

Prof. Dr. Holger Stark  
Johannes Blaschke, Alice von der Heydt, Benjamin Lingnau, Maria Zeitz,  
Samuel Brem, Christopher Wächtler

## 12. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

**Abgabe: Mo. 25.01.2016 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude**

### **M** Aufgabe 36: Lorentzkraft

- (a) Berechnen Sie aus dem elektromagnetischen Feldtensor  $F^{\alpha\beta}$  die Viererkraft  $K^\alpha$  die auf ein relativistisches Teilchen mit der Geschwindigkeit  $\mathbf{v}$  und der Ladung  $q$  im elektrischen Feld  $\mathbf{E}$  und magnetischen Feld  $\mathbf{B}$  wirkt. Interpretieren Sie dabei die Größen  $K^0$  und  $\mathbf{K}$  physikalisch.
- (b) Zeigen Sie, dass das Teilchen die "normale" Beschleunigung

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{q}{m} \sqrt{1 - v^2/c^2} \left( \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \mathbf{v}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \right)$$

erfährt. Machen Sie sich dazu zunächst klar, wie Kraft  $\mathbf{F}$  und Beschleunigung  $\mathbf{a}$  im relativistischen Fall zusammenhängen.

### **S** Aufgabe 37 (2+3+1+1=7 Punkte): Hohlleiter

Zur Übertragung von hochfrequenter Leistung werden sogenannte Hohlleiter benutzt. Dabei handelt es sich um aus Metall gefertigte Röhren. Betrachten Sie einen rechteckigen Hohlleiter mit den Abmessungen  $a$  in  $x$ -Richtung und  $b$  in  $y$ -Richtung. In  $z$ -Richtung sei der Leiter unendlich lang. Verluste durch Wandströme sind zu vernachlässigen. Für die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen (in  $z$ -Richtung) im Hohlleiter gilt die Wellengleichung

$$\square \mathbf{E} = 0 \quad \square \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

mit dem D'Alembert-Operator  $\square = \sum_{\mu} \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

- (a) Welche Randbedingungen werden durch diese Anordnung für das  $\mathbf{E}$ -Feld erzwungen? Was folgt daraus für das  $\mathbf{B}$ -Feld?
- (b) Benutzen Sie folgenden Ansatz für das  $\mathbf{E}$ -Feld

$$E_x = E_y = 0, \quad E_z = E_0 f(x) g(y) e^{i(k_z z - \omega t)} \quad (2)$$

und bestimmen Sie mithilfe des Separationsansatzes und der Randbedingungen die Funktionen  $f(x)$ ,  $g(y)$  und schließlich das  $\mathbf{E}$ -Feld.

- (c) Bestimmen Sie für ein  $\mathbf{E}$ -Feld mit

$$f(x) = \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right), \quad g(y) = \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \quad (3)$$

die Wellenzahl  $k_z$  in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$ , der Abmessungen des Wellenleiters sowie der Moden  $m$  und  $n$ .

- (d) Bestimmen Sie die niedrigste Frequenz  $f_{\min}$  bei der sich noch elektromagnetische Wellen mit einem  $\mathbf{E}$ -Feld wie in (c) noch ausbreiten können.

**S Aufgabe 38 (2+1+10=13 Punkte): Elektromagnetische Wellen**

(a) **Kugelwellen:**

Zeigen Sie, dass

$$g(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{r} f(kr \pm \omega t)$$

eine Lösung der Wellengleichung ist. Transformieren Sie dazu den Laplace-Operator in geeignete Koordinaten. Bestimmen Sie die Flächen konstanter Phase, also  $g(\mathbf{r}, t_0) = \text{const.}$  für ein beliebiges  $t_0$ .

(b) **Polarisierte ebene Wellen:**

(i) Zeigen Sie, dass eine elliptisch polarisierte Welle durch den Realteil der komplexen Darstellung des elektrischen Feldes  $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{ik(z \mp ct)}$  mit der komplexen Amplitude

$$\mathbf{E}_0 = E_x \mathbf{e}_x \pm i E_y \mathbf{e}_y$$

und  $E_x, E_y \in \mathbb{R}$  beschrieben werden kann.

(ii) Üblicherweise kennen Sie den Polarisationszustand einer elektromagnetischen Welle nicht, sondern wollen ihn im Experiment bestimmen. Dabei wird das Licht durch Polarisatoren geschickt und anschließend die Leistung gemessen. Mithilfe der sog. Stokes-Parameter, die für eine Welle in komplexer Darstellung mit

$$\mathbf{E} = (E_x \mathbf{e}_x + E_y e^{i\delta} \mathbf{e}_y) e^{ikz - i\omega t}$$

wie folgt definiert sind:

$$\begin{aligned} S_0 &= P_{0^\circ} + P_{90^\circ} = \langle E_x^2 + E_y^2 \rangle \\ S_1 &= P_{0^\circ} - P_{90^\circ} = \langle E_x^2 - E_y^2 \rangle \\ S_2 &= P_{45^\circ} - P_{135^\circ} = \langle 2E_x E_y \cos(\delta) \rangle \\ S_3 &= P_{RZ} - P_{LZ} = \langle 2E_x E_y \sin(\delta) \rangle \end{aligned}$$

kann man Aussagen über den Polarisationszustand des Lichts treffen. Dabei sind  $P_\alpha$  die gemessenen Leistungen und  $\alpha$  beschreibt den Winkel des jeweiligen Polarisators zur  $x$ -Achse bzw. LZ den linkszirkularen sowie RZ den rechtszirkularen Polarisator. Machen Sie sich klar, wie  $\mathbf{E}$  aussieht, nachdem es einen Polarisator passiert hat und leiten Sie die oben genannten Relationen her. Berechnen Sie im Anschluss den sog. Polarisationsgrad

$$\Pi = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}$$

für linear, zirkular und unpolarisiertes Licht.

**Zum Übungsbetrieb:** Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Bedingung für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Es müssen mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.

Prof. Dr. Holger Stark  
 Johannes Blaschke, Alice von der Heydt, Benjamin Lingnau, Maria Zeitz,  
 Samuel Brem, Christopher Wächtler

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10					EW 203 HS
10-12				EB 133C AH/MZ	BH-N 333 BL/JB
12-14	ER 164 CW	H 3012 SB	EW 203 HS		
14-16			H 1029 CW		
16-18			BH-N 333 SB		

Sprechstunden			
HS	Prof. Dr. Holger Stark	Fr 11:30–12:00	EW 709
AH	Alice von der Heydt	Do 13–14	EW 266
BL	Benjamin Lingnau	Di 14–15	EW 629
CW	Christopher Wächtler	Mo 14–15	EW 060
JB	Johannes Blaschke	Do 10–11	EW 708
MZ	Maria Zeitz	Mi 10–11	EW 702
SB	Samuel Brem	Di 11–12	EW 060