

2. Übungsblatt – Thermodynamik und Statistik WS08/09

Abgabe: Di. 04.11.2008 vor der Vorlesung im EW 203

Bei den schriftlichen Ausarbeitungen werden ausführliche Kommentare zum Vorgehen erwartet.
Abgabe in Dreiergruppen! Bitte immer Namen und Matrikelnummer angeben.

Aufgabe 3 (10 Punkte): Statistischer Operator

- (a) Sei A ein hermitescher Operator, der die Eigenwertgleichung $A|n\rangle = a_n|n\rangle$ ($\{|n\rangle\}$ ist ONB) erfüllt. Betrachten Sie den statistischen Operator $\rho = \frac{\exp(A)}{c}$, wobei c eine geeignete Normierungskonstante ist. Finden Sie geeignete w_n , so dass sich $\rho = \sum_n w_n|n\rangle\langle n|$ schreiben lässt. Welchen Wert hat c ? Berechnen Sie den Erwartungswert von A , sowie das Unschärfemaß η von ρ . Zeigen Sie, dass $\langle A \rangle + \eta/k = \ln c$.
- (b) Betrachten Sie einen zeitabhängigen statistischen Operator, gegeben durch

$$\rho(t) = \sum_a w_a |a(t)\rangle\langle a(t)|,$$

mit Konstanten w_a . Für $t=0$ gelte $\langle a(0)|b(0)\rangle = \delta_{ab}$. Zeigen Sie, dass diese Eigenschaft für alle Zeiten ($t \geq 0$) erhalten bleibt. Was folgt daraus für die Dynamik von η ?

Aufgabe 4 (10 Punkte): Unschärfemaß

- (a) Betrachten Sie folgende statistische Operatoren

$$\rho^i = \sum_{\alpha=1}^6 w_{\alpha}^i |\alpha\rangle\langle\alpha|, \quad w^1 = \left(\frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}\right), \quad w^2 = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right).$$

Berechnen Sie das Unschärfemaß η für diese beiden statistischen Operatoren und interpretieren Sie das Ergebnis.

- (b) Für eine kontinuierliche Basis $\{|x\rangle\}$ seien folgende Wahrscheinlichkeitsverteilungen gegeben

$$w^{\beta}(x) = \begin{cases} \beta \exp(-\beta x) & \text{für } x \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen Sie ebenfalls das Unschärfemaß und diskutieren Sie das Vorzeichen von $\eta(\rho_{\beta})$.

- (c) Zeigen Sie, dass $Sp(\rho^2) \leq 1$ gilt und berechnen Sie diese Größe für den statistischen Operator $\rho = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \beta & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Wann wird durch diesen Operator ein reiner Zustand beschrieben?

- (d) Geben Sie den Zusammenhang zwischen der *Shannon-Information* und dem Unschärfemaß an. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Vorlesung:

- Dienstag 10:15 Uhr – 11:45 Uhr im EW 203
- Donnerstag 8:30 Uhr – 10:00 Uhr im EW 203

Scheinkriterien:

- Mindestens 60% der Übungspunkte.
- Bestandene Klausur.
- Regelmäßige und aktive Teilnahme in den Tutorien.

Sprechzeiten:

- Prof. Andreas Knorr: Di: 13–14 Uhr im EW 742
- Assistentensprechstunde:
 - Mi, 13–14 Uhr im EW 721//22
 - Do, 14–15 Uhr
- Kathy Lüdge: [luedge\(at\)itp.physik.tu-berlin.de](mailto:luedge@itp.physik.tu-berlin.de)
- Ermin Malic: [ermin\(at\)itp.physik.tu-berlin.de](mailto:ermin@itp.physik.tu-berlin.de)
- Frank Milde: [frank\(at\)itp.physik.tu-berlin.de](mailto:frank@itp.physik.tu-berlin.de)

Tutorien:

- Mo 10:15-11:45 EW 731
- Di 12:15-13:45 EW 229
- Mi 10:15-11:45 EW 184 Abgabe der Übungszettel in 3-er Gruppen!!

Literatur

- Torsten Fließbach: Statistische Physik
- Frederick Reif: Statistische Mechanik und Theorie der Wärme
- Eugen Fick/Günter Sauermaun: Quantenstatistik Dynamischer Prozesse
- Wolfgang Nolting: Grundkurs Theoretische Physik, Band 4 und 6
- Wolfgang Muschik: Repetitorium Theoretische Physik

Klausur: Dienstag den 03.02.2009 von 10:00 – 12:00 Uhr im EW 203