

Prof. Dr. Holger Stark
 Johannes Blaschke, Alice von der Heydt, Benjamin Lingnau, Maria Zeitz,
 Samuel Brem, Christopher Wächtler

7. Übungsblatt – Theoretische Physik III: Elektrodynamik

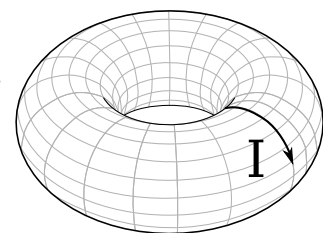
Abgabe: Mo 07.12.2015 bis 12:00 Uhr, Briefkasten ER-Gebäude

M Aufgabe 20: Spulen

- (i) Betrachten Sie eine unendlich lange Spule entlang der z -Achse mit kreisförmigem Querschnitt und Radius R sowie einer Windungsdichte n (Anzahl Windungen pro Längeneinheit), durch die ein Strom I fließt. Bestimmen Sie die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ sowie das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ unter der Näherung, dass die Spulenwicklung sehr eng ist.

- (ii) Die Spule wird nun zu einem (endlich großen) Torus zusammengeführt (Skizze). Berechnen Sie $\mathbf{B}(\mathbf{r})$!

Welchen Vorteil hat diese Geometrie in realen Anwendungen?



S Aufgabe 21 (7+2+3=12 Punkte): Stromschleifen

Zwei identische, jeweils einen Strom I tragende, kreisförmige Stromschleifen mit den Radien R seien im Abstand b in z -Richtung parallel zueinander aufgestellt.

- (a) Bestimmen Sie die Kraft, die die Spulen aufeinander ausüben, durch explizite Anwendung der Formel (5.15) aus der VL:

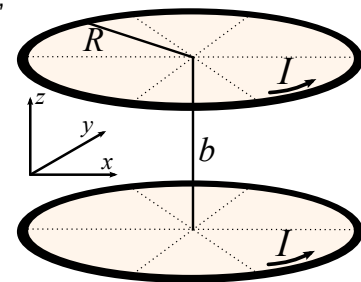
$$\mathbf{F}_{1,2}(\rho) = -\frac{\mu_0}{4\pi} I_1 I_2 \oint \oint \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3} d\mathbf{r}_1 \cdot d\mathbf{r}_2$$

Sie erhalten ein elliptisches Integral der Form

$$\int \frac{\cos x}{\sqrt{b^2 + 2R^2(1 - \cos x)}} dx$$

Lösen Sie dieses, indem sie den Integranden im Grenzfall großen Abstands $b \gg R$ um $R = 0$ bis zur zweiten Ordnung in R entwickeln.

- (b) Bestimmen Sie nun dieselbe Kraft in Dipolnäherung, indem Sie die Leiterschleifen durch idealisierte magnetische Dipole beschreiben. Vergleichen Sie ihr Ergebnis mit dem aus (a).
- (c) Bestimmen Sie exakt das Magnetfeld in der Mitte der beiden Schleifen entlang der z -Achse als Entwicklung in Potenzen von z bis einschließlich zur Ordnung z^4 . Bei welchem Abstand b ist das Magnetfeld zwischen den Spulen nahezu homogen? Plotten Sie für diesen Fall $|\mathbf{B}(\mathbf{r})|$ entlang der z -Achse.



Bitte Rückseite beachten! →

S Aufgabe 22 (2+2+2+2=8 Punkte): Biot-Savart-Gesetz

(a) Zeigen Sie mithilfe des Stokes'schen Integralsatzes die Gültigkeit von $\int_F (\mathbf{dF} \times \nabla) \times \mathbf{A} = \oint_{\partial F} \mathbf{dr} \times \mathbf{A}$ für ein Vektorfeld \mathbf{A} . Hier ist F eine Oberfläche mit dem Rand ∂F .
 Hinweis: Wenden Sie den Stokes'schen Integralsatz auf ein Feld $\mathbf{c} \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$ an ($\mathbf{c} \in \mathbb{R}$ beliebig).

(b) Durch eine beliebig geformte Leiterschleife, welche die Fläche F umschlieÙe, flieÙe der konstante Strom I . Benutzen Sie das Biot-Savart'sche Gesetz,

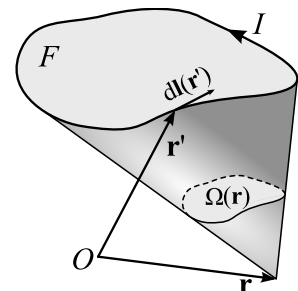
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_{\partial F} d\mathbf{l}(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (1)$$

und Aufgabenteil (a), um das Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ am Ort \mathbf{r} zu berechnen. Zeigen Sie, dass gilt:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = -\nabla\Phi(\mathbf{r}), \text{ mit } \Phi(\mathbf{r}) = \Lambda \Omega(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Bestimmen Sie Λ ! Hier ist $\Omega(\mathbf{r})$ der am Punkt \mathbf{r} von der Fläche F der Leiterschleife aufgespannte Raumwinkel

$$\Omega(\mathbf{r}) = \int_F \mathbf{dF}(\mathbf{r}') \cdot \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}. \quad (3)$$



(c) Zeigen Sie, dass $\int_F \mathbf{dF}(\mathbf{r}') \cdot \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$ in der Tat den Raumwinkel Ω ergibt.

(d) Benutzen Sie das Ergebnis aus Aufgabenteil (b) um das Magnetfeld auf der z -Achse zu berechnen, welches durch eine in der x - y -Ebene liegende kreisförmige Leiterschleife mit dem Radius R erzeugt wird.

Zum Übungsbetrieb: Die Übungsaufgaben teilen sich auf in mündliche **M** und schriftliche **S** Aufgaben. Die Bedingung für die Vergabe eines Übungsscheins gliedert sich daher in zwei Teile:

- Es müssen mindestens 50% der schriftlichen Übungspunkte erreicht werden. Die Abgabe erfolgt in Dreiergruppen. Ab dem zweiten Übungsblatt werden Einzel- und Zweierabgaben nicht mehr akzeptiert!
- Vorrechnen: Jeder Student kreuzt vor jeder Übung diejenigen Aufgaben auf einer ausliegenden Liste an, die er oder sie bearbeitet hat. Wer eine Aufgabe angekreuzt hat, ist bereit diese Aufgabe an der Tafel vorzurechnen. Für den mündlichen Teil des Scheinkriteriums müssen am Ende des Semesters in Summe 50% der mündlichen Aufgaben angekreuzt sein.

	Mo	Di	Mi	Do	Fr
08-10					EW 203 HS
10-12				EB 133C AH/MZ	BH-N 333 BL/JB
12-14	ER 164 CW	H 3012 SB	EW 203 HS		
14-16			H 1029 CW		
16-18			BH-N 333 SB		

Sprechstunden			
HS	Prof. Dr. Holger Stark	Fr 11:30-12:00	EW 709
AH	Alice von der Heydt	Do 13-14	EW 266
BL	Benjamin Lingnau	Di 14-15	EW 629
CW	Christopher Wächtler	Mo 14-15	EW 060
JB	Johannes Blaschke	Do 10-11	EW 708
MZ	Maria Zeitz	Mi 10-11	EW 702
SB	Samuel Brem	Di 11-12	EW 060