

c) Brewsterwinkel

Polarisation // zu $\vec{E}\vec{F}\vec{E}$:

∃ ein Einfallswinkel für den keine reflektierte Welle existiert

Daher sind bei einem eingestrahlten Gemisch von Polarisationen alle reflektierten Wellen s-polarisiert, es liegt eine wohl definierte Polarisationseichtung (linear polarisiert) vor.

„Brewsterwinkel“ :

$\frac{\vec{E}_0^r}{\vec{E}_0^i}$ in paralleler Polarisation = 0 setzen

$$\rightarrow n_1^2 \cos(i_B) = n_2 \sqrt{n_1^2 - n_2^2 \sin^2(i_B)} \quad (\text{reflektierte Signal} \rightarrow 0) \\ \text{f. // - Polarisation}$$

Ziel : i_B bestimmen i_B : Brewsterwinkel

$$\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^4 \cos^2(i_B) = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 - \sin^2(i_B)$$

$\alpha = \frac{n_1}{n_2}$, die Glg. f. i_B hängt nur von α ab

$\cos^2 = 1 - \sin^2$ verwenden, nach $\sin(i_B)$ umstellen

$$\sin(i_B) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

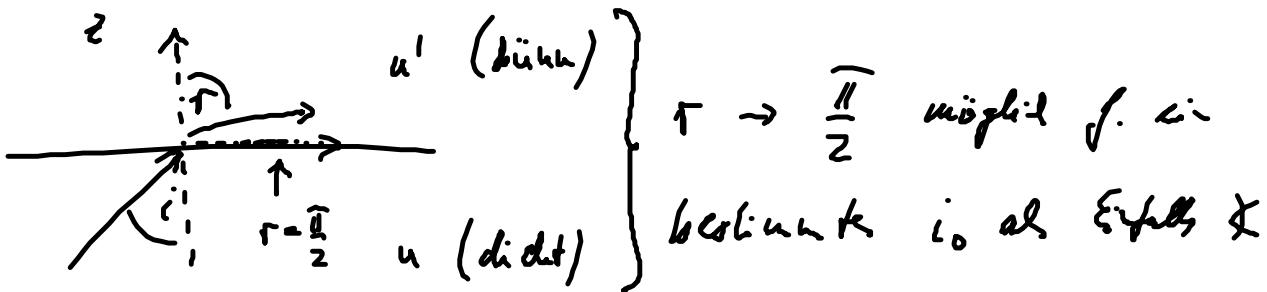
mit $\arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan x$ umwandeln

$$i_B = \arctan \left(\frac{n'}{n} \right) \quad \text{Brechungsindex}$$

Glas - Luft $\rightarrow i_B = 56^\circ$
(f. optisch n)

d) Totalreflexion

optisch dicht \rightarrow dichter $(n > n')$



$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{n}{n'} \quad \text{Brechungsgesetz}$$

$$r = \frac{\pi}{2} \rightarrow i = i_0 \quad (\text{Grenzwinkel Totalreflexion})$$

$$\sin(i_0) = \frac{u'}{u}$$

$$\left| i_0 = \arcsin\left(\frac{u'}{u}\right) \right| \quad \text{Grenzwinkel der Totalreflexion } i_0$$

$$i_0 = 42^\circ \text{ f. Glas-Luft Übergang}$$

etwas allgemein Bedingung d. Oberflächwelle:

$$\sin(r) = \frac{\sin(i)}{\sin(i_0)} \quad \text{aus Brechungsgesetz}$$

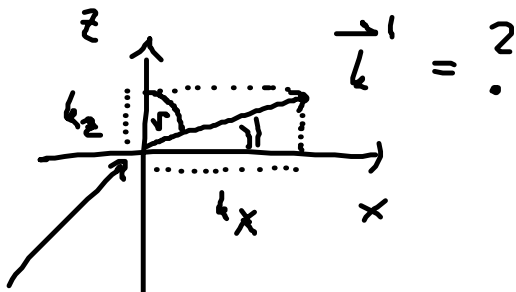
$$\cos(r) = \left(1 - \frac{\left[\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)} \right]^2}{\sin^2 r} \right)^{1/2}$$

interessant: $i \geq i_0$ bildet sich Oberflächenwelle aus

$$\left(\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)} \right)^2 > 1$$

$$\cos(r) = i \left(\left[\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)} \right]^2 - 1 \right)^{1/2} \quad (*)$$

Wellen im u' -Medium:



$$e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}} \Big|_{k_y=0 \text{ (Ebene)}} = e^{i(k'_x x + k'_z z)}$$

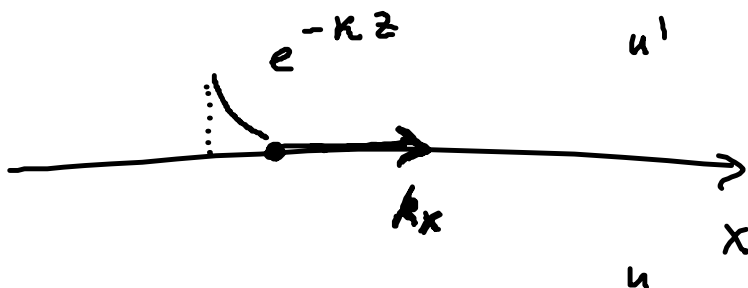
mit $k'_x = k' \cos\left(\frac{\pi}{2} - r\right) = k' \sin(r)$

\uparrow
 $|\vec{k}'|$

$$k'_z = k' \cos(r)$$

$$e^{i\vec{k}' \cdot \vec{r}} = \underbrace{e^{i k'_x x \frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}}}_{\text{von oben}} \underbrace{e^{-k'_z z \sqrt{\left[\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}\right]^2 - 1}}}_{\text{von oben (*)}}$$

offensichtlich liegt in z-Richtung keine Wellenausbreitung vor,
 es bildet sich eine sogenannte evaneszente Welle aus, die
 in z-Richtung lokalisiert ist



Das Feld ist um die Oberfläche in einer

dünne Schicht totalreflektiert, Kohärenzlängelänge wird mit

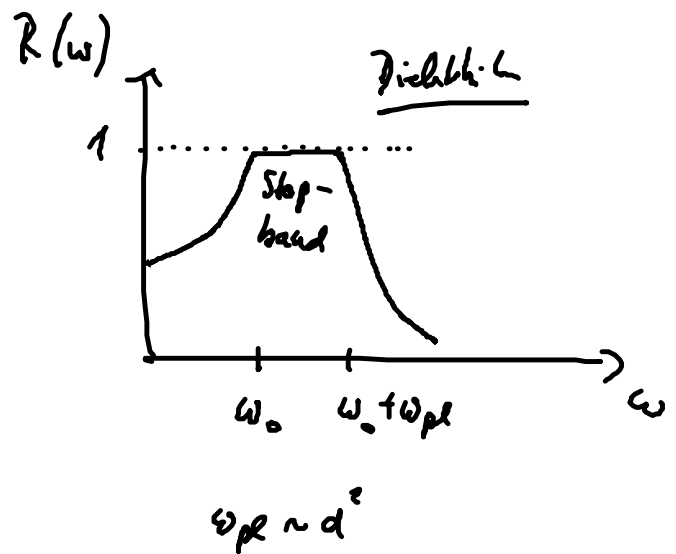
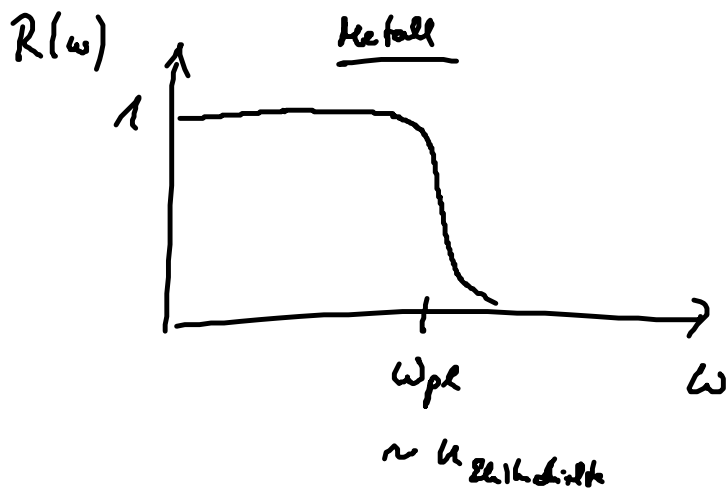
$$\lambda \text{ skaliert } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}.$$

Es findet keine Transmission nach z' statt.

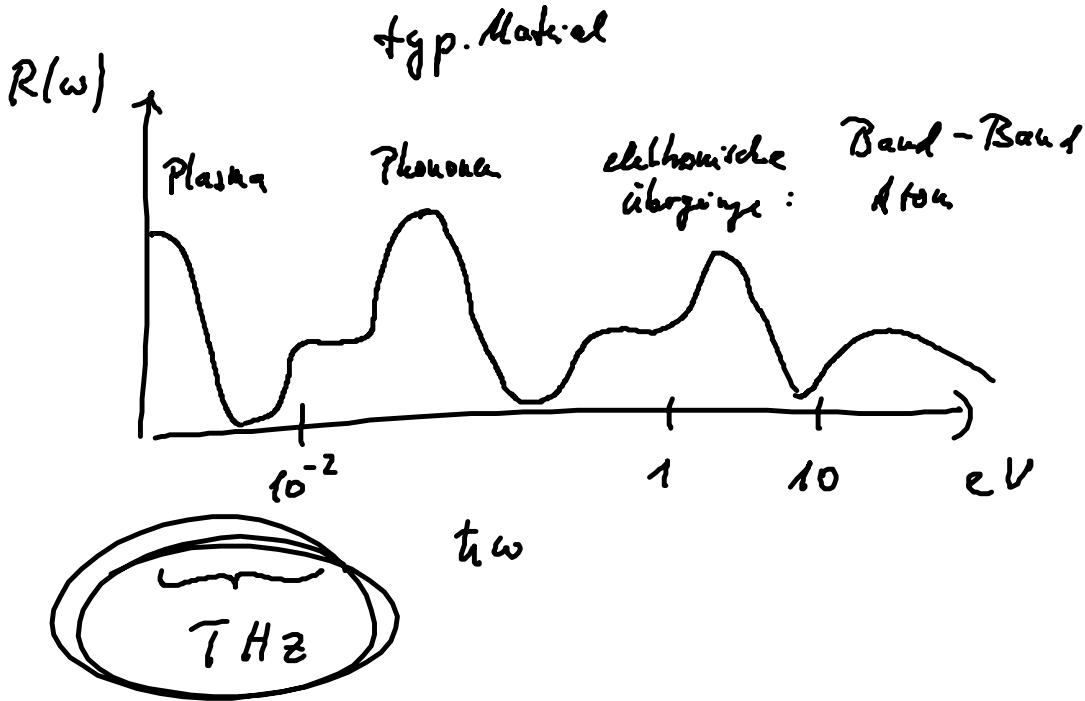
Alles wird reflektiert: $\frac{\bar{E}_0''}{\bar{E}_0} \rightarrow 1$
(siehe Fresnel formel)

e) Reflektivität f. Metalle / Dielektrika

Siehe Ü A:

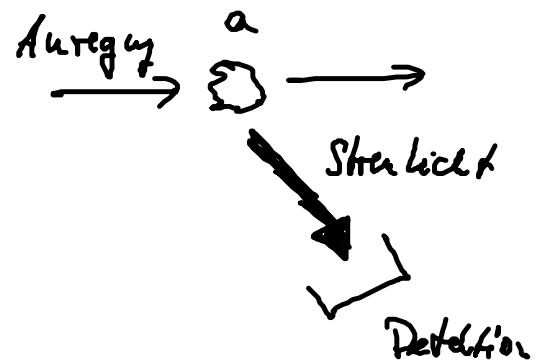


Zusammenfassung.

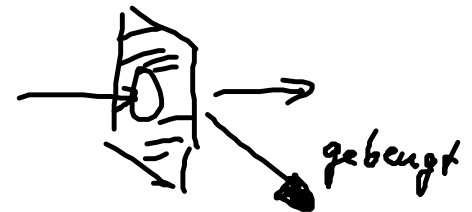


12. Streuung und Beugung v. elektromagnetischer Strahlung.

a) Streuung: WW einer Quelle mit einem kleinen Objekt / Ansammlung v. Objekten ($a < \lambda$)



b) Beugung: WW einer Quelle mit einem großen Objekt, Abweichung v. geometrischer Optik ($a > \lambda$)



Übergang bei Beugung ist fließend

12.1. Ray light - Streuung

Streuung einer ebenen Welle an einer Ebene von Dipolströmern
(Himmelsblau / Abendrot)

Dipoldichte $\rho_{\text{m}} = 0 = \vec{j}_{\text{m}}$, keine mechan. Strömung

$$\downarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad \vec{\nabla} \times \vec{H} = \partial_t \vec{D}$$

↑
Dipolmatrix

Welle gleich f. \vec{D} lokalisieren um
detektierte Signal zu beschreiben

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\epsilon_0 \partial_t^2 \vec{D} \times \vec{B}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{D} = -\Delta \vec{D} + \underbrace{\partial_t^2 \vec{D}}_0$$

von links abziehen:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times (\vec{D} - \epsilon_0 \vec{E}) = \underline{\underline{-\Delta \vec{D}}} + \epsilon_0 \partial_t^2 \vec{D} \times \vec{B}$$

$$b) \quad \frac{1}{c^2} \vec{\nabla} \times \partial_t \vec{H} = \underline{\underline{\frac{1}{c^2} \partial_t^2 \vec{D}}}$$

addieren um Welle gleich f. \vec{D} zu erzeugen

$$\Delta \vec{D} - \frac{1}{c} \partial_t^2 \vec{D} = - \underbrace{\vec{D} \times \nabla \times (\vec{D} - \epsilon_0 \vec{E}) + \epsilon_0 \partial_t \vec{D} \times (\vec{B} - \mu_0 \vec{H})}_{-Q(\vec{r}, t)}$$

formale Lsg. d. Wellengleichung:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int d^3 r' \frac{Q(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c})}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad \text{inhomog. Lsg. d. Wellengleichung}$$

Q hängt v. der Lsg ab

→ implizite Integralgleichung

Fourier raum darstellg (ω), s. Antennensystem

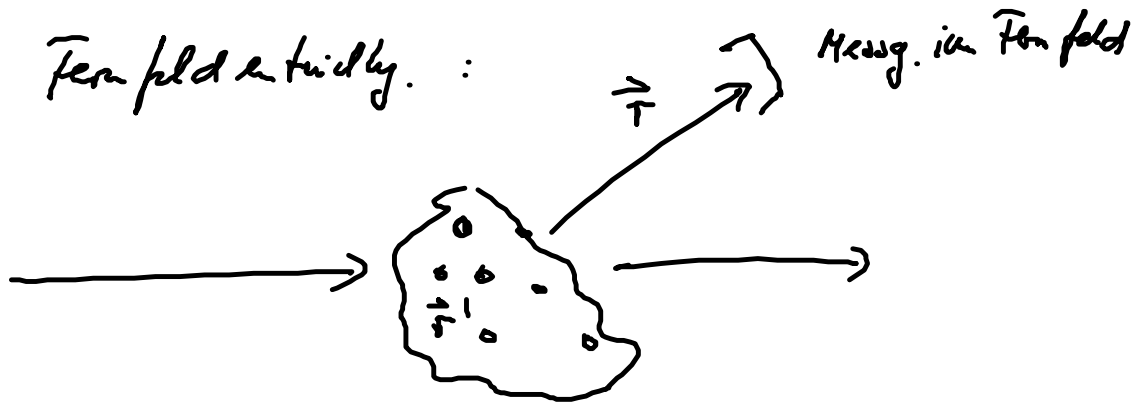
$$\vec{D}_\omega = \frac{1}{4\pi} \int d^3 r' \frac{e^{i \vec{k} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} Q_\omega(\vec{r}') \quad \vec{k} = \vec{e}_r \frac{\omega}{c}$$

$$+ \vec{D}_\omega^0$$

(homogene Lösung im Vakuum,
erfüllt \vec{D} Feld der eingestrahlt
Welle)

Ausl. Q:

$$\vec{Q}(\vec{r}') = \vec{\nabla}' \times \vec{\nabla}' \times (\vec{D}_\omega - \epsilon_0 \vec{E}_\omega) + i\epsilon_0 \omega \vec{\nabla}' \times (\vec{B}_\omega - \mu_0 \vec{H}_\omega)$$



$$\vec{D}_\omega = \vec{D}_\omega^0(\vec{r}) + \frac{e^{ikr}}{r} \vec{A}_{st}(\omega)$$

↑
Austreten Theorie

$$\vec{A}_{st}(\omega) = \frac{1}{4\pi} \int d\tau' e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'} \vec{Q}_\omega(\vec{r}')$$

(abgeschickt aus ein d. VL vorher)

Fernfeld: Gradiente wirken vereinfacht

partiell Integration f. die $\vec{\nabla}'$ die in $\vec{Q}(\vec{r}')$ stehen

$$-\vec{\nabla}' \times e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'} \vec{g}(\vec{r}') = ik\vec{e}_r \times \vec{g}(\vec{r}') e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'}$$

↑
Beispiel fkt aus Q
aus der $\vec{\nabla}' \times$ abgezogen wurde

↑
vonder
partiell Integration

$$Q_\omega(\vec{r}') \Big|_{\text{unter Zylinder}} \rightarrow k^2 \left[-\vec{e}_r \times (\vec{e}_r \times (\vec{D}_\omega - \epsilon_0 \vec{E}_\omega)) - \frac{\epsilon_0 \omega}{k} \vec{e}_r \times (\vec{B}_\omega - \mu_0 \vec{H}_\omega) \right]$$

es handelt sich um:

$$(\vec{D}_\omega(\vec{r}') - \epsilon_0 \vec{E}_\omega(\vec{r}')) = \epsilon_0 \delta \epsilon \vec{E}_\omega(\vec{r}')$$

$$(\vec{B}_\omega(\vec{r}') - \mu_0 \vec{H}_\omega(\vec{r}')) = \mu_0 \delta \mu \vec{H}_\omega(\vec{r}')$$

\vec{H}, \vec{E} sind wohl bekannt

$$\vec{D}_\omega = (\epsilon_0 + \epsilon_0 \delta \epsilon) \vec{E}_\omega$$

\uparrow \uparrow
 Vakuum Streuer



1. Bornsche Näherung: einfach d. ungestörte Felder mit dem

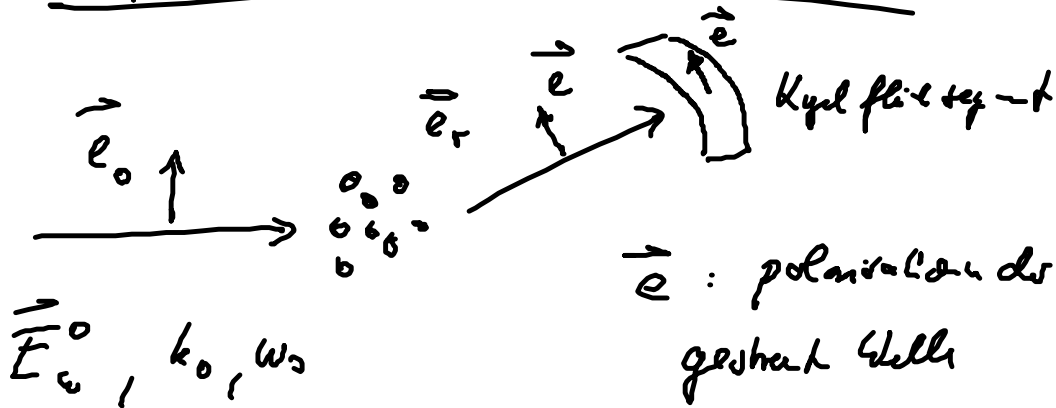
$$\text{Integral der rechten Seite} \quad \vec{E}_\omega(\vec{r}) \approx \vec{E}_\omega^0(\vec{r})$$

$$\epsilon_0 \delta \epsilon \vec{E}_\omega(\vec{r}) \approx \delta \epsilon \vec{D}_\omega^0(\vec{r})$$

i. a. gilt die Bornsche Reihe!

dh. wg. d. iterativen Einsetzen

Meßgröße vor weiterer Auswertung



Def. Streuzerschnitt

$$S = \frac{|\vec{e} \cdot \vec{k}_w^{\text{st}}|^2}{|\vec{e} \cdot \vec{k}_w^0|^2} r^2$$

Auswertung: $\delta\mu = 0$ $\delta\epsilon \neq 0$ bekannt

$$\vec{A}_{\text{st}} = \frac{k^2}{4\pi} \int d\tau' e^{-ik\vec{e}_r \cdot \vec{r}'} \vec{e}_r \times (\delta\epsilon(\vec{r}') \vec{D}_w^0(\vec{r}') \times \vec{e}_r)$$

$$\vec{D}_w^0(\vec{r}') = \vec{e}_0 D_0 e^{ik_0 \vec{e}_r \cdot \vec{r}'}$$

Und einsetzen

$$\vec{e}_r \times (\vec{e}_0 \times \vec{e}_r) = \vec{e}_0 (\vec{e}_r \cdot \vec{e}_r) - \vec{e}_r (\vec{e}_r \cdot \vec{e}_0)$$

wird multipliziert mit \vec{e} im Streuzerschnitt

$$\vec{e} \cdot \vec{e}_r = 0$$

$$S = \left| \frac{\vec{e} \cdot \vec{A}_{st}}{\vec{e} \cdot \vec{D}_0} \right|^2 = \frac{k^4}{(4\pi)^2} \left| \int d^3r' e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}'} \vec{e} \cdot \vec{e}_0 \delta\epsilon(\vec{r}') \right|^2$$

im Vakuum
sind \vec{E} -Felder
gleich \vec{D} -Feldern

$$\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}$$

$$\vec{k} = \vec{e}_r k$$

Strahlgewinn in Fernfeld