

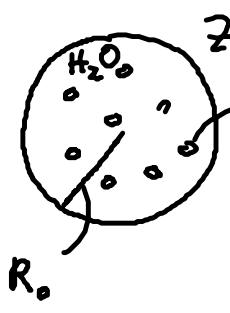
7.1 Osmotischer Druck

→

$$\boxed{p_{\text{osm}} = c k_B T} \quad (7.1)$$

... van't Hoff Relation

7.1.2 Oberflächenspannung



Zelle
 H_2O
 globuläres Protein
 $a = 10 \text{ nm}$
 Vol. brud: $\phi = 0.3$
 R_0

$$\Rightarrow c = \frac{0.3}{\frac{4\pi}{3} a^3} \approx 7 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{m}^3} = 10^{-4} \frac{\text{Mol}}{\text{L}}$$

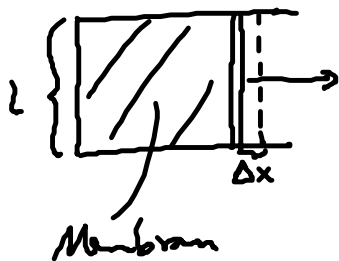
$$= 10^{-4} \text{ M}$$

$\underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{molare Lsg.}}$

$$\xrightarrow{(7.1)} p_{\text{osm}} = 300 \text{ Pa} \ll 1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$$

Bedeutung für Zelle?

• Oberflächenspannung:



$$F = \Sigma L \quad (7.2)$$

\uparrow
Oberflächenspannung
 Kraft pro Länge

\equiv Energie pro Fläche um Membran zu dehnen: $\frac{F \Delta x}{\Delta x l} = \Sigma$

Zelle:

$$R \rightarrow R + dR \Rightarrow dA = \frac{dA}{dR} dR = 8\pi R dR$$

$$A = 4\pi R^2$$

$$\rightarrow dE = \Sigma dA$$

aus Druckarbeit: $p dV = p \frac{dV}{dR} dR = p 4\pi R^2 dR$

$V = \frac{4\pi}{3} R^3$

freie Energie

Ham GG:

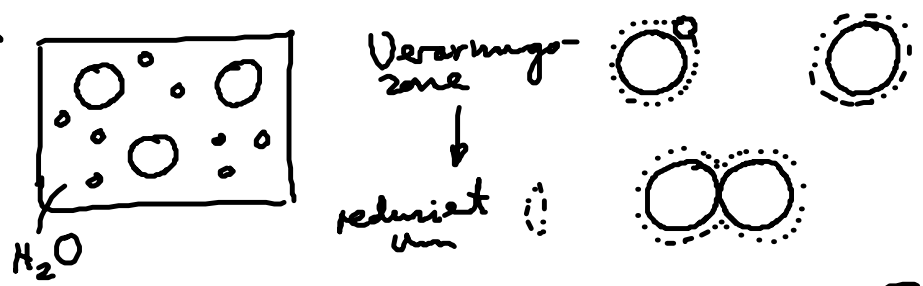
$$dF = 0 = -pdV + \Sigma dA$$

$$\Rightarrow \left[\Sigma = p \frac{R}{2} \Leftrightarrow p = \frac{2\Sigma}{R} \right] \quad (7.3)$$

... Laplacesche Formel! (Seifblase!)
 $p = \frac{4\Sigma}{R}$

- Bsp:
- a) $p_{osm} \approx 300 \text{ Pa}$
 $R \approx 10 \mu\text{m}$ } $\rightarrow \Sigma = 1.5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
 \rightarrow zerreißt eukaryotische Zell-Membran
 - b) Rotes Blutkörperchen: 1M-Lsg
 \rightarrow zerbricht in reinem H_2O
 \Rightarrow Mechanismen in Zellen um c zu regulieren

7.2 Verarrangungskräfte

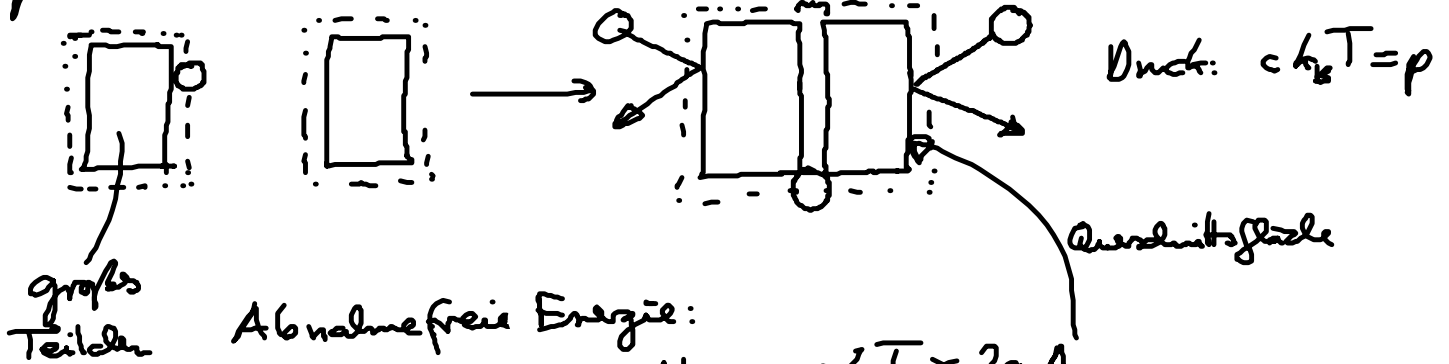


\Rightarrow mehr Raum für $\sigma \approx S \uparrow \Rightarrow$ anziehende Ww der \bigcirc mit Reichweite $2a$

\uparrow
 Radius der 1. Teilchen

Unordnung \rightarrow Selbstorganisation

• quantitativ:



Abnahme freie Energie:

$$\Delta F = -p \Delta V = -c k_B T \times 2a A$$

pro Fläche $\frac{\Delta F}{A} = -c k_B T \times 2a$ (7.4)

• Asakura & Oosawa (1954):

R ... Radius große Teilchen } $\frac{\Delta F}{k_B T} = -4\pi c a^2 (R + \frac{4}{3}a)$ (7.5)
 c ... Konzentration "

$\rightarrow R = 1 \mu\text{m}$
 $a = 10 \text{ nm}$
 $p_{\text{osm}} = 300 \text{ Pa}$
 $\hookrightarrow c$

• Anwendg.: Zelle: Hierarchie von Objekten: Ribosom \rightarrow ... \rightarrow Zucker, Ionen
 \rightarrow "molecular crowding"

7.3 Osmotischer Fluß

• Erklärung: Druckgefälle nahe der Membran

7.3.1 Osmotische Kraft: Mechanistische Interpretation

• Behaltete semipermeable Membran

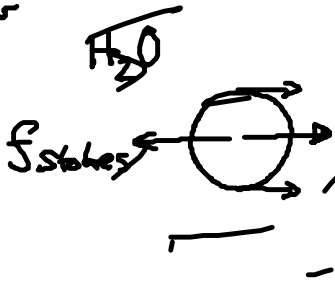
↳ Potential $U(z)$ für gelöste Teilchen

• Hydrostatik für Lsg. mittel: (H_2O)

$$\nabla p = \rho(z) \quad (7.6)$$

↑ Kraftdichte auf Flüssigkeit
Bsp: Gravitation

hier



$$f(z) = -\frac{\partial U}{\partial z} = -f_{\text{Stokes}} \dots \text{Trägheit vernachlässigbar}$$

$$(7.6) \rightarrow \boxed{\frac{\partial p}{\partial z} = c(z) f(z)} \quad (7.7)$$

Kraft auf Teilchen \rightarrow Druckgradient!

$$\text{mit } c(z) f(z) = c_0 e^{-U(z)/k_B T} \left(-\frac{\partial U}{\partial z}\right) = k_B T \frac{\partial}{\partial z} \left(c_0 e^{-U(z)/k_B T}\right)$$

$$(7.7) \rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = k_B T \frac{\partial c}{\partial z} \Rightarrow \boxed{\Delta p = k_B T \Delta c} \quad (7.8) \dots \text{van't Hoff-Relation}$$

7.3.2. Osmotischer Fluß

• vgl. osmotische Maschine (Kap. 1.2.1)



→ $\Delta p = 0$ → wegen Druckgradient in

Verdampfzone \rightarrow

höheres Druckgefälle in Pore

\Rightarrow Volumenfluß von H_2O durch die semipermeable Membran:

$$(1) \quad j_v = \tilde{D} \Delta c$$

$$(2) \quad j_v = -L_p \Delta p \dots \text{and für reines } H_2O$$

Darcy Gesetz

„filtrationskoeffizient“

$$j_v = \tilde{D} \Delta c - L_p \Delta p$$

$$j_v = 0, \Delta p = k_B T \Delta c$$

$$\Rightarrow \tilde{D} = L_p k_B T$$

$$\Rightarrow \boxed{j_v = -L_p(\Delta p - \Delta c k_B T)} \quad (7.9)$$

(i) $\tilde{D} = L_p k_B T$ (7.10) vgl. Einstein Rel. $D = \frac{k_B T}{\gamma}$

(ii) $\Delta p > \Delta c k_B T \rightarrow j_c < 0 \dots$ inverse Osmose

• Verallgemeinerung: gelöste Stoff diffundiert durch Membran:
 $\rightarrow j_s \dots$ Teilchenstrom

$$\begin{pmatrix} j_v \\ j_s \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta p \\ \Delta c \end{pmatrix} \quad (7.10)$$

$P_{11} = L_p$, $P_{12} = -L_p k_B T$
 $\hookrightarrow \dots$ osmot. Fluss aufgrund Konz. gefälle

$P_{22} = P_s \dots$ Permeabilität (vgl. 4.4.)
Kap.

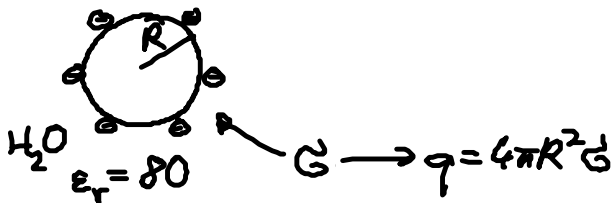
$P_{21} \dots$ Teilchenfluss durch Membran mit Log. mittel

Onsager: $\boxed{P_{21} = \bar{c} \left(\frac{P_{12}}{k_B T} + L_p \right)}$ o.B.
mittlere Konz.

7.4 Repulsive, elektrostatische WW

• Born-Selbsternergie \leftrightarrow Hem. Energie

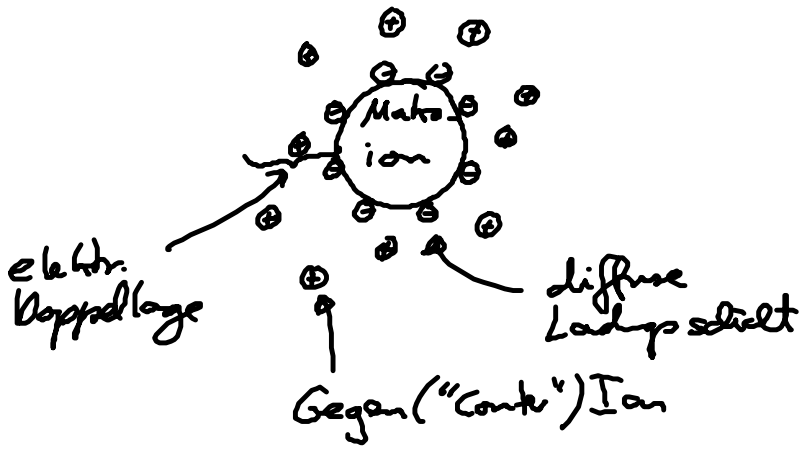
$\hookrightarrow E(R) = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_r\epsilon_0 R}$ (7.12) mit $G = \frac{-1e}{10\text{nm}^2}$ $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} = 2,3 \cdot 10^{-28} \text{Jm}$



R	1mm	1µm	1nm
E(R)	10^{-37}	10^{-12}	10^{-21}

$\sim k_B T$

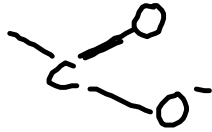
⇒ Kolloid-Teilchen in H_2O : pot. Energie \leftrightarrow Entropie
neutral \leftrightarrow geladen



⊖ ... Kationen: Säuregruppe, Cl^-
⊕ ... Anionen: H^+ , Ka^+ , Na^+ , ...

⇒ elektrost. Ww: Vakuum: weitreichend
Lösung: abgeschnittene endl. Reichweite

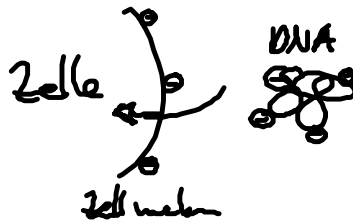
• Bsp: Bio-Makromoleküle, Biomembran
ONS



(i) Stabilisierung von Kolloid suspension
↳ Makromoleküle in Zelle

(ii) stereospezifische Bindung von Makromoleküle (Enzym & Reaktivität)
≙ molekulare Erkennung

(iii) Gen-Therapie:



• Bjerrum Länge:

$$l_B = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r k_B T} \quad (7.13)$$

Bsp: H_2O : $l_B = 0.71 \text{ nm}$