12. Nervenimpulse

- Neuronen: Weiterleitung von Information → Spannungs-Impulsen wandern entlang Axon
  Problem: ohmsche Verluste
  Lösung: Nichtlinearitäten
  (vgl. Solitonen auf Wasseroberflächen)

12.1 Phänomenologie: Elektrophysiologie des Axons

- Aufgaben eines Neurons
- Spannungs-Impuls entlang Axon:
  (i) schwache Anregung: ⟶ Dämpfung innerhalb einiger mm
  (ii) starke Anregung: jenseits Schwelle
  ⟶ starkes Aktions-Potential (unabh. von Stimuli)
  = Nerven-Impuls
  ⟶ keine Dämpfung

12.2 Zell-Membran als elektr. Netzwerk: Telegraphen-Gl.

- passive/ohmsche Membran
- Membranstück: Fläche A
  (i) eine Ionenspezies: ⟶ Widerstand: $R_i = \frac{1}{g_i A}$
  Strom: $I_i = j g_i A$
  Nernst-Sp.: V_i^N
  } Ersatz-schaltbild
  (ii) mehrere Ionenspezien: Ersatzschaltbild
  vernachlässige Ionenpumpen: V^0... Membran-Pot. kurz nach Abschalten der Ionenpumpe
  Rel.zeit (Donnan-GG) >> Ausbreitungszeit (Nerv. Impulses)

V^0? $\sum_i j_i = 0 \longrightarrow \sum_i g_i (V^0 - V_i^N) = 0$

$$\longrightarrow \boxed{V^0 = \sum_i \frac{g_i}{g_{tot}} V_i^N \quad , \; g_{tot} = \sum_i g_i} \quad (12.1)$$

$\xrightarrow{\text{Werte:}}$ $V^0 \approx -67\,mV$ (vgl. Ruhepotential, $-72\,mV$ mit explizitem Pumpstrom)

$g_{tot} \approx 5 \frac{1}{\Omega m^2}$

(iii) Kapazität: $C = A C_0$, $C_0 \approx 10^{-2} \frac{F}{m^2} \approx \frac{1 \mu F}{cm^2}$ ... Membranparameter

$$Q = CV \longrightarrow I = C \frac{dV}{dt} \quad (12.2)$$

- Stromfluß entlang Membran: = Serienschaltbild von Zylindern

(i) Strom durch Membran:

$$0 \neq \frac{I_{tot}}{A} = \sum_i j_{g_i} = \sum_i g_i (\underset{\text{angelegte Spannung}}{\Delta V} - V_i^N)$$

$$\longrightarrow \boxed{\Delta V = V^0 + I_{tot} R_r \quad , \; R_r = \frac{1}{g_{tot} A}} \quad (12.2)$$

(ii) Ersatzschaltbild: (1) $\varkappa$ ... elektr. Leitfähigkeit des Axonplasmas

$$\longrightarrow dR_x = \frac{1}{\varkappa} \frac{dx}{\pi a^2} \quad (12.3)$$ a ... Axon-Radius

(2) $dR'_x \approx 0$

$$\longrightarrow V_1 = const = 0$$

$$V_2 = V(x) \quad [= \Delta V = V_2 - V_1]$$

(iii) Telegraphengleichung für Membran-Potential $V(x)$:

$$-[I_x(x+dx) - I_x(x)] = -\frac{dI_x}{dx} dx \stackrel{!}{=} 2\pi a \left[j_{qr}(x) + C_0 \frac{dV}{dt} \right] dx$$

& $$I_x(x) = -\frac{\pi a^2}{dx} \varkappa \left[V(x + \tfrac{1}{2} dx) - V(x - \tfrac{1}{2} dx) \right] = -\pi a^2 \varkappa \frac{dV}{dx}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\pi a^2 \varkappa \frac{d^2 V}{dx^2} = 2\pi a \left(j_{qr} + C_0 \frac{dV}{dt} \right)} \quad (12.4)$$ ... Telegraphen Gl.

(iv) Ohm: $j_{q,r} \overset{(12.2)}{=} g_{tot}(V - V^0) = g_{tot} \underbrace{v(x,t)}_{\text{reduziertes Membranpotential}}$

Skalierung!

$$(12.5) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \lambda_{Axon} = \sqrt{\dfrac{a\varkappa}{2 g_{tot}}} & \text{... charakt. Länge} \\ \tau = \dfrac{c_0}{g_{tot}} & \text{... charakt. Zeit} \end{array} \right\} \xrightarrow{(12.4)}$$

$$\boxed{\lambda^2_{Axon} \frac{d^2 v}{dx^2} - \tau \frac{dv}{dt} = v} \quad (12.6) \quad \text{... lineare Telegraphen-Gl.}$$

(v) <u>Lösung</u>: mit $v(x,t) = e^{-t/\tau}\, w(x,t)$

$$\xrightarrow{(12.6)} \quad \boxed{\frac{\lambda^2_{Axon}}{\tau} \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{dw}{dt}} \quad (12.7) \quad \text{... Diffusionsgl.}$$

$t=0$ ... δ-Impuls: $\longrightarrow v(x,t) = e^{-t/\tau} \dfrac{1}{\sqrt{t}}\, e^{-\frac{x^2}{4t}\frac{\tau}{\lambda^2_{Axon}}}$

.... <u>kein</u> fortschreitender Impuls!!

$w(x,t)$

Werte: $a = 0.5\,\text{mm}$ $\quad c_0 = 10^{-2} \frac{F}{m^2}$
$g_{tot} = 15 \frac{1}{\Omega m^2}$ $\quad \varkappa = 3 \frac{1}{\Omega m}$ $\longrightarrow$

$$\longrightarrow \boxed{\begin{array}{ll} \lambda_{Axon} \simeq 12\,\text{mm} \\ \tau \simeq 2\,\text{ms} \end{array}} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{„Diffusionslänge"} \\ \longrightarrow \text{„Zerfallszeit"} \end{array}$$

$\longrightarrow$ Elektrotonus ✓
$\longrightarrow$ kein Aktionspotential 0
$\longrightarrow$ kein Puls-Transport 0 $\quad \Longrightarrow$ nichtlineare Kopplung: $V^0 \longleftrightarrow v$!!

12.3 Aktionspotential: vereinfachter Mechanismus

- Aktionspot.: (i) ab Schwellwert-Stimuli; (ii) fortlaufender Impuls; (iii) keine Dämpfg $\Big\}$ System im Nicht-GG $\longrightarrow \Delta F \longrightarrow$ nützliche Arbeit & Dissipation

12.3.1 Mechan. Analogon

- schwere, elast. Kette im Wellblechpotential [Fig. 12.5]
- Kinke = Soliton: $\longrightarrow$ Gesch ϑ?

Rate für ΔU: $\underbrace{\vartheta \rho^{(1D)} g \Delta h}_{\text{pot. Energie pro Zeit}} = \gamma \vartheta^2$ ... dissipierte Energie/Zeit (12.8)

γ: Reibungskoeff.

$$\boxed{\vartheta = \frac{\rho^{(1D)} g \Delta h}{\gamma}} \quad (12.9)$$

- Doppelkinke: $\longrightarrow$ Schwellkraft: $F > F_s$

$\Longrightarrow$ kont. gespeicherte Energie; Dissipation $\Big\}$ anregbares Medium