## c) Brewsterwinkel

Polarisation $\parallel$ zu EFE:

$\exists$ ein Einfallswinkel für den keine reflektierte Welle existiert

Daher sind bei einem eingestrahlten Gemisch von Polarisationen alle reflektierte Welle s-polarisiert, es liegt eine wohldefinierte Polarisationsrichtung (linear polarisiert) vor.

„Brewsterwinkel":

$\frac{E_0^r}{E_0}$ in paralleler Polarisation $= 0$ setzen $\Rightarrow$

$$\rightarrow \quad n'^2 \cos(i_B) \overset{!}{=} n\sqrt{n'^2 - n^2 \sin^2(i_B)}$$

(reflektiertes Signal $\rightarrow 0$) f. $\parallel$-Polarisation

Ziel: $i_B$ bestimmen   $i_B$: Brewsterwinkel

$$\left(\frac{n'}{n}\right)^4 \cos^2(i_B) = \left(\frac{n'}{n}\right)^2 - \sin^2(i_B)$$

$\alpha = \frac{n'}{n}$, die Gl. f. $i_B$ hängt nur von $\alpha$ ab

$\cos^2 = 1 - \sin^2$ verwenden, nach $\sin(i_B)$ umstellen

$$\sin(i_B) = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}}$$

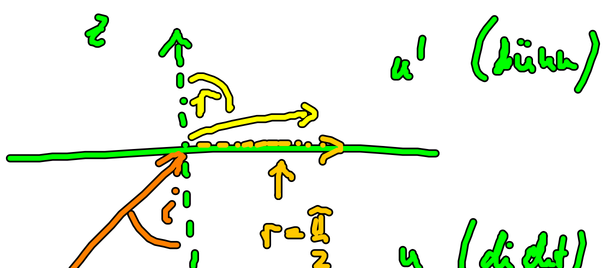
mit $\arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \mathrm{arctg}\, x$ verwenden

$$\boxed{i_B = \mathrm{arctg}\left(\frac{n'}{n}\right)}$$ Brewsterwinkel

Glas – Luft $\rightarrow i_B = 56°$
(f. optisch n)

## d) Totalreflexion

optisch dicht $\rightarrow$ dünn $\underline{(n > n')}$




$r \rightarrow \frac{\pi}{2}$ möglich f. ein
bestimmt $i_0$ als Einfalls ∢

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{n}{n'}$$ Brechungsgesetz

$r = \frac{\pi}{2} \rightarrow i = i_0$ (Grenzwinkel Totalreflexion)

$$\sin(i_0) = \frac{n'}{n}$$

$$\boxed{i_0 = \arcsin\left(\frac{n'}{n}\right)}$$

Grenzwinkel der Totalreflexion $i_0$

$i_0 = 42^\circ$ f. Glas-Luft Übergang

## etwas allgemeinere Behandlg. d. Oberflächenwelle:

$$\sin(r) = \frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}$$ aus Brechungsgesetz

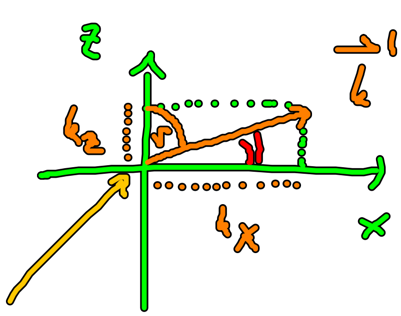
$$\cos(r) = \left(1 - \underbrace{\left[\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}\right]^2}_{\sin^2 r}\right)^{1/2}$$

interessant: $i \geq i_0$ bildet sich Oberflächenwelle aus

$$\left(\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}\right)^2 > 1$$

$$\cos(r) = i\left(\left[\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}\right]^2 - 1\right)^{1/2} \qquad (*)$$

Welle im $n'$-Medium:




$\vec{k}' = ?$

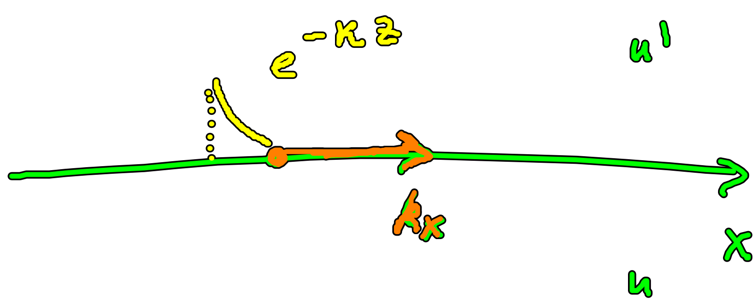
$$e^{i\vec{k}'\cdot\vec{r}}\Big|_{k_y=0\ \text{(Ebene)}} = e^{i(k_x' x + k_z' z)}$$

mit $k_x' = \underset{|\vec{k}'|}{k'}\cos\left(\frac{\pi}{2}-r\right) = k'\sin(r)$

$$k_z' = k'\cos(r)$$

$$e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}'} = \underbrace{e^{ik'x\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}}}_{\text{von oben}}\ \underbrace{e^{-k'z\sqrt{\left[\frac{\sin(i)}{\sin(i_0)}\right]^2-1}}}_{\substack{\text{von oben}\\ (*)}}$$

offensichtlich liegt in z-Richtung keine Wellenausbreitung vor, es bildet sich eine sogenannte evaneszente Welle aus die in z-Richtung lokalisiert ist




Das Feld ist um die Oberfläche in einer

dünne Schicht lokalisiert, Lokalisierungslänge wird mit

$\lambda$ skalieren $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ .

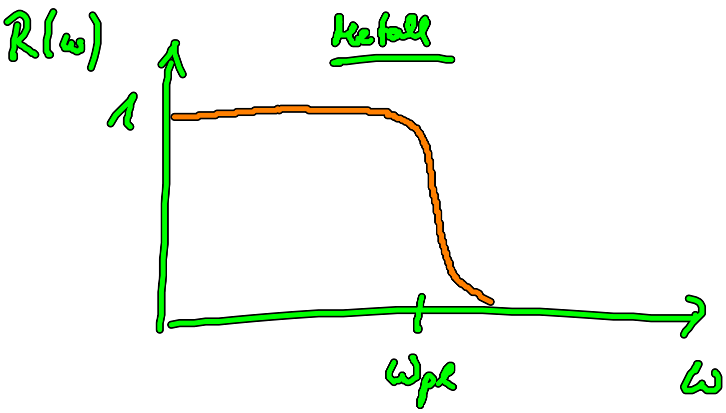
Es findet kein Transmission nach $n'$ statt.

Alles wird reflektiert: $\quad \frac{E_0''}{E_0} \rightarrow 1$

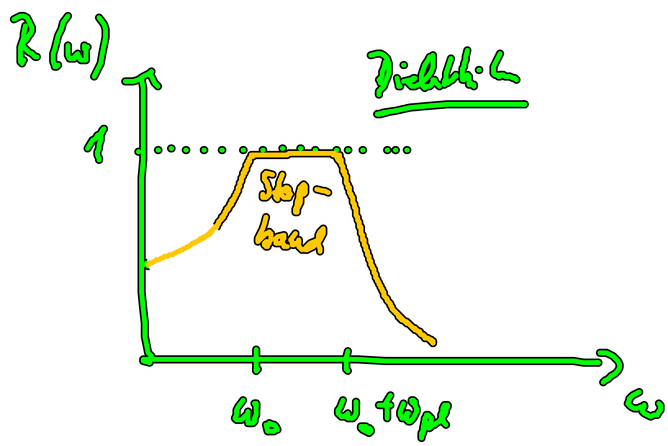
(siehe Fresnelformel)

## e) Reflektivität f. Metalle / Dielektrika

siehe ÜA:

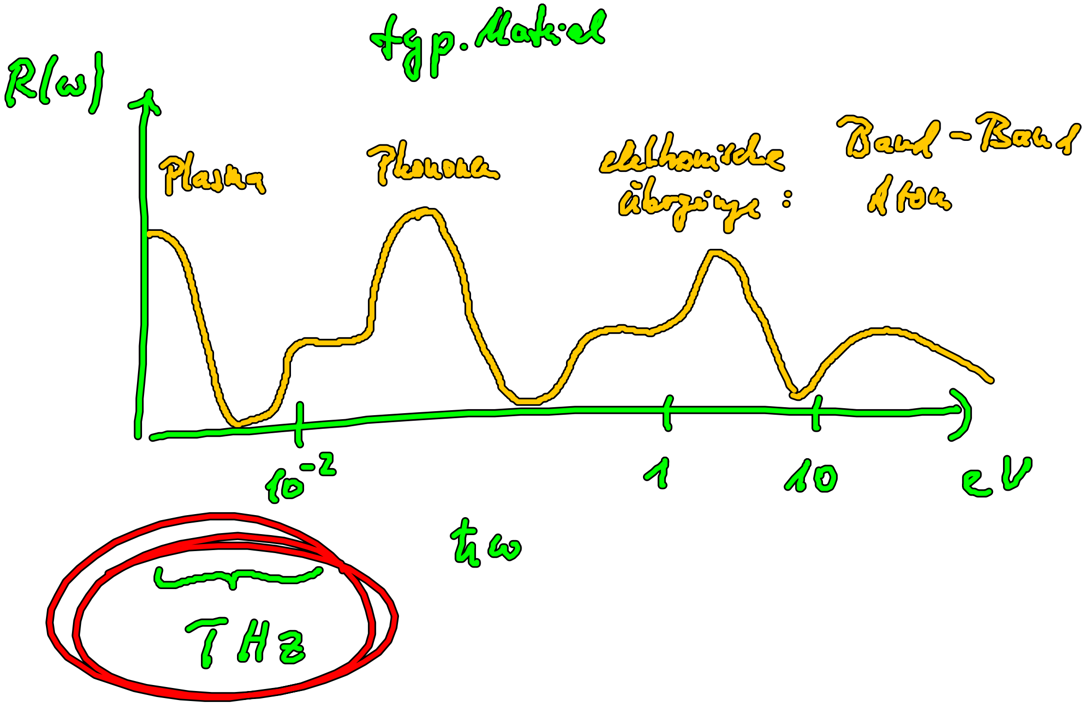



$\sim n_{\text{Elektronendichte}}$



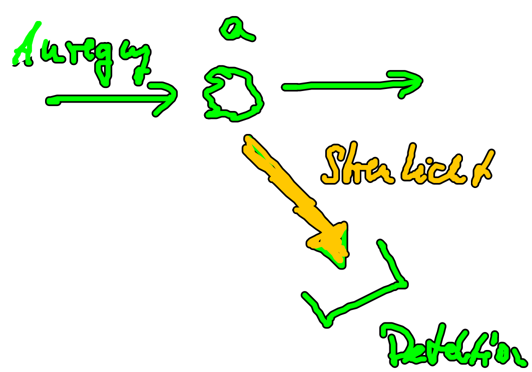

$\omega_{pl} \sim d^2$

## Zusammenfassg.




## 12. Streuung und Beugung v. elektromagnetischer Strahlg.

a) Streuung: WW einer Welle mit einem kleinen Objekt / Ansammlg. v. Objekten
($a < \lambda$)




b) Beugung: WW einer Welle mit einem großen Objekt, Abweichung v. geometrischer Optik
($a > \lambda$)


$\boxed{\text{Übergang bei Begriffen ist fließend}}$

# 12.1. Rayleigh - Streuung

Streuung einer ebenen Welle an einem Ensemble von Dipolstreuern

(Himmelsblau / Abendrot)

**Dipoldichte** $\quad \rho_m = 0 = \vec{j}_m$, keine makroskop. Ströme

$$\Downarrow \quad \vec\nabla\cdot\vec B = 0, \quad \vec\nabla\times\vec E = -\partial_t B, \quad \vec\nabla\cdot\vec D = 0, \quad \vec\nabla\times\vec H = \partial_t\vec D$$

Dipolmaterie

Wellengleichung f. $\vec D$ herleiten um detektiertes Signal zu beschreiben

a) $\varepsilon_0\vec\nabla\times\vec\nabla\times\vec E = -\varepsilon_0\,\partial_t\vec\nabla\times\vec B$, $\quad \vec\nabla\times\vec\nabla\times\vec D = -\Delta\vec D + \vec\nabla\underbrace{\vec\nabla\cdot\vec D}_{0}$

voneinander abziehen:

$$\vec\nabla\times\vec\nabla\times(\vec D-\varepsilon_0\vec E) = \underline{\underline{-\Delta\vec D}} + \varepsilon_0\,\partial_t\vec\nabla\times\vec B$$

b) $$\frac{1}{c^2}\vec\nabla\times\partial_t\vec H = \underline{\underline{\frac{1}{c^2}\partial_t^2\vec D}}$$

addieren um Wellengleichung f. $\vec D$ zu erzeugen

$$\Delta \vec{D} - \frac{1}{c^2}\partial_t^2 \vec{D} = \underbrace{-\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times(\vec{D}-\varepsilon_0\vec{E}) + \varepsilon_0\,\partial_t\,\vec{\nabla}\times(\vec{B}-\mu_0\vec{H})}_{-Q(\vec{r},t)}$$

formale Lsg. d. Wellengleichung:

$$\vec{D}(\vec{r},t) = \frac{1}{4\pi}\int d^3r' \; \frac{Q\left(\vec{r}',\, t-\frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c}\right)}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

inhomog. Lsg. d. Wellengleichung

Q hängt v. der Lösg ab

$\rightarrow$ implizite Integralgleichung

Fourierraumdarstellung $(\omega)$, siehe Antennensystem

$$\vec{k} = \vec{e}_r\,\frac{\omega}{c}$$

$$\vec{D}_\omega = \frac{1}{4\pi}\int d^3r' \; \frac{e^{i\vec{k}\cdot(\vec{r}-\vec{r}')}}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\, Q_\omega(\vec{r}')$$

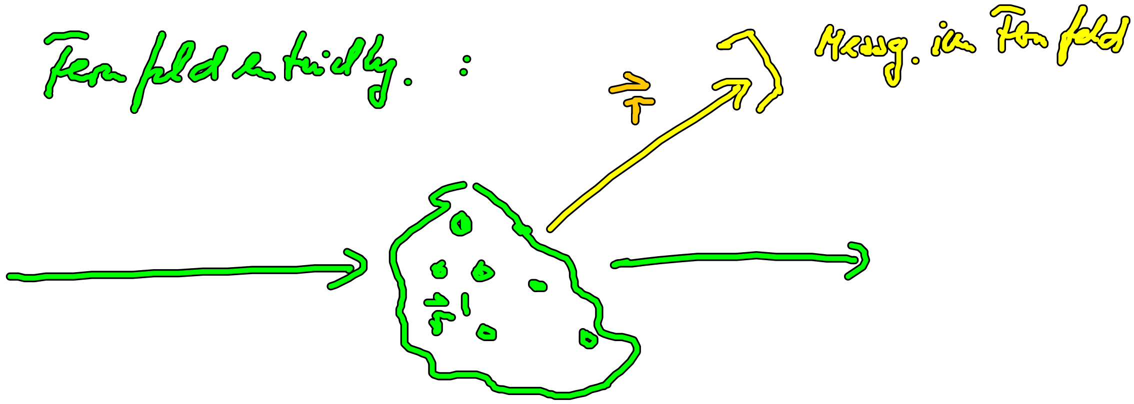
$$+ \vec{D}^0_\omega$$

(homogene Lösung im Volumen, entspricht $\vec{D}$ Feld der eingestrahlten Welle)

Quelle Q:

$$\vec Q(\vec r') = \vec\nabla' \times \vec\nabla' \times (\vec D_\omega - \varepsilon_0 \vec E_\omega)$$
$$+ i\varepsilon_0 \omega \vec\nabla' \times (\vec B_\omega - \mu_0 \vec H_\omega)$$

Fernfeldentwicklg.:




$$\vec D_\omega = \vec D^0_\omega(\vec r) + \frac{e^{ikr}}{r} \underbrace{\vec A_{st}(\omega)}$$

Antennentheorie

$$A_{st}(\omega) = \frac{1}{4\pi} \int d^3r'\, e^{-ik\vec e_r\cdot\vec r'} \vec Q_\omega(\vec r')$$

(abgeschrieben aus einer d. VL vorher)

<u>Fernfeld:</u> Gradientenoperatorwirkung vereinfacht

partielle Integrationen f. die $\vec\nabla'$ die in $\vec Q(\vec r')$ stehen

$$-\vec\nabla' \times e^{-ik\vec e_r\cdot\vec r'} \underline{g(\vec r')} = ik\vec e_r \times \underline{g(\vec r')}\, e^{-ik\vec e_r\cdot\vec r'}$$

von der partiellen Integration

Beispielfkt aus Q
aus der $\vec\nabla' \times$ abgezogen wurde

$$Q_\omega(\vec r')\Big|_{\text{unter Integral}} \longrightarrow k^2\Big[-\vec e_r\times\big(\vec e_r\times(\vec D_\omega-\varepsilon_0\vec E_\omega)\big) - \frac{\varepsilon_0\,\omega}{k}\,\vec e_r\times(\vec B_\omega-\mu_0\vec H_\omega)\Big]$$

Es tauchen auf:

$$\left(\vec D_\omega(\vec r')-\varepsilon_0\vec E_\omega(\vec r')\right)=\varepsilon_0\,\delta\varepsilon\,\vec E_\omega(\vec r')$$

$$\left(\vec B_\omega(\vec r')-\mu_0\vec H_\omega(\vec r')\right)=\mu_0\,\delta\mu\,\underbrace{\vec H_\omega(\vec r')}_{\vec H,\ \vec E \text{ sind nicht bekannt}}$$

$$\vec D_\omega=(\underbrace{\varepsilon_0}_{\text{Vakuum}}+\underbrace{\varepsilon_0\,\delta\varepsilon}_{\text{Streuer}})\,\vec E_\omega$$

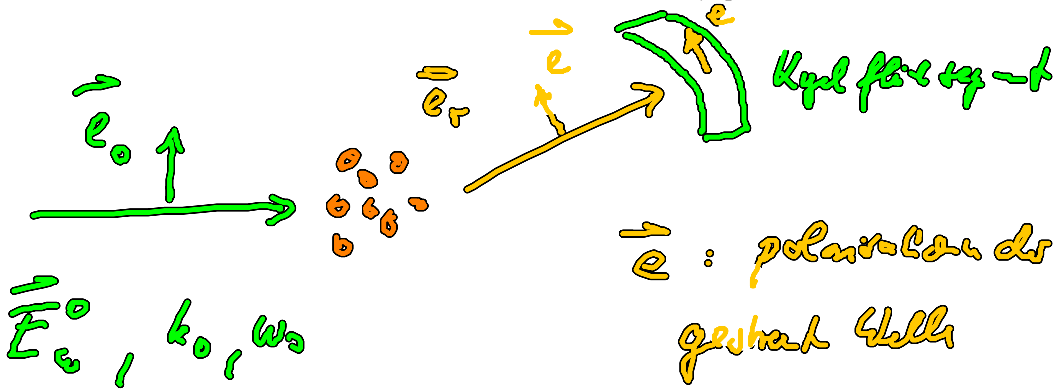
1. Bornsche Näherung: ersetze d. ungestörte Felder unter dem Integral d. rechten Seite $\vec E_\omega(\vec r)\approx\vec E^0_\omega(\vec r)$

$$\varepsilon_0\,\delta\varepsilon\,\vec E_\omega(\vec r)\approx\delta\varepsilon\,\vec D^0_\omega(\vec r)$$

i.a. gilt die Bornsche Reihe!

d.h. Lsg. d. iteratives Einsetzen

# Meßgröße vor weiterer Auswertung




## Def. Streuquerschnitt

$$S = \frac{|\vec{e}\cdot\vec{E}^{\text{str}}_\omega|^2}{|\vec{e}\cdot\vec{E}^0_\omega|^2}\, r^2$$

Ansatz: $\delta\mu = 0 \qquad \delta\varepsilon \neq 0$

bekannt

$$\vec{A}_{st} = \frac{k^2}{4\pi}\int d^3r'\, e^{-ik\,\vec{e}_r\cdot\vec{r}\,'}\; \vec{e}_r \times \left(\delta\varepsilon(\vec{r}\,')\,\vec{D}^0_\omega(\vec{r}\,') \times \vec{e}_r\right)$$

$$D^0_\omega(\vec{r}) = \vec{e}_0\, D_0\, e^{i\vec{k}_0\cdot\vec{r}}$$ und verwenden

$$\vec{e}_r \times (\vec{e}_0 \times \vec{e}_r) = \vec{e}_0\,(\vec{e}_r\cdot\vec{e}_r) - \vec{e}_r\,(\vec{e}_r\cdot\vec{e}_0)$$

wird multipliziert mit $\vec{e}$ im Streuquerschnitt

$\vec{e} \cdot \vec{e}_r = 0$

$$\boxed{S = \left| \frac{\vec{e} \cdot \vec{A}_{st}}{\vec{e} \cdot \vec{D}^0_\omega} \right|^2 = \frac{k^4}{(4\pi)^2} \left| \int d^3 r' \, e^{i \vec{q} \cdot \vec{r}'} \, \vec{e} \cdot \vec{e}_0 \, \delta\varepsilon(\vec{r}') \right|^2}$$

im Vakuum
sind $\vec{E}$-Felder
gleich $\vec{D}$-Feldern

$\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}$

$\vec{k} = \vec{e}_r \, k$

Streuquerschnitt im Fernfeld