

10.2.1. Realisierung • G-/S-Ratsche [Fig. 10.10 / 10.11]

• G-Ratsche unter Last: Arbeitsleistung? Aus therm. Energie? Nein! 2.H.S. } ⚡
 ohne Last: \rightleftharpoons , dieselbe Wahrscheinlichkeit

• S-Ratsche unter Last: Arbeitsleistung durch vorgepaunte Bolzen

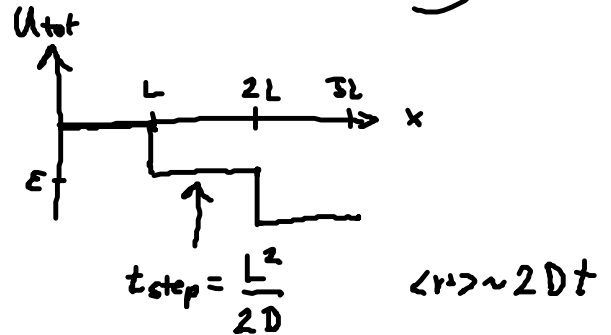
(i) kleine Last: $f_L < \epsilon$... \rightarrow

(ii) große Last: $f_L > \epsilon$... $\rightarrow \leftarrow$

Nettogeschwindigkeit?

"perfekte" Ratsche ($\epsilon \gg k_B T$), ohne Last

$$v = \frac{L}{t_{\text{step}}} \approx \frac{2D}{L} \quad (10.1)$$



mit Last: $P(x)$ [W. am Ort x zu sein]

10.2.2. Smoluchowski-Gleichung

• stochastischer Prozeß: therm. Bewegung von Teilchen im Potential $U(x)$

$\rightarrow P(x,t) dx$ Wahrsch. für Ort $[x, x+dx]$ zur Zeit t

Bestimmungsgl.?

(i) Wahrscheinlichkeitsstromdichte:

$$\underline{j}(x,t) = \underbrace{-D \nabla P(x,t)}_{\text{diffusiver Strom}} + \underline{j}_{\text{pot}} \quad (10.2.) \quad (\text{Vgl. Nernst-Planck-Formel})$$

(ii) therm. GGW: $P(x,t) \sim e^{-U(x)/k_B T}$, $\underline{j} \stackrel{!}{=} 0$

$$\rightarrow \underline{j}_{\text{pot}} = -\frac{D}{k_B T} \underline{\nabla} U P \quad (10.3)$$

$$\rightarrow \underline{j}(x,t) = -D \left[\underline{\nabla} + \frac{1}{k_B T} \underline{\nabla} U \right] P \quad (10.4)$$

(iii) P : Erhaltungsgröße: $\int P(x,t) dx = 1$

\rightarrow Verwende Kontin.-Grl!

$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial t} = -\text{div } \underline{j} = D \underline{\nabla} \cdot \left[\underline{\nabla} + \frac{1}{k_B T} \underline{\nabla} U \right] P} \quad (10.5)$$

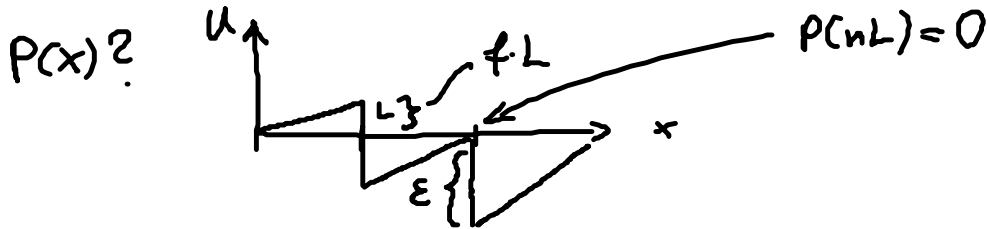
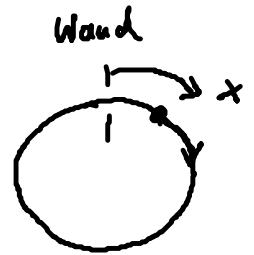
Smoluchowski-Gleichung
(Diff.-Gl + Driftterm aufgrund U)

10.2.3. Mittlere Rotationsgeschwindigkeit

Teilchen; perfekte Ratsche ($\epsilon \gg k_B T$)

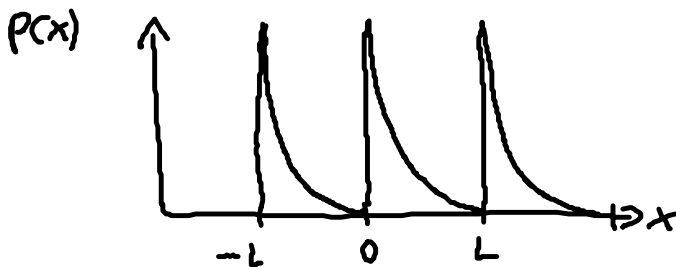
S-Ratsche mit N Bolzen, periodische Randbed.

\rightarrow periodisches, stationärer $P(x)$ für große t



Übung $\rightarrow P(x) = A \left[e^{-\frac{(x-L)f}{k_B T}} - 1 \right], \quad 0 \leq x \leq L \quad (10.6)$
(Lsg. von 10.5)

mit $N \int_0^L P(x) dx = 1 \Rightarrow AN = \frac{f}{k_B T} \left[e^{fL/k_B T} - 1 - \frac{fL}{k_B T} \right]^{-1} \quad (10.7)$



W. Stromdichte: (10.6) in (10.4) $\rightarrow j = A \frac{Df}{k_B T} \quad (10.8)$

$$(i) \quad j \neq 0 \quad \text{für} \quad f \neq 0$$

$$(ii) \quad j = \frac{2D}{NL^2} \quad \text{für} \quad f \rightarrow 0 !!$$

↑ (10.7) in (10.8) + Taylor

• Ratschengeschw.

$$j(x) = P(x) v(x)$$

$$\text{mitteln } \frac{1}{L} \int_0^L \dots dx : \quad j = \frac{1}{NL} \underbrace{N \int_0^L P(x) v(x) dx}_v$$

$$(10.7), (10.8) \Rightarrow v = \left(\frac{fL}{k_B T}\right)^2 \frac{D}{L} \left[e^{fL/k_B T} - 1 - \frac{fL}{k_B T} \right]^{-1} \quad (10.9)$$

$$(i) \quad f \rightarrow 0 : v = \frac{2D}{L} \quad \text{vgl. (10.1)}$$

$$(ii) \quad v \rightarrow \left(\frac{fL}{k_B T}\right)^2 \frac{D}{L} e^{-fL/k_B T}, \quad k_B T \ll fL \quad \text{Aktivierungsprozess!}$$

• allg. Fall \rightarrow Übungen

$$(i) \quad f = \frac{\epsilon}{L} \rightarrow U_{\text{tot}} \text{ periodisch} \rightarrow j = 0 \quad \text{TD-CGW}$$

$$(ii) \quad f > \frac{\epsilon}{L} \rightarrow \text{Rückwärtsbewegung}$$

- Molekulare Maschinen:
- (i) Zufallsgeräusch in U_{tot}
 - (ii) überqueren Energiebarrieren
 - (iii) Speichern U_{pot} , nicht Erwin (Hakenwett) (Abwett)

Ratschen: (i) Asymmetrie, Nichtgleichgewicht \rightarrow gerichtete Bewegung

$$(ii) \quad v \rightarrow \frac{2D}{L}, \quad \epsilon \gg k_B T, \quad f = 0$$