5.1.3 Laminar $\longleftrightarrow$ turbulenter Fluß

- zähe Flüssigk. sind schwer zu mischen:

$\longrightarrow$ Folien

Beobachtg.: (1) Fluß stoppt sofort bei $\underline{F}, \underline{T} = 0 \longrightarrow$ (Drehmoment)

$\longrightarrow$ Trägheit unwichtig

(2) $\left.\begin{array}{l} \underline{T} \longrightarrow -\underline{T} \\ \underline{F} \longrightarrow -\underline{F} \end{array}\right\}$ Anfangszustand

(3) Reibung, Dissipation $\longleftrightarrow$ Reversibilität? (2. HS ↯?)

nein: Zeitskala: Diffusion $\gg$ Fluß

(4) laminarer Fluß (Trägheit $\ll$ Reibung)

Flüssigk.schichten gleiten übereinander

Turbulenz (Trägheit $\gg$ Reibung): wenig viskose Flüssigk.

Kaffeetasse

kompl. Strömungsmuster

$\Longrightarrow$ Kriterien? Dimensionsanalyse!

5.1.4 Kritische Kraft

- isotrope, inkompressible Newtonsche Flüssigkeit: η, ρ
- Was heißt zäh/viskos?

$\left.\begin{array}{l} \eta \left[\frac{kg}{ms}\right] \\ \rho \left[\frac{kg}{m^3}\right] \end{array}\right\}$ keine einheitenlose Zahl

$\longrightarrow$ kein intrinsisches Maß für Viskosität

aber: kritische viskose Kraft:

$$\boxed{F_{krit} = \frac{\eta^2}{\rho}} \qquad (5.16)$$

• äußerer Kraft F:

$$\boxed{\frac{F}{F_{krit}} = \begin{cases} \ll 1, & \text{laminarer, viskoser Fluß} \\ \gg 1, & \text{Turbulenz} \end{cases}} \qquad (5.17)$$

• Beispiele:

H_2O: $F < 1\,nN$ $\longrightarrow$ zähe Flüssigkeit in Nanowelt

Zelle: $F \approx 1\,pN$ $\longrightarrow$ Reibung ist wichtig

• <u>keine</u> intrinsische Längenskala (außer Molekülgröße)

$\longrightarrow$ NS-Gln. sind skaleninvariant

≙ Physik ist auf allen Skalen die gleiche

$\longrightarrow$ Ähnlichkeitsprinzip: Auto $\longleftrightarrow$ Windkanal:

5.1.5 Reynoldszahl

• NS: $$\rho\left(\frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \underline{v}\cdot\underline{\nabla}\,\underline{v}\right) = -\underline{\nabla} p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b} \qquad (5.4)$$

mit a ... charakt. Länge

v_0 ... " Geschw.

$\longrightarrow$ Skalierung auf einheitslosen Größen

$x \longrightarrow \tilde{x} = \frac{x}{a}$

$$\left.\begin{aligned} \underline{v} &\to \tilde{\underline{v}} = v/v_0 \\ t &\to \tilde{t} = t/\tfrac{a}{v_0} \\ p &\to \tilde{p} = p/\tfrac{\eta v_0}{a} \\ \underline{b} &\to \tilde{\underline{b}} = \underline{b}/\tfrac{a}{v_0^2} \end{aligned}\right\} \quad (5.18)$$

$$\Longrightarrow \boxed{Re\left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{v}\cdot\tilde{\underline{\nabla}}\tilde{v}\right) = -\tilde{\underline{\nabla}}\tilde{p} + \tilde{\nabla}^2\tilde{v} + Re\,\tilde{\underline{b}}} \quad (5.19)$$

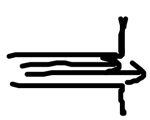
$$\boxed{\text{Reynoldszahl } Re = \frac{\rho a v_0}{\eta} = \frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{viskose Reibungskräfte}}} \quad (5.20)$$

$$= \frac{\rho\, v_0^2/a}{\eta\, v_0/a^2}$$

$\longrightarrow$ Ähnlichkeitsprinzip:
Systeme mit gleichem Re verhalten sich gleich ($\tilde{\underline{b}} = 0$)

- $Re < 1$ ... laminar, schleichender Fluß; Reibung dominiert ($\rho\, \underline{v}\cdot\underline{\nabla}\,\underline{v} \ll \eta \nabla^2 \underline{v}$)

  $Re > 1$ ... Turbulenz, Trägheit dominiert
- Übergang zur Turbulenz, real:

 $Re = 3$

$\vdots$

 $Re = 1000$

- $Re \longleftrightarrow F_{krit}$: konsistent?

$Re < 1$: $$\frac{F_s \sim \eta a v_0}{F_{krit} \sim \eta^2/\rho} = \frac{\rho a v_0}{\eta} = Re$$

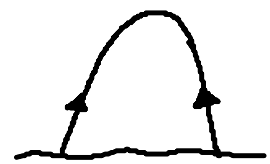
$Re > 1$: $$\frac{F_t \sim \rho \frac{v^2}{a} a^3}{F_{krit} \sim \frac{\eta^2}{\rho}} = \frac{\rho^2 v^2 a^2}{\eta^2} = Re^2$$

• Bsp: 30 m Wal, $v_0 = 10 \frac{m}{s} \longrightarrow Re \approx 3 \cdot 10^8$

1 μm Bakterie, $v_0 = 30 \frac{\mu m}{s} \longrightarrow Re \approx 3 \cdot 10^{-5}$

5.1.6 Zeitumkehr ⟷ Dissipation

• Newton: $m \frac{d^2 \underline{x}}{dt^2} = F(\underline{x})$ $\underline{x}(t)$ Lsg $\longrightarrow$ $\underline{x}(-t)$ Lsg



≙ Zeitumkehrinvarianz!

• NS-Gln: Reibungsterm:

$\eta \nabla^2 v \longrightarrow -\eta \nabla^2 \underline{v}$ ... zerstört Zeitumkehrinvarianz

⟷ Irreversibilität ⟷ Dissipation

• laminarer Fluß: $Re \ll 1$: $0 = -\underline{\nabla} p + \eta \nabla^2 \underline{v} + \rho \underline{b}$

kinematische Reversibilität $\underline{v}(\underline{x}, -t)$ Lsg, falls $\nabla p(t) \longrightarrow -\nabla p(-t)$, $\underline{b}(t) \longrightarrow -\underline{b}(-t)$ } vgl. Kap. 5.1.3

• weitere Bsp: (1) $\frac{\partial c}{\partial t} - D \nabla^2 c = 0$, $c(x, -t)$ ... keine Lsg

(2) elastischer Festkörper: $\underline{u}$ ... Verschiebungsfeld

$$\rho \frac{d^2 \underline{u}}{dt^2} = \underset{\text{Schermodul}}{\mu} \nabla^2 \underline{u} + \underbrace{(\lambda + \mu)\,\text{grad div}\,\underline{u}}_{\text{Kompression}}$$

... Zeitumkehrinvarianz

(3) allg: Viskoelastizität   Bsp: Blut

5.2 Sedimentation