

6. Übungsblatt – Statistische Physik I**Abgabe: Mittwoch** 11.06.2008 bis 12:00**Aufgabe 13 (12 Punkte): Paarkorrelationsfunktion, Strukturfaktor (5 Punkte)**

Für die Beschreibung kritischer Phänomene und der Struktur von Flüssigkeiten spielt die Paarkorrelationsfunktion

$$\frac{N}{V}g(\mathbf{r}) = \frac{1}{V} \left\langle \sum_{i \neq j} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ij}) \right\rangle$$

eine wichtige Rolle. Sie ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit irgendein Teilchen am Ort \mathbf{r} zu treffen, wenn ein willkürlich herausgegriffenes Referenzteilchen am Ort $\mathbf{r} = 0$ ist. Im thermischen Gleichgewicht hängt $g(\mathbf{r})$ eines Fluids aus sphärischen Teilchen nur vom Betrag $r = |\mathbf{r}|$ ab.

Die Fouriertransformierte von $g(\mathbf{r}) - 1$ führt auf den statischen Strukturfaktor

$$S(\mathbf{k}) = 1 + (2\pi)^3 n \delta(\mathbf{k}) + n \int e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} (g(\mathbf{r}) - 1) d^3r.$$

- (a) Berechnen Sie für ein verdünntes Hartkugel-Gas, d.h. mit dem Wechselwirkungspotential

$$\phi(r) = \begin{cases} \infty & r \leq r_0 \\ 0 & r > r_0 \end{cases}$$

den statischen Strukturfaktor für $\mathbf{k} \neq 0$. Hinweis: Für verdünnte Gase kann die radiale Verteilungsfunktion $g(r)$ genähert werden durch $g(r) \approx e^{-\beta\phi(r)}$.

- (b) Bestimmen Sie die isotherme Kompressibilität κ_T . Hinweis: Der Zusammenhang zwischen Strukturfaktor und Kompressibilität ist durch $S(\mathbf{0}) = nk_B T \kappa_T$ gegeben.
- (c) Berechnen Sie mit κ_T die thermische Zustandsgleichung. Entwickeln Sie den Druck nach der Dichte und vergleichen Sie den Koeffizienten der zweiten Ordnung mit dem zweiten Virialkoeffizienten aus der Vorlesung.

Aufgabe 14 (8 Punkte): Ornstein-Zernike-Verhalten – KorrelationslängeIn der Vorlesung wurde der statische Strukturfaktor $S(\mathbf{q})$ in Ornstein-Zernike-Näherung hergeleitet ($\hbar\mathbf{q}$ ist der Impulsübertrag bei quasielastischer Streuung).

- (a) Zeigen Sie durch Rücktransformation in den 3-dimensionalen Ortsraum, dass sich folgendes Ornstein-Zernike-Verhalten für die direkte Korrelationsfunktion
- $h(r)$
- ergibt (
- r
- ist der Teilchenabstand,
- ξ
- die Korrelationslänge):

$$h(r) \sim \frac{e^{-r/\xi}}{r}$$

- (b) Leiten sie einen Zusammenhang zwischen Korrelationslänge und Kompressibilität
- κ_T
- her.

Bitte Rückseite beachten! →

Vorlesung

- Mittwoch 12:15 - 13:45, Raum EW 201
- Donnerstag 14:15 - 15:45, Raum EW 202

Übung:

- Dienstag 10:00- 11:30, Raum EW 731

Scheinkriterien:

- Mindestens 50% der Übungspunkte (Abgabe in Zwei/Dreiergruppen).
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in der Übung

Sprechzeiten:

- Sabine Klapp: nach Vereinbarung EW 707, Tel: 23159 / 23763
- Kathy Lüdge: Donnerstag, 14–15 Uhr im EW 741, Tel: 23002