

English Summary

5 Dynamics of coupled systems

5.1 Control of noise-induced oscillations of coupled neurons

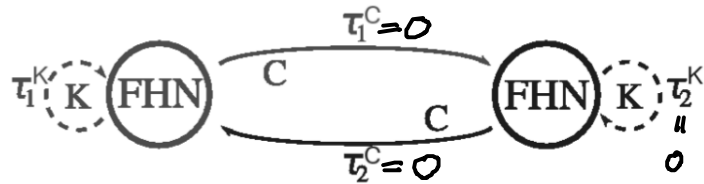
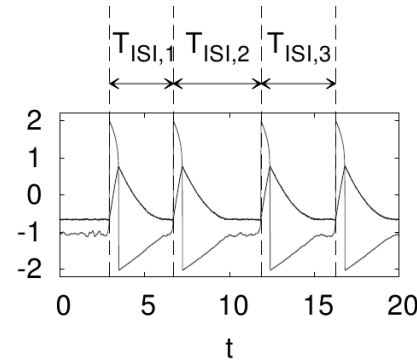
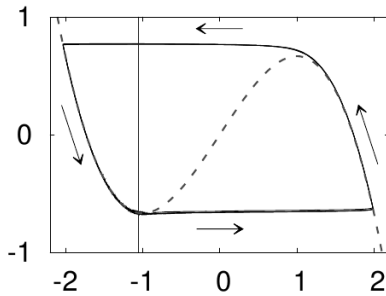
example: FitzHugh-Nagumo model

$$\epsilon_1 \dot{x}_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + C(x_2 - x_1),$$

$$\dot{y}_1 = x_1 + a + D_1 \xi_1(t),$$

$$\epsilon_2 \dot{x}_2 = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 + C(x_1 - x_2),$$

$$\dot{y}_2 = x_2 + a + D_2 \xi_2(t),$$



• frequency locking

• frequency suppression

• coherence resonance

control of timescales by delayed self-feedback of one system

5.2 Kontrolle von zeitverzögert gekoppelten Neuronen

$$\epsilon \dot{x}_1 = x_1 - \frac{x_1^3}{3} - y_1 + C[x_2(t - \tau) - x_1(t)]$$

$$\dot{y}_1 = x_1 + a$$

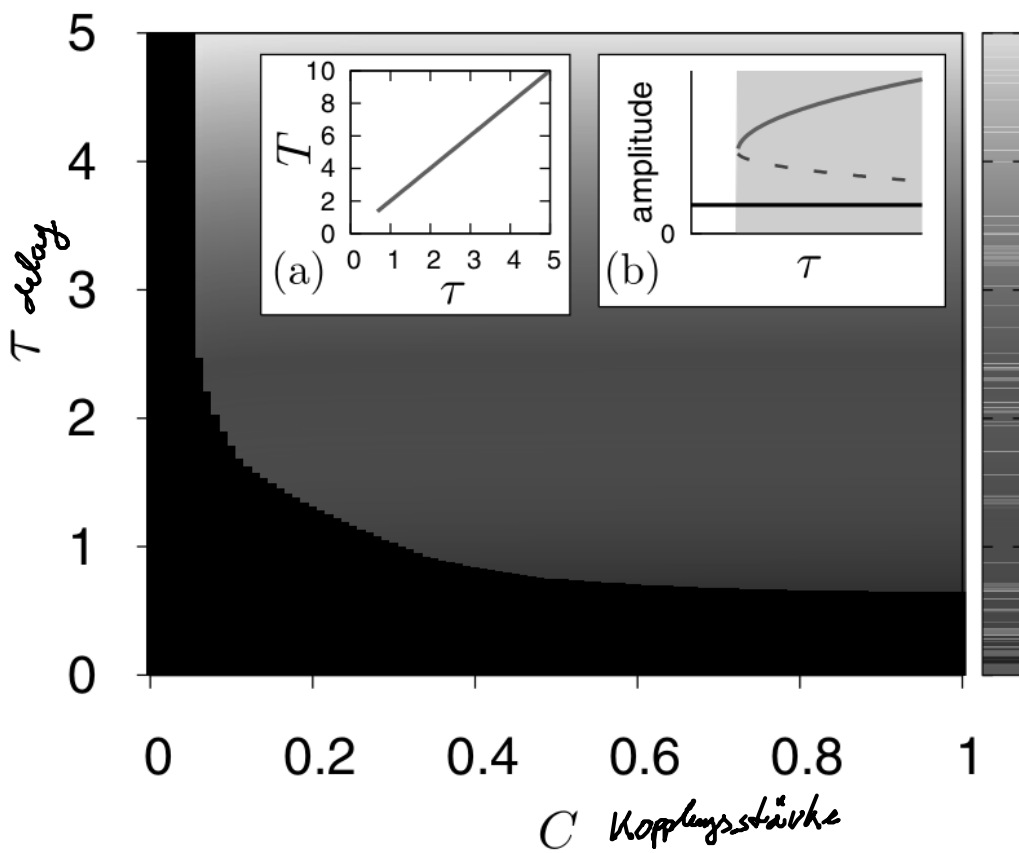
$$\epsilon \dot{x}_2 = x_2 - \frac{x_2^3}{3} - y_2 + C[x_1(t - \tau) - x_2(t)]$$

$$\dot{y}_2 = x_2 + a$$

Kein Rauschen!  
 => deterministisches  
 Fall

↑  
 zeitverzögerung

↓



Inter-spike-Interval  $T$

- Beobachtung:  $T = 2\tau$

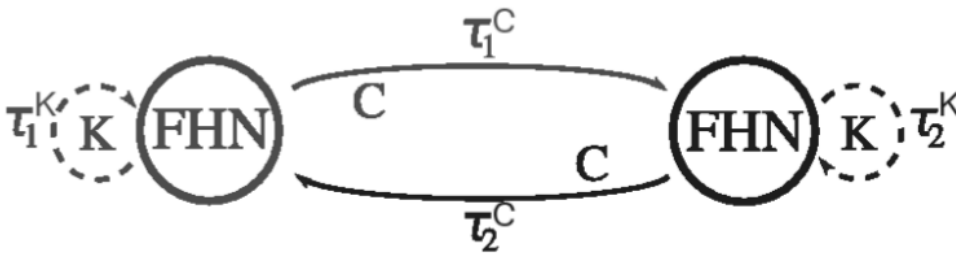
$T$

- Anregung kehrt nach  $2\tau$  zurück
- minimale Kopplungsstärke
- minimale Zeitverzögerung  $\Rightarrow$  Retraktivphase

International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 19, No. 2 (2009) 745–753  
 © World Scientific Publishing Company

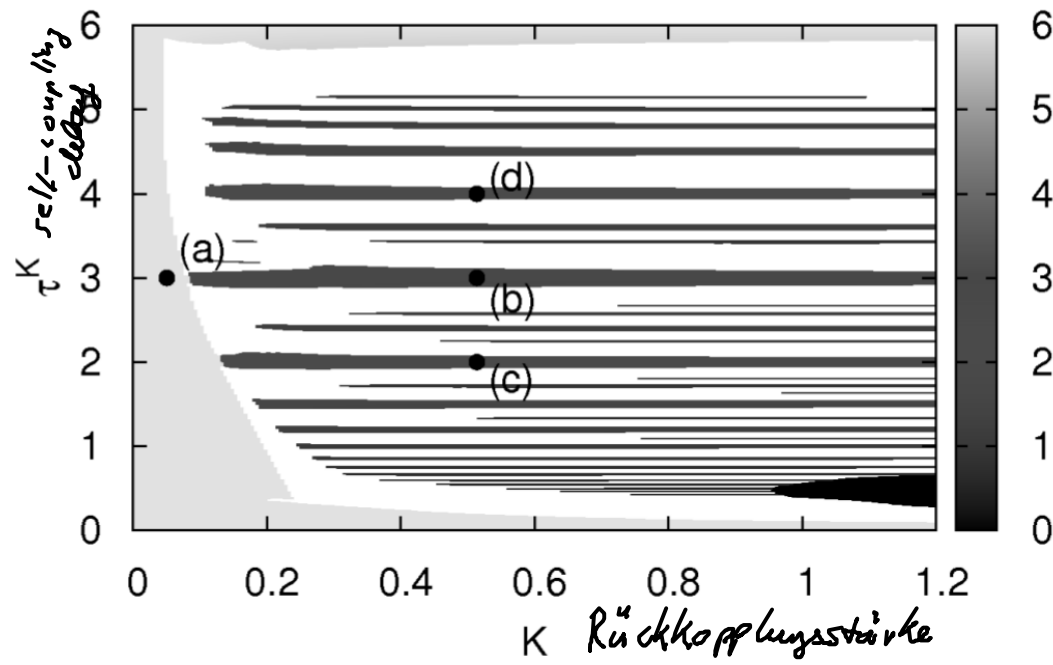
## DYNAMICS OF DELAY-COUPLED EXCITABLE NEURAL SYSTEMS

M. A. DAHLEM, G. HILLER, A. PANCHUK\* and E. SCHÖLL

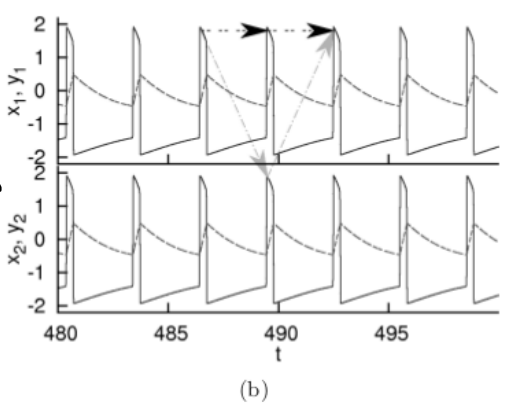
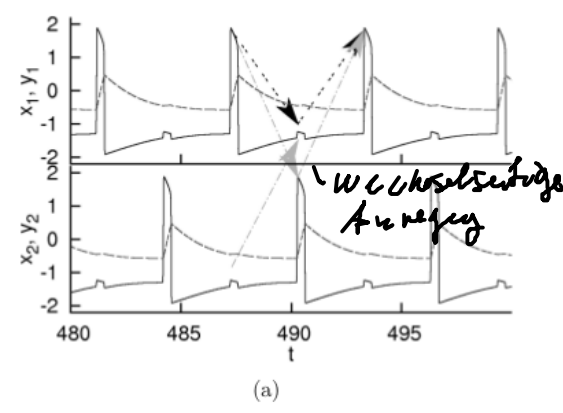


Wechselwirkung der Zeitverzögerungen in der Kopplung ( $\tau_1^C \neq 0, \tau_2^C \neq 0$ ) und in der Rückkopplung ( $\tau_1^K \neq 0, \tau_2^K \neq 0$ )

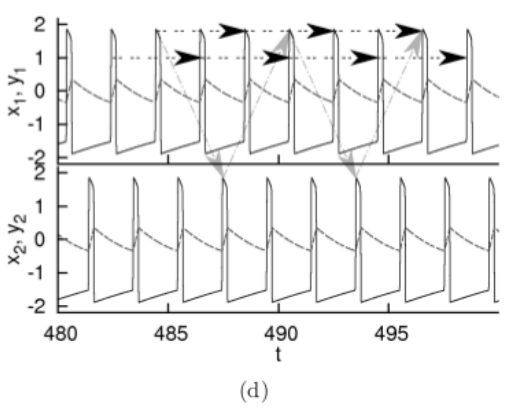
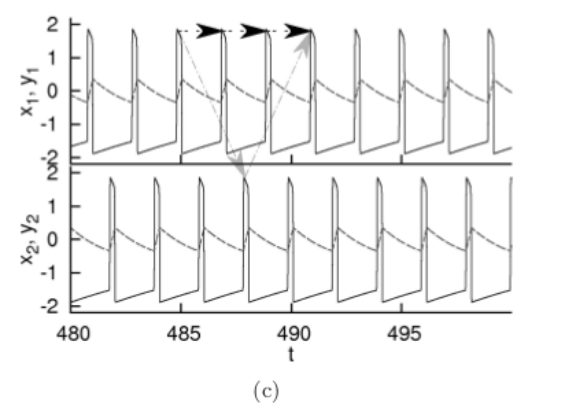
Für wechselseitige Anregung gilt  $T = \tau_1^C + \tau_2^C$



$C = 0.5$   
 $\tau^c = \tau_1^c = \tau_2^c = 3$   
 Farbskala: Periode  $T$   
 reguläre / irreguläre / freie  
 Oszillationen  
 $n \tau^k = m \tau^c$   
 mit  $n, m \in \mathbb{N}$   
 Resonanzbedingung



(a) unterschwellige Selbst-  
 anregung ( $K$  zu klein)  
 (b) In-Phasen-Synchronisation  
 $\tau^k = 3, \tau^c = 3$



(c) Anti-Phasen-Synchronisation  
 $\tau^k = 2, \tau^c = 3$   
 (d) Anti-Phasen-Synchronisation  
 $\tau^k = 4, \tau^c = 3$   
 ggf. längere Transiente

Fazit: Kopplung und Kontrolle (Rückkopplung) führen zu reichhaltigen  
 dynamischen Szenarien, Synchronisation etc.  
 bereits bei 2 gekoppelten Elementen

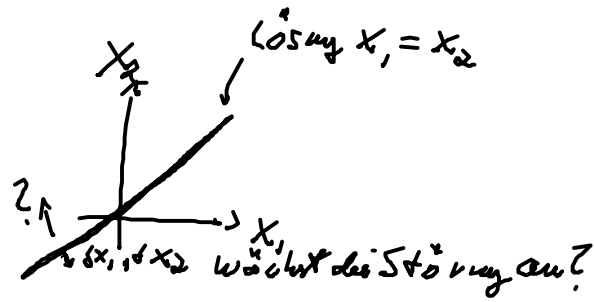
### 5.3 Dynamik von $N$ gekoppelten Neuronen

Komplexe(rn) Netzwerkstrukturen

Werkzeug zur Untersuchung (vollständiger) Synchronisation:

Master stability function

(Bestimmung des Vorzeichens des Vorzeichens des größten transversalen Lyapunov-Exponenten, d.h.  $\perp$  zur Synchronisationsmangelfähigkeit, Details  $\rightarrow$  Kap. 6)



Bsp.: reguläres Netzwerk von exzitatorisch gekoppelten, synchronisierbaren FitzHugh-Nagumo-Elementen

Frage: Wieviel Inhibitor verträgt das Netzwerk?

EPL, 96 (2011) 60013  
doi: 10.1209/0295-5075/96/60013

www.epljournal.org

## Loss of synchronization in complex neuronal networks with delay

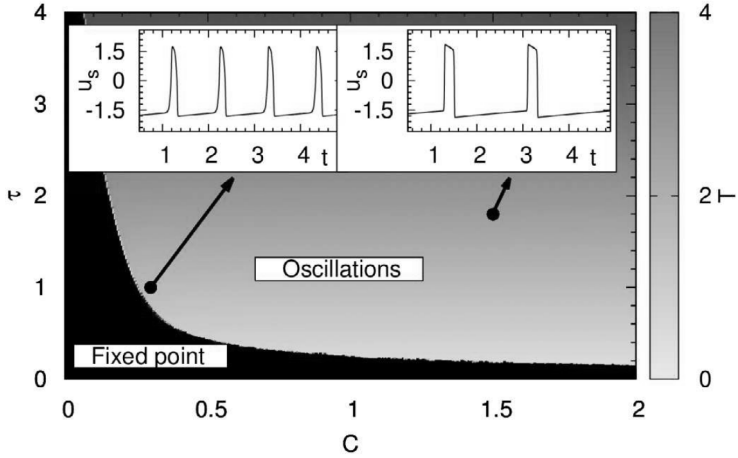
J. LEHNERT<sup>1(a)</sup>, T. DAHMS<sup>1</sup>, P. HÖVEL<sup>1,2</sup> and E. SCHÖLL<sup>1(b)</sup>

$$\epsilon \dot{u}_i = u_i - \frac{u_i^3}{3} - v_i + C \sum_{j=1}^N \underbrace{G_{ij}}_{\text{Kopplungsmatrix}} [u_j(t - \tau) - u_i],$$

Bsp. aus 5.2  
Adjazenzmatrix  $\underline{G} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$   
Rückkopplung  
Wechselseitige Kopplung

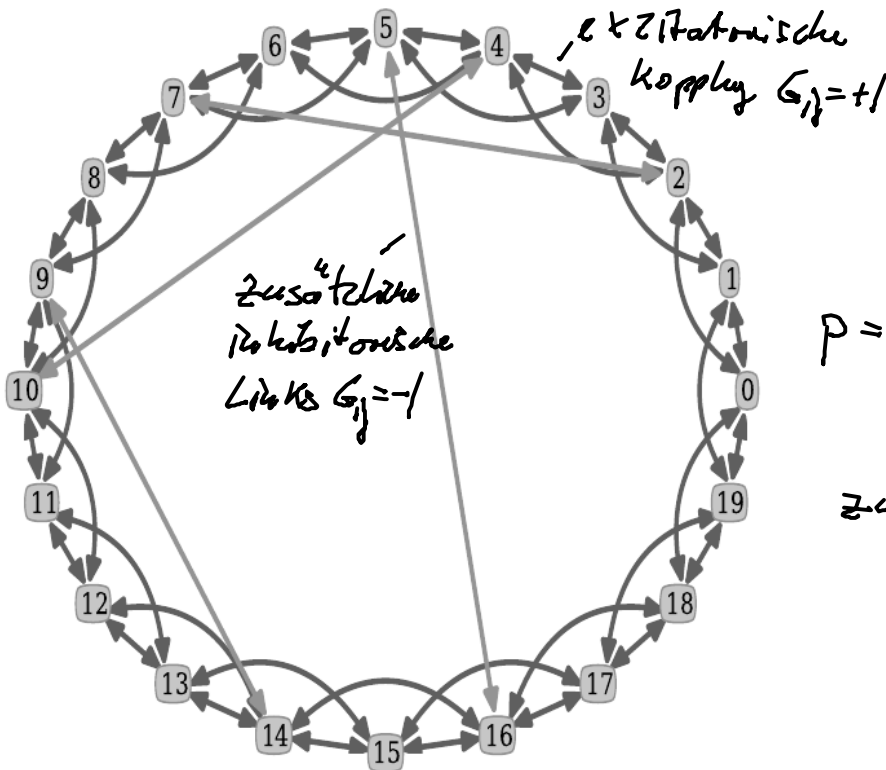
$$\dot{v}_i = u_i + a,$$

Synchrone Lösung existiert (rechte Seiten identische für  $u_1 = u_2 = \dots = u_N$ )  
 $V_1 = V_2 = \dots = V_N$  und reguläres Netzwerk,  $\sum_{j=1}^N G_{ij} = \text{const}$   
 alle Elemente haben  
 dieselbe Anzahl von Nachbarn



vollständige Synchronisation  
 mit Periode  $T = \tau$

Fig. 1: (Color online) Dynamics in the synchronization manifold in dependence on the coupling strength  $C$  and delay  $\tau$ . The gray scale (color code) indicates the period of spiking oscillations  $T$ , the black region corresponds to fixed-point dynamics. Left and right insets show time series of the activator  $u_s$  for  $(C = 0.3, \tau = 1)$  and  $(C = 1.5, \tau = 1.8)$ , respectively. Parameters:  $a = 1.3, \epsilon = 0.01$ .

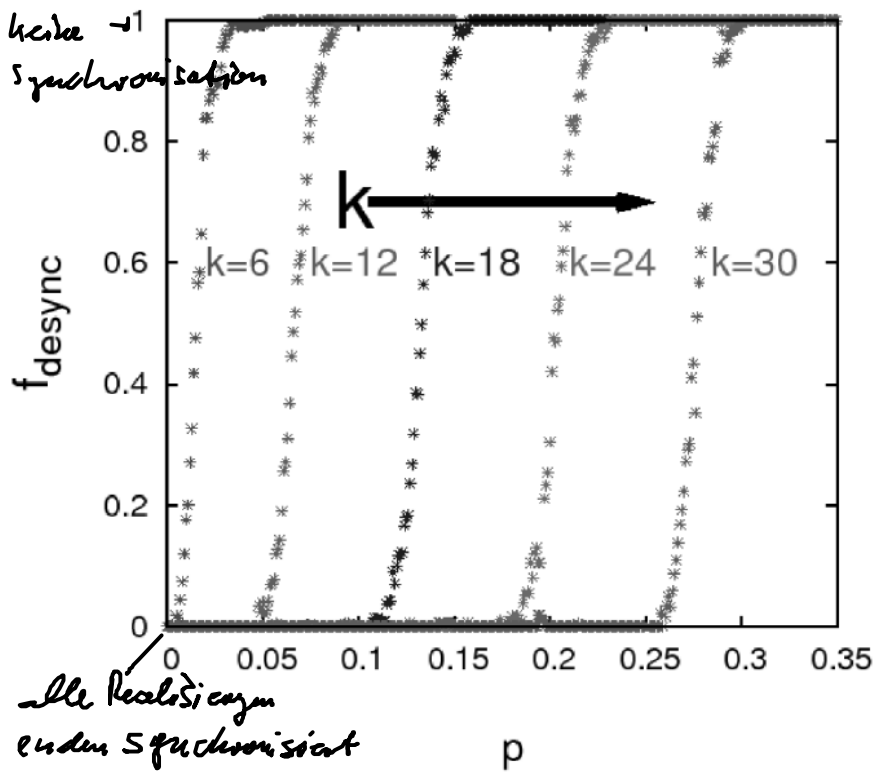


$N = 20$  Elemente

$k = 4$  (2 nächste Nachbarn  
 nach rechts und links  
 auf dem Ring)

$p = 0.1$  (Wahrscheinlichkeit für zusätzliche  
 inhibitorische Links)

zufällige Anfangs- und Endpunkte



$N=100$

$f_{\text{desync}}$ : Anteil an desynchronisierten Zeitserien (500 Realisierungen pro  $p$ -Wert)

höhere interne Verknüpfung (größerer  $k$ -Werte) erfordert mehr Inhibition für Desynchronisation