialsystem: Keine Unterscheidung bei Physik

$\Sigma \to \Sigma'$ $\quad \vec{r} = \vec{v}_0 t + \vec{r}'$, wenn Σ ein IS, dann Σ' auch eins

Newton Gl. ist invariant

führt zu Problem in Elektrodynamik





$x = c t$ $\qquad x' = (c - v_0) t$

Licht müßte verzögert eintreffen

tut es aber nicht (Exp)

$x = c t$ $\qquad x' = c t$ $\quad$ so steht die Gl. in ↯

Idee:

$x \to x'$

$t \to t'$

$x = c t$ $\qquad x' = c t'$

in Σ, Σ' läuft jeweils eine auch Zeit ab!

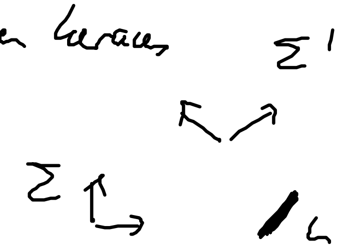
$$x' = x'(x,t), \quad t' = t'(x,t) \text{ ist gesucht}$$

1.2. Lorentztransformation

wie $x,t \to x',t'$, wenn $\Sigma \to \Sigma'$

Trafo von 2 Koordinaten, kurz zurück zu Newton:

bei Betrachtung von Vektoren aus verschied. System heraus bleibt die Länge erhalten



// $x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2 = L^2$

physikalisch Inhalt, also Länge sollte sich nicht ändern!

Wie Länge bei Licht einführen?

$$x = ct, \quad x' = ct' \longrightarrow x^2 = c^2t^2, \quad x'^2 = c^2t'^2$$

$$x^2 - c^2t^2 = 0, \quad x'^2 - c^2t'^2 = 0 = „L“$$

// $x^2 - c^2t^2 = x'^2 - c^2t'^2$

// $\to$ Analogie $x,y \to x,t$

Einführung einer imaginären Zeit führt auf komplette Analogie:

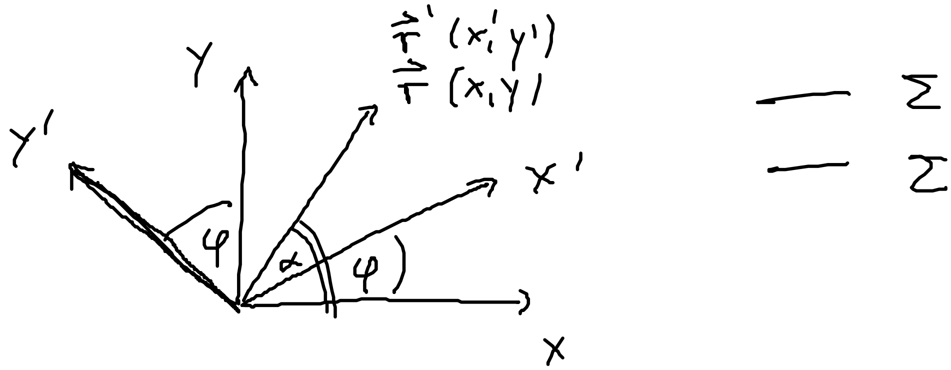
$$\tau = it$$

$$x^2 + c^2T^2 = x'^2 + c^2T'^2$$ formal analog zu

$$x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$$

<u>Ziel</u>: mathematische Formulierung f. Drehungen in Ebene (x,y)

wie wird $\Sigma \to \Sigma'$ gedreht und c^2 dabei konstant gelassen



$$|\vec{r}\,'|^2 = |\vec{r}|^2$$ in beiden Systemen

Drehung geschieht durch:

$$x' = x\cos\varphi + y\sin\varphi$$

$$y' = -x\sin\varphi + y\cos\varphi$$